2026 北京丰台高三一模

数　　学

第一部分　（选择题 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．已知全集 $U=\{x\mid -1<x<3\}$，集合 $A=\{x\mid x^2<1\}$，则 $\complement_U A=$

（A）$\{x\mid -1<x<1\}$　　（B）$\{x\mid 1<x<3\}$

（C）$\{x\mid 1\leqslant x<3\}$　　（D）$\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$

2．若 $z(1+\mathrm{i})=2\mathrm{i}$，则 $z=$

（A）$-1-\mathrm{i}$　　（B）$-1+\mathrm{i}$　　（C）$1-\mathrm{i}$　　（D）$1+\mathrm{i}$

3．已知双曲线 C 的焦点为 $(-2\sqrt{2},0)$ 和 $(2\sqrt{2},0)$，虚半轴长为 2，则 C 的标准方程为

（A）$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　（B）$\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{4}=1$

（C）$\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{x^2}{4}=1$　　（D）$\dfrac{y^2}{12}-\dfrac{x^2}{4}=1$

4．已知 $a=2^{0.1}$，$b=\cos 2$，$c=\lg 2$，则 a，b，c 的大小关系是

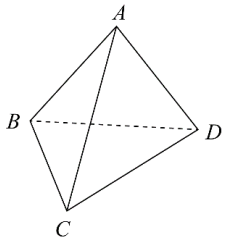
（A）$b<a<c$　　（B）$b<c<a$

（C）$a<b<c$　　（D）$c<b<a$

5．已知 $(2-x)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$，则 $a_1+a_3=$

（A）8　　（B）-8　　（C）40　　（D）-40

6．如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 是边长为 2 的等边三角形，平面 $ABC\perp$ 平面 ABD，则 $CD=$



（A）$\sqrt{2}$　　（B）2

（C）$\sqrt{6}$　　（D）$2\sqrt{2}$

7．已知角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与单位圆的交点为 $A(m,n)$，且 $\cos 2\alpha=\dfrac{2}{3}$，若点 $B(1,b)$ 为角 α 的终边所在直线上的一点，则 $\left|\dfrac{n}{b}\right|=$

（A）$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　（C）$\dfrac{\sqrt{30}}{6}$　　（D）$\dfrac{5\sqrt{6}}{6}$

8．某聚乙烯材料的抗拉强度 P（单位：MPa）与时间 t（单位：年）的关系为 $P(t)=P_0\mathrm{e}^{-kt}$，其中 P_0 和 k 是正的常数.已知经过 5 年，该材料的抗拉强度衰减为原来的一半，则其抗拉强度衰减为原来的 $\dfrac{1}{5}$ 大约经过

（参考数据：$\ln 2\approx 0.693$，$\ln 5\approx 1.609$）

（A）7.3 年　　（B）11.6 年　　（C）12.5 年　　（D）23.2 年

9．已知 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的无穷等比数列，则“ $q<-1$ ”是“任取无穷等差数列 $\{b_n\}$，对于任意 $N_0\in\mathbf{N}^*$，存在正整数 k，使 $a_k>b_{N_0}$ ”的

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

10．在平面内，$BC=2$，D 为 BC 的中点，动点 A 满足 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{4}$，动点 M 满足 $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MD}$，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的最大值为

（A）2　　（B）$2\sqrt{2}$　　（C）4　　（D）$4\sqrt{2}$

第二部分　（非选择题　110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 函数 $f(x)=\sqrt{\log_2 x-1}$ 的定义域是____.

12. 抛物线 $x^2=8y$ 的焦点坐标为_____.

13. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x(\omega>0)$.若 $\omega=1$，则 $f(\dfrac{\pi}{3})=$_____；若 $f(x)$ 在区间 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 上至少有 3 个零点，则 ω 的一个取值可以为_____.

14. 西汉海昏侯墓出土的两千多年前的“权”（砝码），是与“衡”（天平）配合使用的称量工具.已知五枚权的质量（单位：克）从小到大构成项数为 5 的等比数列 $\{a_n\}$，其中 $a_1=15.625$，$a_5=250$，则 $\dfrac{a_4}{a_2}=$_____；在称量物体时所用的权的质量之和叫称量值，则从这五枚权中取一枚或多枚，可以组合出的不同称量值共有_____种.

15. 已知函数 $f(x)=\left|(x^2-1)(x^2+ax+b)\right|+c$，其中 $a,b,c\in\mathbf{R}$.给出下列四个命题：

①存在实数 a,b，使 $f(x)$ 的值域为 $[c+1,+\infty)$；

②存在实数 a,b,c，使 $f(x)$ 有 8 个零点；

③对于任意实数 a，存在 $b\in\mathbf{R}$，使曲线 $y=f(x)$ 是轴对称图形；

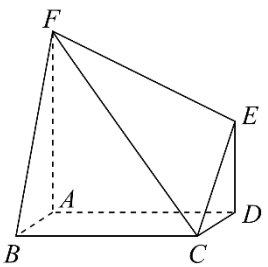
④对于任意实数 b，存在 $a\in\mathbf{R}$，使 $f(x)$ 有三个极大值点.

其中所有正确命题的序号是____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题 14 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，面 $ABCD$ 是矩形，$AF\parallel DE$，$AF\perp AD$，$AF=AD=2$，$AB=DE=1$.



（Ⅰ）求证：$BF\perp AD$；

（Ⅱ）若 $AF\perp AB$，求直线 BF 与平面 CEF 所成角的正弦值.

17.（本小题 13 分）

在△ ABC 中， a,b,c 分别为内角 A,B,C 所对的边， $\sin 2A=\sin A$.

（Ⅰ）求 $\angle A$ ；

（Ⅱ）若 $a=\sqrt{6}$ ，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得△ ABC 存在，求△ ABC 的周长.

条件①： $b=2$ ；

条件②： $\angle B=\dfrac{\pi}{4}$ ；

条件③： $c=2\sqrt{3}$.

注：如果选择的条件不符合要求，第（Ⅱ）得0分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

18.（本小题 13 分）

为研究某大宗商品价格变化的规律，收集得到了该大宗商品连续 30 个交易日的价格变化情况，如下表所示. 在描述价格变化时，用“↑”表示“上涨”，即当天价格比前一个交易日价格高；用“↓”表示“下跌”，即当天价格比前一个交易日价格低；用“→”表示“不变”，即当天价格与前一个交易日价格相同.

时段	价格变化														
第 1~15 个交易日	↓	↑	↑	↓	→	↑	→	↑	↑	↑	↓	→	↑	↑	↓
第 16~30 个交易日	→	↑	↑	↑	→	↓	↓	↑	↓	→	↑	↓	↓	↑	↑

用频率估计概率.

（I）试估计该大宗商品价格“上涨”的概率；

（II）假设该大宗商品每个交易日的价格变化是相互独立的，在未来的交易日里任取 5 天，试估计该大宗商品价格在这 5 天中至少有 3 天“上涨”且至少有 1 天“不变”的概率；

（Ⅲ）假设该大宗商品当日价格“上涨”、“下跌”、“不变”时，当日成交概率分别为 p_1 ， p_2 ， p_3 ，且 $p_1>p_2>p_3$.若该大宗商品每个交易日的价格变化只受前一个交易日价格变化的影响，试比较第 31 个交易日的成交概率 p_0 与 $\dfrac{p_1+p_2+p_3}{3}$ 的大小.（结论不要求证明）

19.（本小题 15 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，椭圆 E 上一点 $A(2,1)$ 到两焦点的距离之和为 $2\sqrt{6}$.

（I）求椭圆 E 的方程和离心率；

（II）过点 $P(2,3)$ 的直线 l 与椭圆 E 交于不同的两点 B，C．若直线 AB 与直线 AC 的斜率之和为 0，求直线 l 的方程.

20.（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\frac{x^3+a}{e^{ax}}$.

（I）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（II）若 $a\geqslant\sqrt{2}$，证明：当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)\leqslant a$；

（III）若存在 $x_0\in[0,+\infty)$，使 $f(x_0)<-a^2x_0+a$ 成立，求实数 a 的取值范围.

21.（本小题 15 分）

对于有穷正数数列 $X:x_1,x_2,\cdots,x_n\ (n\geqslant 2)$，若满足对任意的 $i,j(i,j\in\{1,2,\cdots,n\})$ ，都有 $x_i\geqslant rx_j$（r 是常数，且 $0<r<1$），则称数列 X 具有性质 $\mathfrak{R}_r$.

对数列 X 定义“分拆” F ，F 将 X 中的第 m 项 $(m\in\{1,2,\cdots,n\})$ 分拆为两项，并得到数列 $F(X):x_1,x_2,\cdots,x_{m-1},x_{m+1},\cdots,x_n,p,q$ ，其中 $p+q=x_m$ ，且 $p\geqslant q>0$. 特别地，当 $m=1$ 时，$F(X):x_2,x_3,\cdots,x_n,p,q$；当 $m=n$ 时，$F(X):x_1,x_2,\cdots,x_{n-1},p,q$.

对有穷正数数列 $A_0:a_1,a_2,\cdots,a_n(n\geqslant 2)$ ，令数列 $A_{k+1}=F(A_k),k=0,1,2,\cdots$. 若数列 $A_0,A_1,A_2,\cdots,A_p(p\in\mathbf{N}^*)$ 均具有性质 $\mathfrak{R}_r$，则称 A_p 为数列 A_0 的 p 阶完美 $\mathfrak{R}_r$ 分拆数列.

（Ⅰ）若 $A_0:1,2$，判断以下数列是否为 A_0 的 1 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.5}$ 分拆数列（结论不要求证明）.

① 1, 1, 1；　② 2, 0.5, 0.5.

（Ⅱ）当 $r>0.5$ 时，若 A_1 为数列 A_0 的 1 阶完美 $\mathfrak{R}_r$ 分拆数列，证明：数列 A_0 中被分拆的一定是最大项；

（Ⅲ）若数列 $x_1,x_2,\cdots,x_{2+k}$ 为数列 $A_0:a_1,a_2$ 的 k 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列，证明：k 的最大值为 4.

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	A	B	D	C	C	B	A	B

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11．$[2,+\infty)$　　12．$(0,2)$　　13．2；6（答案不唯一）

14．4；31　　15．②③④

三、解答题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题 14 分）

（Ⅰ）证明：因为四边形 $ABCD$ 是矩形，

所以 $AD \perp AB$，

又因为 $AD \perp AF$，$AB \cap AF = A$，$AB, AF \subset$ 平面 ABF

所以 $AD \perp$ 平面 ABF，

因为 $BF \subset$ 平面 ABF，所以 $BF \perp AD$.

（Ⅱ）解：因为 $AD \perp AB$，$AD \perp AF$，$AF \perp AB$，

建立如图所示的空间直角坐标系 $A-xyz$，

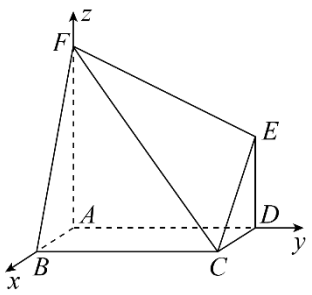
所以 $C(1,2,0)$，$E(0,2,1)$，$F(0,0,2)$，$B(1,0,0)$，

因此 $\overrightarrow{EC}=(1,0,-1)$，$\overrightarrow{EF}=(0,-2,1)$，

$\overrightarrow{BF}=(-1,0,2)$.

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 CEF 的一个法向量，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x-z=0,\\ 2y-z=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=z,\\ y=\dfrac{1}{2}z.\end{cases}$



令 $z=2$，得 $x=2, y=1$，则 $\boldsymbol{n}=(2,1,2)$. ……11 分

设直线 BF 与平面 CEF 所成角为 θ，则

$$\sin\theta=|\cos<\boldsymbol{n},\overrightarrow{BF}>|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BF}|}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{BF}|}=\frac{2\sqrt{5}}{15}.$$

即直线 BF 与平面 CEF 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{15}$.

17.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $\sin 2A=\sin A$，所以 $2\sin A\cos A=\sin A$.

因为 $\angle A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A\neq 0$，

所以$\cos A=\frac{1}{2}$，所以$\angle A=\frac{\pi}{3}$.

（Ⅱ）选择条件①：因为$b=2$，由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$

得$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

因为$a>b$，所以$\angle A>\angle B$，所以$\angle B=\frac{\pi}{4}$.

$\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$

得$c=\sqrt{3}+1$.

所以三角形的周长$a+b+c=\sqrt{6}+2+\sqrt{3}+1=\sqrt{6}+\sqrt{3}+3$.

选择条件②：$\angle B=\frac{\pi}{4}$.

因为$\angle A=\frac{\pi}{3}$，$\angle B=\frac{\pi}{4}$，

所以$\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

得$b=2$，$c=\sqrt{3}+1$，

所以三角形的周长$a+b+c=\sqrt{6}+2+\sqrt{3}+1=\sqrt{6}+\sqrt{3}+3$.

18.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）根据题中数据，该大宗商品价格在 30 个交易日中有 15 天“上涨”.

设事件 A =“该大宗商品价格‘上涨’”，

则$P(A)=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$.

（Ⅱ）设事件 B =“该大宗商品价格‘不变’”，事件 C =“该大宗商品价格‘下跌’”，事件 D=“该大宗商品价格在这 5 天中至少有 3 天‘上涨’且至少有 1 天‘不变’”.

依题意可得，$P(B)=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$，$P(C)=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$.

$P(D)=C_5^3[P(A)]^3C_2^1P(B)P(C)+C_5^4[P(A)]^4P(B)+C_5^3[P(A)]^3[P(B)]^2$

$=10\times(\frac{1}{2})^3\times2\times\frac{1}{5}\times\frac{3}{10}+5\times(\frac{1}{2})^4\times\frac{1}{5}+10\times(\frac{1}{2})^3\times(\frac{1}{5})^2$

$$=\frac{21}{80}$$

（III）$p_0>\frac{p_1+p_2+p_3}{3}$.

19.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）由题意，得 $2a=2\sqrt{6}$，解得 $a=\sqrt{6}$，故 $E:\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

代入点 $A(2,1)$，得 $\frac{4}{6}+\frac{1}{b^2}=1$，解得 $b=\sqrt{3}$，故 $E:\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$.

由 $c^2=a^2-b^2$，得 $c=\sqrt{3}$，故离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（Ⅱ）设直线 l 的方程为 $x-2=t(y-3)$，由题意可知 t 存在且 $t\neq 0$.

联立 $\begin{cases}x-2=t(y-3),\\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 消去 x，得 $(t^2+2)y^2+2t(2-3t)y+(2-3t)^2-6=0$，

设 $B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，

则 $\Delta=[2t(2-3t)]^2-4(t^2+2)[(2-3t)^2-6]=-16(3t^2-6t-1)$，

由韦达定理，得 $y_1+y_2=\frac{-2t(2-3t)}{t^2+2}$，$y_1y_2=\frac{(2-3t)^2-6}{t^2+2}$.

由已知，得 $k_{AB}+k_{AC}=\frac{y_1-1}{x_1-2}+\frac{y_2-1}{x_2-2}$，

$$=\frac{y_1-1}{t(y_1-3)}+\frac{y_2-1}{t(y_2-3)}=0.$$

所以 $(y_1-1)(y_2-3)+(y_2-1)(y_1-3)=0$.

整理得 $y_1y_2-2(y_1+y_2)+3=0$.

代入得 $\frac{(2-3t)^2-6}{t^2+2}-2\cdot\frac{-2t(2-3t)}{t^2+2}+3=0$.

解得 $t=1$，符合 $\Delta>0$.

所以直线 l 的方程为 $x-2=y-3$，即 $x-y+1=0$.

20.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）$a=1$ 时，$f(x)=\frac{x^3+1}{e^x}$，所以 $f'(x)=\frac{-x^3+3x^2-1}{e^x}$.

$f'(0)=-1, f(0)=1$，

所以曲线 $y=f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=-x+1$，

即 $x+y-1=0$.

（Ⅱ）$f'(x)=\dfrac{-ax^3+3x^2-a^2}{\mathrm{e}^{ax}}$.

令 $g(x)=-ax^3+3x^2-a^2$，$x\in[0,+\infty)$，

则 $g'(x)=-3ax^2+6x=-3x(ax-2)$.

因为 $a\geqslant\sqrt{2}$，所以当 x 变化时，$g'(x),g(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(0,\frac{2}{a})$	$\frac{2}{a}$	$(\frac{2}{a},+\infty)$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	↑	极大值	↓

所以 $g(x)_{\max}=g(\dfrac{2}{a})=\dfrac{4}{a^2}-a^2=\dfrac{4-a^4}{a^2}\leqslant 0$.

由 $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\mathrm{e}^{ax}}\leqslant 0$，可知 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $f(x)\leqslant f(0)=a$.

（Ⅲ）由题意，存在 $x_0\in[0,+\infty)$，使 $f(x_0)<-a^2x_0+a$ 成立，

即存在 $x_0\in[0,+\infty)$，使 ${x_0}^3+a<(-a^2x_0+a)\mathrm{e}^{ax_0}$ 成立，

即 ${x_0}^3+a+(a^2x_0-a)\mathrm{e}^{ax_0}<0$ 成立.

令 $h(x)=x^3+a+(a^2x-a)\mathrm{e}^{ax}$，$x\in[0,+\infty)$，

则 $h'(x)=x(3x+a^3\mathrm{e}^{ax})$.

①当 $a\geqslant 0$ 时，在 $(0,+\infty)$ 上 $h'(x)>0$，故 $h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，

所以 $h(x)\geqslant h(0)=0$，不合题意.

②当 $a<0$ 时，令 $t(x)=3x+a^3\mathrm{e}^{ax}$，$x\in[0,+\infty)$.

因为 $t'(x)=3+a^4\mathrm{e}^{ax}>0$，所以 $t(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递增，

又因为 $t(0)=a^3<0$，$t(-a^3)=a^3(-3+\mathrm{e}^{-a^4})>0$，

所以存在 $x_0\in(0,-a^3)$，使 $t(x_0)=0$.

所以当 x 变化时，$t(x),h'(x),h(x)$ 的变化情况如下表：

x	$[0,x_0)$	x_0	$(x_0,+\infty)$
$t(x)$	$-$	0	$+$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	↓	极小值	↑

所以 $h(x_0)<h(0)=0$，符合题意.

综上，a 的范围是$(-\infty,0)$.

21.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）①是；②否.

（Ⅱ）因为数列 A_1 为数列 A_0 的 1 阶完美 $\mathfrak{R}_r$ 分拆数列，所以数列 A_0 的最大项只有一项，证明如下：

假设数列 A_0 的最大项至少有两项，令 $a_s,a_t(s\neq t)$ 都是数列 A_0 的最大项，

设 $a_s=x+y(x\geq y>0)$，因为 $r>0.5$，所以 $y\leq\frac{a_s}{2}<ra_t$，与 $y\geq ra_t$ 矛盾，

所以数列 A_0 的最大项只有一项.

记数列 A_0 的唯一最大项为 a_M，假设数列 A_0 中被分拆的项是 a_l，且 $a_M\neq a_l$，

令 $a_l=u+v(u\geq v>0)$，则 $v\leq\frac{1}{2}a_l<\frac{1}{2}a_M<ra_M$，与 $v\geq ra_M$ 矛盾，即假设不成立，

所以分拆的项一定是数列中的最大项.

（Ⅲ）当 $a_1=2.2,a_2=1.44$ 时，A_0 的 1 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列为 $1.44,1.2,1$；

A_0 的 2 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列为 $1.2,1,0.72,0.72$；

A_0 的 3 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列为 $1,0.72,0.72,0.6,0.6$；

A_0 的 4 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列为 $0.72,0.72,0.6,0.6,0.5,0.5$.

所以数列 $A_0:a_1,a_2$ 存在 4 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列.

下面证明对于任意数列 $A_0:a_1,a_2$，不存在 5 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列.

假设数列 a_1,a_2 的 2 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列为 b_1,b_2,b_3,b_4，

不妨设 $b_1\geqslant b_2\geqslant b_3\geqslant b_4$.

由（Ⅱ）知，为得到 A_0 的 3 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列，一定分拆 $b_1=c_4+c_5\ \left(c_4\geqslant c_5>0\right)$，得到数列 c_1,c_2,c_3,c_4,c_5，其中 $c_1=b_2$，$c_2=b_3$，$c_3=b_4$，及 $c_5\geqslant 0.6b_2$.

若 $c_4\geqslant c_1$,则由 $c_1=b_2\geqslant 0.6b_1$，即 $b_1\leqslant\frac{5}{3}b_2$ 及 $c_5\geqslant 0.6c_1=0.6b_2$，可得

$$c_4=b_1-c_5\leqslant b_1-0.6b_2\leqslant\frac{5}{3}b_2-\frac{3}{5}b_2=\frac{16}{15}b_2<\frac{6}{5}b_2.$$

若 $c_4=x+y(x\geqslant y>0)$，有 $y\leqslant 0.5c_4<0.5\times 1.2b_2=0.6b_2$，与题设 $y\geqslant 0.6b_2$ 矛盾，不合题意.

此时，数列 c_1,c_2,c_3,c_4,c_5 中的最大项 c_4 无法再分拆，此时分拆结束.

于是，为得到 4 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列，必须有 $c_4<c_1=b_2$，此时 $c_4\geqslant c_5\geqslant 0.6b_2$，$b_1=c_4+c_5\geqslant 1.2b_2$.

所以，分拆 $c_1=b_2$ 为 d_5，$d_6\ \left(d_5\geqslant d_6>0\right)$，得到数列 d_1,d_2,d_3,d_4,d_5,d_6，其中 $d_1=c_2\geqslant d_2=c_3$，$d_3=c_4\geqslant d_4=c_5$ 及 $d_6\geqslant 0.6d_1=0.6c_2=0.6b_3$.

于是 $b_2=c_1=d_5+d_6\geqslant 1.2b_3$.

若 d_3 是数列 d_1,d_2,d_3,d_4,d_5,d_6 中的最大项，

因为 $b_3 \geqslant \frac{3}{5}b_1$，即 $b_1 \leqslant \frac{5}{3}b_3$，又 $c_5 \geqslant \frac{3}{5}c_1 = \frac{3}{5}b_2 \geqslant \frac{3}{5}\times\frac{6}{5}b_3 = \frac{18}{25}b_3$，

于是 $d_3 = c_4 = b_1 - c_5 \leqslant \frac{5}{3}b_3 - \frac{18}{25}b_3 = \frac{71}{75}b_3 < b_3 = c_2 = d_1$，与假设矛盾.

所以 d_3 不是此时数列的最大项.

若 d_5 是数列 d_1,d_2,d_3,d_4,d_5,d_6 中的最大项，

因为 $b_3 \geqslant \frac{3}{5}b_1 \geqslant \frac{3}{5}\times\frac{6}{5}b_2 = \frac{18}{25}b_2$，所以 $d_6 \geqslant \frac{3}{5}d_1 = \frac{3}{5}b_3 \geqslant \frac{54}{125}b_2$，

又 $b_2 \leqslant \frac{25}{18}b_3$，所以 $d_5 = b_2 - d_6 \leqslant b_2 - \frac{54}{125}b_2 = \frac{71}{125}b_2 \leqslant \frac{71}{125}\times\frac{25}{18}b_3 = \frac{71}{90}b_3 < b_3 = c_2 = d_1$，与假设矛盾.

所以 d_5 不是此时数列的最大项.

所以 $d_1 = c_2 = b_3$ 是此时数列的最大项.

此时，应有 $d_1 = c_2 = b_3 < 1.2b_4 = 1.2c_3 = 1.2d_2$，否则，$b_1 \geqslant 1.2b_2 \geqslant 1.2^2 b_3 \geqslant 1.2^3 b_4$，

于是 $0.6b_1 > 0.6\times 1.2^3 b_4 = \frac{3}{5}\times(\frac{6}{5})^3 b_4 = \frac{648}{625}b_4 > b_4$，

与题设 $b_4 \geqslant 0.6b_1$ 矛盾，不合题意，所以 $b_3 < 1.2b_2$.

若 $b_3 = x + y(x \geqslant y > 0)$，有 $y \leqslant 0.5b_3 < 0.5\times 1.2b_4 = 0.6b_4$，与题设 $y \geqslant 0.6b_4$ 矛盾，不合题意.

此时，数列 d_1,d_2,d_3,d_4,d_5,d_6 中的最大项 d_1 无法再分拆，此时分拆结束.

因此，若数列 a_1,a_2 存在 k 阶完美 $\mathfrak{R}_{0.6}$ 分拆数列，则 $k \leqslant 4$.

综上，k 的最大值为 4.