2026 北京海淀高三一模

数　　学

2026.04

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知全集 $U=\{x\mid |x-1|<3\}$，$A=\{x\mid x^2<4\}$，则 $\complement_U A=$

（A）$\{x\mid -2<x<2\}$　　（B）$\{x\mid 2\leqslant x<4\}$

（C）$\{x\mid -1<x\leqslant 4\}$　　（D）$\{x\mid -2<x<4\}$

（2）已知等差数列 $\{a_n\}$，$a_1=-1$，$a_3+a_7=14$，则 $a_9=$

（A）13　　（B）15

（C）17　　（D）18

（3）抛物线 $W:y^2=8x$ 的焦点为 F，点 A 在 W 上，且 $|AF|=6$，则线段 AF 中点的横坐标为

（A）2　　（B）$\dfrac{5}{2}$

（C）3　　（D）$\dfrac{7}{2}$

（4）若函数 $f(x)=\ln\dfrac{x+a}{x+1}$ 是奇函数，则 $a=$

（A）-1　　（B）$-\dfrac{1}{2}$

（C）0　　（D）1

（5）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=\dfrac{\pi}{4}$，$\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则

（A）$c<a<b$　　（B）$b<a<c$

（C）$c^2+b^2<a^2$　　（D）$c^2+a^2<b^2$

（6）已知 $(2-3x)^5=a_0+3a_1x+3^2a_2x^2+3^3a_3x^3+3^4a_4x^4+3^5a_5x^5$，则 $a_2=$

（A）-10　　（B）10

（C）-80　　（D）80

（7）　在某密码系统中，生成密码需要从含有 94 个符号的字符集中随机选择字符. 密码熵 H（单位：比特）的计算公式为 $H=\log_2(94^l)$, 其中 l 为密码长度. 根据密码熵估计表，当 $l=8$ 时，$H\approx 52.4$ 比特. 若某

用户将密码长度从 $l=6$ 增加到 $l=18$，则密码熵的增加量约为

（A）78.6 比特　　（B）86.4 比特

（C）99.0 比特　　（D）104.8 比特

（8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx, & x<0,\\ bx^2-ax, & x\geq 0,\end{cases}$ 则“$ab<0$”是“$f(x)$ 在 **R** 上为单调函数”的

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（9）已知平行四边形的两个顶点为 $M(-1,1)$，$P(t,-t)$，另两个顶点在圆 $x^2+y^2=8$ 上. 若对于给定的 t，这样的平行四边形有且只有一个，则 t 的取值范围是

（A）$[-3,-1)$　　（B）$[1,3]$

（C）$[2,4]$　　（D）$[3,5)$

（10）已知平面上的点 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 满足 $\angle A_1A_2A_3=\angle A_2A_3A_4=\angle A_3A_4A_5=\dfrac{2\pi}{3}$，且 $\overrightarrow{A_1A_2}\cdot\overrightarrow{A_2A_3}=\overrightarrow{A_2A_3}\cdot\overrightarrow{A_3A_4}=\overrightarrow{A_3A_4}\cdot\overrightarrow{A_4A_5}$，则下列等式中一定不成立的是

（A）$\overrightarrow{A_1A_5}=\overrightarrow{A_2A_4}$　　（B）$\overrightarrow{A_1A_5}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{A_4A_5}$

（C）$\overrightarrow{A_1A_5}=2\overrightarrow{A_2A_4}$　　（D）$\overrightarrow{A_1A_5}=\dfrac{5}{2}\overrightarrow{A_4A_5}$

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

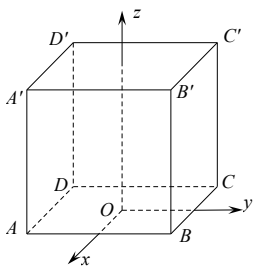
（11）若复数 z 满足 $\dfrac{z}{\mathrm{i}}+\mathrm{i}=2$，则 $z=$_____，$|\bar{z}|=$_____.

（12）已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，若 C 上一点 P 满足 $|PF_1|=3$，则 $|PF_2|=$_____.

（13）设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $S_{n+2}-S_{n+1}=4(a_{n+1}-a_n)$，则公比 $q=$_____.

（14）将函数 $f(x)=2^x+a|x|(a\neq 0)$ 的图象向左平移 1 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度，所得图象位于 $f(x)$ 图象的上方，则 a 的一个取值为_____，a 的最大值为_____.

（15）如图，正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 2，以底面 $ABCD$ 的中心 O 为原点建立空间直角坐标系 $O-xyz$，其中坐标轴 Ox,Oy,Oz 分别与正方体的三条棱平行. 设正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 表面及其内部所有点构成的集合为 Ω，集合 $T=\{(x,y,z)\in\Omega\,|\,x^2+y^2\leq z\}$，记 W 为 T 中所有点构成的几何体. 给出下列四个结论：



① $(1,1,1)\in T$；

② W 被平面 $A'B'C'D'$ 所截的截面面积为 4；

③ W 的体积大于 $\frac{4\pi}{3}$；

④ W 表面上的点到点 $(0,0,1)$ 的距离的最小值为 1.

其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

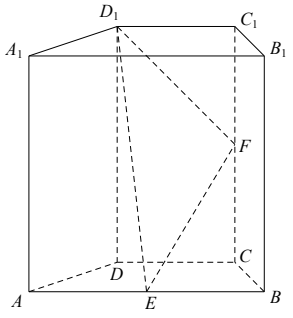
已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$ $(\omega>0)$ 两个相邻零点的距离为 $\frac{\pi}{2}$，且 $f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求 A,ω 的值；

（Ⅱ）设 $g(x)=f(x)-2\sqrt{3}\cos^2 x$，求 $g(x)$ 的单调递增区间.

（17）（本小题 14 分）

如图，在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB\parallel CD$，$AB=2$，$AD=CD=1$，$\angle DAB=60^\circ$，E,F 分别为 AB,CC_1 的中点.



（Ⅰ）求证：$EF\parallel$ 平面 ADD_1A_1；

（Ⅱ）从下列条件①，条件②，条件③中选择一个作为已知条件，使得直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 存在且唯一，求平面 D_1EF 与平面 ADD_1A_1 夹角的余弦值.

条件①：$A_1D_1\perp BD$；

条件②：$EF=\sqrt{2}$；

条件③：EF 与平面 $ABCD$ 所成角为 45°.

注：如果选择的条件不符合要求，第（Ⅱ）问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

（18）（本小题 13 分）

为了调查“AI 赋能教学活动”的实施效果是否达到预期，对甲、乙两个学区的教师进行简单随机抽样，获得评价数据如下表：

学　区	甲		乙	
性　别	男	女	男	女
达到预期	260 人	200 人	240 人	190 人
未达到预期	190 人	150 人	60 人	110 人

假设所有教师的评价相互独立. 用频率估计概率.

（Ⅰ） 估计甲学区教师的评价为“达到预期”的概率；

（Ⅱ）若教师的评价为“达到预期”，则赋分为 5；若教师的评价为“未达到预期”则赋分为 0.

（ⅰ）从这两个学区的所有男教师中随机抽取 2 人，所有女教师中随机抽取 1 人，记随机变量 X 为这 3 人的赋分之和，估计 X 的数学期望；

（ⅱ）记甲学区样本赋分的方差为 s_1^2，乙学区样本赋分的方差为 s_2^2，两学区所有样本赋分的方差为 s_3^2. 比较 s_1^2，s_2^2，s_3^2 的大小.（**结论不要求证明**）

（19）（本小题 15 分）

已知椭圆 E: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，其左、右焦点和上顶点构成的三角形面积为 $3\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）设 O 为坐标原点，$M(x_0,y_0)$ 为第一象限内 E 上的动点，点 N 在直线 $y=-2$ 上，且 $OM\perp ON$. 过 $A(0,3)$ 作 MN 的垂线交直线 OM 于 B，求 $|AB|$ 的值.

（20）（本小题 15 分）

设函数 $f(x)=x^2-\ln(ax+1)+ax\ (a\neq 0)$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求证：直线 $y=0$ 是曲线 $y=f(x)$ 的切线；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）判断函数 $g(x)=x\,f(x)$ 是否存在极值. 如果存在，求出所有的极值；如果不存在，说明理由.

（21）（本小题 15 分）

对于正整数 $m,n\left(m\geqslant 3，\ n\geqslant 3\right)$，集合 $M=\{(x,y)\,|\,1\leqslant x\leqslant m,1\leqslant y\leqslant n,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$. 给定集合 M 的一个子集 A，对于 M 中的元素 (a,b)，若存在 $(x,y)\in M$ 且 $x>a,y>b$，使得集合 $\{(a,b),(a,y),(x,b),(x,y)\}$ 与 A 的交集所含元素个数为 0 或 4，则称 (a,b) 为 A 的一个“同形点”.

（Ⅰ）当 $m=n=3$ 时，写出集合 $A=\{(1,1),(2,2)\}$ 的所有“同形点”；

（Ⅱ）当 A 只有一个元素时，求其“同形点”的个数；

（Ⅲ）若 M 的任意子集都有“同形点”，求 mn 的最小值.

（考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效）

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1）B　（2）B　（3）C　（4）A　（5）C

（6）D　（7）A　（8）A　（9）D　（10）B

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）$1+2i$　$\sqrt{5}$　（12）7

（13）2　（14）1（答案不唯一）2

（15）②③

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

（16）（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $A\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $A=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以 $A=1$.

因为 $f(x)$ 的两个相邻零点的距离为 $\frac{\pi}{2}$，

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{\pi}{2}\cdot 2=\pi$.

所以 $\frac{2\pi}{\omega}=\pi$.

所以 $\omega=2$，$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得，$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

所以 $g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})-2\sqrt{3}\cos^2 x$.

$=\sin(2x+\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}(\cos 2x+1)$

$=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\sqrt{3}(\cos 2x+1)$

$=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\sqrt{3}$

$=\sin(2x-\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}$

令　$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$

解得 $k\pi-\frac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{5\pi}{12}$

$g(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{5\pi}{12}],k\in\mathbf{Z}$.

（17）（共 14 分）

解：（Ⅰ）法一：取 DD_1 中点 M，连接 MF,MA，

因为直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，

所以四边形 DCC_1D_1 为平行四边形.

因为 M,F 分别是 D_1D,C_1C 的中点，

所以 $MF\parallel CD$，$MF=CD$，

又 $AB\parallel CD$，点 E 是 AB 的中点，

所以 $MF\parallel AE,MF=AE$.

所以 四边形 $MAEF$ 为平行四边形.

所以 $MA\parallel EF$.

因为 $MA\subset$ 平面 ADD_1A_1，$EF\not\subset$ 平面 ADD_1A_1

所以 $EF\parallel$ 平面 ADD_1A_1.

法二：

在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，连接 CE，

因为 $CD=1$，$AB=2$，E 为 AB 中点，

所以 $AE=DC$，

又因为 $AB\parallel DC$，即 $AE\parallel DC$，

所以四边形 $AECD$ 为平行四边形，

所以 $AD\parallel EC$，

又因为 $FC\parallel D_1D$，$AD\cap D_1D=D$，$EC\cap FC=C$，

且 $AD,D_1D\subset$ 平面 ADD_1A_1，$EC,FC\subset$ 平面 EFC，

所以平面 $ADD_1A_1\parallel$ 平面 EFC，

又 $EF\subset$ 平面 EFC，

所以 $EF\parallel$ 平面 ADD_1A_1.

（Ⅱ） 连接 BD.

因为 $AD=1,AB=2,\angle DAB=60°$，

所以 $BD=\sqrt{3}$，由 $AD^2+BD^2=AB^2$，

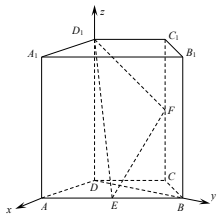
所以 $AD\perp BD$，

又因为 $D_1D\perp$ 平面 $ABCD$，

所以 $D_1D\perp AD, D_1D\perp BD$，

所以 AD, BD, D_1D 两两垂直，

如图，以 D 为坐标原点，建立空间直角坐标系 $D-xyz$.



选②：

连接 CE ，在 $\mathrm{Rt}\triangle ECF$ 中，

因为 $EF=\sqrt{2}$ ， $CE=AD=1$ ，

所以 $CF=1$ ，所以 $CC_1=2$ ，

所以 $D_1(0,0,2), E(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0), F(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},1)$ ，

$\overrightarrow{EF}=(-1,0,1), \overrightarrow{ED_1}=(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2},2)$ ，

设平面 D_1EF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ ，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{EF}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{ED_1}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$ ，

即 $\begin{cases}-x+z=0,\\ -\frac{x}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}y+2z=0.\end{cases}$

令 $x=1$ ，则 $y=\sqrt{3}, z=1$ ，

所以 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},1)$ ，

又平面 ADD_1A_1 的法向量 $\boldsymbol{m}=(0,1,0)$ ，

设平面 D_1EF 与平面 ADD_1A_1 的夹角为 θ ，

所以 $\cos\theta=|\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>|=\frac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

选③：

因为 $FC\perp$ 平面 $ABCD$ ，

所以 EC 为 EF 在平面 $ABCD$ 上的射影，

所以 $\angle FEC$ 为 EF 与平面 $ABCD$ 所成的角.

因为 EF 与平面 $ABCD$ 所成角为 $45°$ ，

所以 $\angle FEC=45°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle FEC$ 中， $CF=CE=AD=1$ ，

所以 $CC_1=2$ ，后续解法同②.

（18）（共 13 分）

解：（Ⅰ）根据题中数据，样本中甲学区教师的人数为 $260+200+190+150=800$ 人，其中评价为“达到预期”的人数为 $260+200=460$ 人，

所以甲学区教师评价为“达到预期”的概率估计为 $\frac{460}{800}=\frac{23}{40}$.

（Ⅱ）(i) X 的取值范围为 $\{0,5,10,15\}$.

男教师的评价为“达到预期”的概率估计值为 $\frac{240+260}{240+260+190+60}=\frac{2}{3}$

女教师的评价为“达到预期”的概率估计值为 $\frac{200+190}{200+190+150+110}=\frac{3}{5}$

所以 $P(X=0)=(\frac{1}{3})^2\times\frac{2}{5}=\frac{2}{45}$，

$P(X=5)=(C_2^1\frac{1}{3}\times\frac{2}{3})\times\frac{2}{5}+(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3})\times\frac{3}{5}=\frac{11}{45}$，$P(X=10)=(\frac{2}{3})^2\times\frac{2}{5}+(C_2^1\frac{1}{3}\times\frac{2}{3})\times\frac{3}{5}=\frac{20}{45}$，

$P(X=15)=(\frac{2}{3})^2\times\frac{3}{5}=\frac{12}{45}$，

所以 $E(X)=0\times\frac{2}{45}+5\times\frac{11}{45}+10\times\frac{20}{45}+15\times\frac{12}{45}=\frac{11+40+36}{9}=\frac{29}{3}$.

(ii) $s_1^2>s_3^2>s_2^2$

（19）（共 15 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2},\\ \frac{1}{2}\cdot 2c\cdot b=3\sqrt{3},\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$

解得 $a=2\sqrt{3}$，$b=\sqrt{3}$，$c=3$.

所以椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$.

（Ⅱ）设 $N(t,-2)$.

因为 $OM\perp ON$，

所以 $tx_0-2y_0=0$.

当 $t=x_0$ 时，$\begin{cases}tx_0-2y_0=0,\\ {x_0}^2+4{y_0}^2=12,\end{cases}$

解得 $y_0=\frac{3}{2}$, $x_0=\sqrt{3}$.

直线 OM 为 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x$,

又直线 AB 为 $y=3$,

所以 $B(2\sqrt{3},3)$, $|AB|=2\sqrt{3}$.

法一：

当 $t\neq x_0$ 时, $k_{MN}=\frac{y_0+2}{x_0-t}=\frac{y_0+2}{x_0-\frac{2y_0}{x_0}}=-\frac{x_0}{2(2y_0-3)}$

所以 $k_{AB}=\frac{2(2y_0-3)}{x_0}$,

直线 AB 的方程为 $y=\frac{2(2y_0-3)}{x_0}x+3$,

又 OM 为 $y=\frac{y_0}{x_0}x$,

联立得 $x_B=\frac{x_0}{2-y_0}$, 所以 $y_B=\frac{y_0}{2-y_0}$

所以 $|AB|=\sqrt{(\frac{x_0}{2-y_0})^2+(\frac{y_0}{2-y_0}-3)^2}=\sqrt{\frac{x_0^{\ 2}+16y_0^{\ 2}-48y_0+36}{4-4y_0+y_0^{\ 2}}}=2\sqrt{3}$

法二：

当 $t\neq x_0$ 时, $k_{MN}=\frac{y_0+2}{x_0-t}$,

所以 $k_{AB}=-\frac{x_0-t}{y_0+2}$,

AB 方程为 $y=-\frac{x_0-t}{y_0+2}x+3$

又 OM 为 $y=\frac{y_0}{x_0}x$,

联立得 $(\frac{y_0}{x_0}+\frac{x_0-t}{y_0+2})x=3$, $\frac{y_0^{\ 2}+2y_0+x_0^{\ 2}-tx_0}{x_0(y_0+2)}x=3$,

$\frac{y_0^{\ 2}+x_0^{\ 2}}{x_0(y_0+2)}x=3$, $\frac{12-3y_0^{\ 2}}{x_0(y_0+2)}x=3$,

$x_B=\frac{x_0}{2-y_0}$,

所以 $y_B=\frac{y_0}{2-y_0}$.

所以 $|AB|=\sqrt{(\frac{x_0}{2-y_0})^2+(\frac{y_0}{2-y_0}-3)^2}=\sqrt{\frac{x_0^2+16y_0^2-48y_0+36}{4-4y_0+y_0^2}}=2\sqrt{3}$

（20）（共 15 分）

解：（Ⅰ）当 $a=1$ 时， $f(x)=x^2-\ln(x+1)+x$ ，定义域为 $(-1,+\infty)$.

所以 $f'(x)=2x-\frac{1}{x+1}+1$.

因为 $f(0)=0$ ， $f'(0)=0$ ，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线为 $y=0$.

问题得证.

（Ⅱ）因为 $f'(x)=2x-\frac{a}{ax+1}+a=\frac{2ax^2+(2+a^2)x}{ax+1}$.

令 $f'(x)=0$ ，得 $x_1=0$ ， $x_2=-\frac{1}{a}-\frac{a}{2}$.

当 $a>0$ 时， $f(x)$ 的定义域为 $(-\frac{1}{a},+\infty)$.

$x_2=-\frac{1}{a}-\frac{a}{2}<-\frac{1}{a}$ ，

$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下表：

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$ ，单调递减区间为 $(-\frac{1}{a},0)$.

当 $a<0$ 时， $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,-\frac{1}{a})$.

$x_2=-\frac{1}{a}-\frac{a}{2}>-\frac{1}{a}$ ，

$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化情况如下表：

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,-\frac{1}{a})$，单调递减区间为 $(-\infty,0)$.

（Ⅲ） $g(x)$ 不存在极值.

因为 $g(x)=x\cdot f(x)$，

所以 $g'(x)=xf'(x)+f(x)$，

由（Ⅱ）知，

当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$，所以 $xf'(x)>0$，

当 $x<0$ 时，$f'(x)<0$，所以 $xf'(x)>0$，

且 $f(x)\geqslant f(0)=0$，

所以 $g'(x)\geqslant 0$，$g(x)$ 不存在极值.

（21）（共 15 分）

解：（Ⅰ）$(1,2),(2,1)$；

（Ⅱ） A 的“同形点”的个数为 $mn-m-n$.

证明如下：

设 $A=\{(i,j)\}$，由题：取集合 $T=\{(x,y)\,|\,1\leq x<m,1\leq y<n,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$.

若 (x,y) 为 A 的“同形点”，应有 $(x,y)\in T$，且 $(x,y)\notin A$.

（1）当 $i<m,\ j<n$ 时，若 $(x,y)\notin A$ 且 $(x,y)\in T$，取 (z,t) 为 (m,n)，

则 $\{(x,y),(x,t),(z,y),(z,t)\}$ 与 A 的交集元素个数为 0，

此时 (x,y) 为 A 的“同形点”，共有 $(m-1)(n-1)-1=mn-m-n$ 个；

（2）当 $i=m,\ j<n$ 时，同理可得 T 中除 $(m-1,j)$ 外，

其余元素都是 A 的“同形点”， 共有 $mn-m-n$ 个；

（3）当 $i<m,\ j=n$ 时，同理可得 T 中除 $(i,n-1)$ 外，

其余元素都是 A 的“同形点”，共有 $mn-m-n$ 个；

（4）当 $i=m,j=n$ 时，同理可得 T 中除 $(m-1,n-1)$ 外，其余元素都是 A 的“同形点”，共有 $mn-m-n$ 个.

综上可得 A 的“同形点”的个数为 $mn-m-n$.

（Ⅲ） mn 的最小值为 21.

证明如下：

首先当 $m=3,\ n=7$ 时，$mn=21$，由对称性不妨设 A 中元素个数不少于 11，

对于 $j=1,2,\cdots,7$，设 $\{(i,j)\,|\,(i,j)\in M\}\cap A$ 的元素个数为 x_j，

（1）若存在 $x_k=3$，因为 $11-3>6$，所以存在 $l\neq k$，有 $x_l\geq 2$，不妨设 $l<k$，

则 $(1,l),(2,l)$ 中至少一个是 A 的“同形点”；

（2）若 $x_i\leq 2$ 恒成立，因为 $11-7=4$，所以存在 $i_1<i_2<i_3<i_4$，

有 $x_{i_1}=x_{i_2}=x_{i_3}=x_{i_4}=2$，因为 $C_3^2=3<4$，

所以存在 $\{k,l\}\subseteq\{i_1,i_2,i_3,i_4\}$，$1\le p<q\le 3$，使得 $\{(k,p),(k,q),(l,p),(l,q)\}\subseteq A$，

不妨设 $l<k$，则 (l,p) 为 A 的“同形点”.

其次当 $mn<21$ 时，不妨设 $m\le 4$；

（1）若 $m=3$，则 $n\le 6$，

取 $A=\{(1,1),(2,1),(1,2),(3,2),(2,3),(3,3),(1,4),(2,5),(3,6)\}\bigcap M$

可得其无“同形点”；

（2）若 $m=4$，则 $n\le 5$，

取 $A=\{(1,1),(2,1),(1,2),(3,2),(1,3),(4,3),(2,4),(3,4),(2,5),(4,5)\}\bigcap M$，

可得其无“同形点”；

综上 mn 的最小值为 21.