2026 北京东城高三二模

数　　学

2026.5

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知全集 $U=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{x\in U\,|\,x>-1\}$，则 $\complement_U A=$

（A）$\{-2\}$　　（B）$\{-2,-1\}$

（C）$\{-2,-1,0\}$　　（D）$\{-1,0\}$

（2）在复平面内，复数 $\dfrac{1}{(2-\mathrm{i})^2}$ 的共轭复数对应的点位于

（A）第一象限　　（B）第二象限

（C）第三象限　　（D）第四象限

（3）已知 $\cos 2\alpha=-\dfrac{3}{5}$，则 $\cos(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)=$

（A）$\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　（B）$\pm\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

（C）$\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　（D）$\pm\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

（4）已知函数 $y=x^2+4^x$ 与 $y=x^2+2^{ax}$ 的图象关于 y 轴对称，则 $a=$

（A）-2　　（B）$-\dfrac{1}{2}$

（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）2

（5）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $E:y^2=4x$ 的焦点为 F，点 A 在抛物线 E 上，$AB\perp x$ 轴，垂足为 B.

若 $|FB|=2|OF|$，则 $|AB|=$

（A）2　　（B）$2\sqrt{3}$

（C）4　　（D）$4\sqrt{3}$

（6）某学校操场的每条跑道由两段直道和两段半圆形弯道组成（如图 1）. 运动员比赛时，从某条跑道弯道处的起跑线 AB 上选取一点 P 作为起跑点，沿直线 PQ 加速后从点 Q 切入弯道内侧分道线，即 PQ 与内侧分道线相切. 以半圆的圆心 O 为原点，建立平面直角坐标系（如图 2）. 若 $|OA|=40$，$|PQ|=9$，则直线 PQ 的方程为

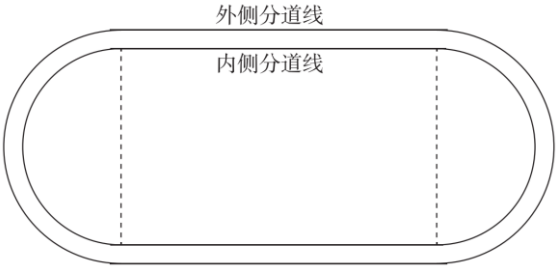


图 1

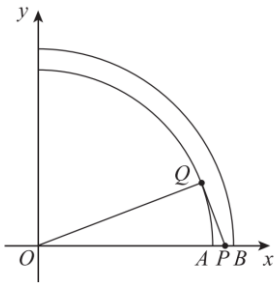


图 2

（A）$40x+9y-1640=0$　　（B）$9x+40y-369=0$

（C）$40x-9y-1640=0$　　（D）$9x-40y-369=0$

（7）已知非零实数 x,y 满足 $2^x=3^y$，则下列各式中为定值的是

（A）$x-y$　　（B）$3x-2y$

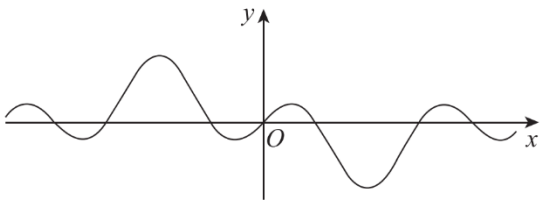
（C）$\dfrac{x}{y}$　　（D）$\dfrac{x^3}{y^2}$

（8）已知 a,b,c,d 均为正实数，则“$a+b>c+d$”是“$a^2+b^2>c^2+d^2$”的

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（9）已知函数 $y=F(x)$ 的部分图象如图所示，若 $F(x)=f(x)g(x)$，则 $f(x)$，$g(x)$ 可以为



（A）$f(x)=\sin 2x$，$g(x)=\sin x$

（B）$f(x)=\sin 2x$，$g(x)=\cos x$

（C）$f(x)=\cos 2x$，$g(x)=\sin x$

（D）$f(x)=\cos 2x$，$g(x)=\cos x$

（10）已知平面向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 为不全相等的单位向量，$\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2=\boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{e}_3=\boldsymbol{e}_3\cdot\boldsymbol{e}_1$. 设平面向量 $\boldsymbol{a}$ 为非零向量，令 $x=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}_1$，$y=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}_2$，$z=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}_3$，则

（A）当 $x>y$ 时，$z<0$　　（B）当 $|x|=|y|$ 时，$z=0$

（C）存在 $\boldsymbol{a}$，使得 $|x|=|y|=|z|$　　（D）当 $x=|\boldsymbol{a}|$ 时，$y=z$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）二项式$\left(\sqrt{x}-\frac{2}{x}\right)^5$的展开式中，含 x 项的系数为_____.

（12） 已知$\{a_n\}$为等比数列，$a_1=1$，$a_3=4$. 若$a_2>a_1$，则$a_4=$_____；若$a_2<a_1$，则$\{a_n\}$的前 4 项和为_____.

（13）已知双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{m^2}=1$与$\frac{y^2}{2}-\frac{x^2}{n^2}=1$有相同的渐近线，则数对$(m,n)$可以为_____.

（14）在三棱锥$P-ABC$中，$AB=6$，$BC=8$，$AC=10$.

(i)若$PA\perp$面ABC，$PA=3$，则三棱锥的体积为_____；

(ii)若该三棱锥的某两条侧棱的长度之和为12，则三棱锥体积的最大值为_____.

（15）已知无穷数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$都不是常数列. 给出下列四个结论：

① 设等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的公差分别为d_1,d_2，若$\{a_n\}$的项均为$\{b_n\}$的项，则$|d_1|\geq|d_2|$；

② 设等比数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的公比分别为q_1,q_2，若$\{a_n\}$的项均为$\{b_n\}$的项，则$|q_1|\geq|q_2|$；

③ 设等差数列$\{a_n\},\{b_n\}$的公差分别为d_1,d_2，且$d_1>0,d_2>0$，若$\{a_n+b_n\}$的项均为$\{a_n\}$的项，又均为$\{b_n\}$的项，则$d_1=d_2$；

④ 设等比数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的公比分别为q_1,q_2，且$q_1>1,q_2>1$，若$\{a_n+b_n\}$的项均为$\{b_n\}$的项，则$q_1=q_2$.

其中正确结论的序号是_____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

在$\triangle ABC$中，$\cos C=\frac{1}{5}$，$\frac{\tan C}{\tan A}=\frac{25c}{7a}$.

（I）求$\cos A$；

（II）若$a=5$，求$\triangle ABC$的面积.

（17）（本小题 14 分）

如图，几何体 $ABCDEF$ 中，平面 $ABCD\perp$ 平面 $ACEF$，$AC\perp AB$，$AC\perp AF$，$AC\parallel EF$，$AB=AC=2EF=2$，$DA=DC$，M 为 BC 的中点，点 B,D 在直线 AC 两侧.

（I）求证：$DM\perp$ 平面 $ACEF$；

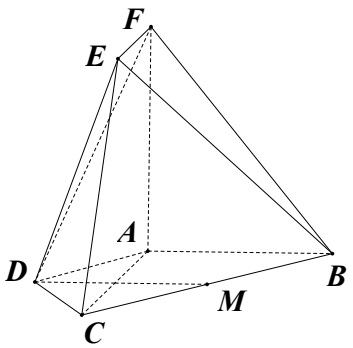
（II）已知 $AF=\sqrt{6}$，再从下列条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得几何体 $ABCDEF$ 存在，求平面 CDE 与平面 ABF 夹角的余弦值.

条件①：$DC\perp BF$；

条件②：$DE=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$；

条件③：点 D 到平面 $ACEF$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

注：如果选择的条件不符合要求，第（II）问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.



（18）（本小题 13 分）

某连锁企业为了解两款产品 A 和 B 的收益情况，从所有门店中随机抽取 8 个门店，记录并整理这些门店同一季度的产品 A,B 的收益（单位：万元），如下表：

门店 产品	1	2	3	4	5	6	7	8
A	5.8	7.2	8.5	9.5	11.2	11.9	12.9	13.7
B	3.7	5.7	7.9	9.6	13.2	15.1	17.9	19.5

用频率估计概率.

（I）从该企业所有门店中随机抽取 1 家，估计这个门店产品 A 收益高于产品 B 收益的概率；

（II）从表中的 8 个门店中，随机抽取 3 家，记 X 为这 3 个门中产品 A 收益高于产品 B 收益的门店个数，求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$；

（III）这 8 家门店中，设门店 $i(i=1,2,\cdots,8)$ 的产品 A，B 的收益分别为 x_i，y_i，记 $a_i=\dfrac{1}{3}x_i+\dfrac{2}{3}y_i$，$b_i=\dfrac{2}{3}x_i+\dfrac{1}{3}y_i$，$c_i=\dfrac{1}{2}x_i+\dfrac{1}{2}y_i$，数据 $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7,a_8$ 的方差为 s_a^2，数据 $b_1,b_2,b_3,b_4,b_5,b_6,b_7,b_8$ 的方差记为 s_b^2，数据 $c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6,c_7,c_8$ 的方差为 s_c^2，写出 s_a^2，s_b^2，s_c^2 的大小关系.（结论不要求证明）

（19）（本小题 15 分）

已知椭圆 $W:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $(\sqrt{3},0)$，且经过点 $(-1,\frac{\sqrt{3}}{2})$.

（I）求椭圆 W 的方程；

（II）已知点 $A(a,0)$，$T(0,t)(t\neq\pm1)$. 设直线 $x=a$ 分别与直线 $y=b,y=-b$ 交于点 M,N，直线 MT 与直线 $y=-b$ 交于点 P，直线 NT 与直线 $y=b$ 交于点 Q，直线 AT 交椭圆 W 于另一点 R，求证：P,Q,R 三点共线.

（20）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\ln x$，$g(x)=ax^2+b$. 当 $m>0$ 时，曲线 $y=f(x)$ 在点 $(m,f(m))$ 处的切线为 l_1，曲线 $y=g(x)$ 在点 $(m,g(m))$ 处的切线为 l_2，且 $l_1\perp l_2$.

（Ⅰ）求 a 的值；

（Ⅱ）当 $b>-\frac{3}{2}$ 时，求证：l_1 与 l_2 的交点位于 y 轴右侧；

（Ⅲ）已知 $b>0$，设 l_1 与 y 轴交于点 A，l_2 与 x 轴交于点 B. 若存在 $m\in(0,\mathrm{e})$（e 为自然对数的底），使得 $|OA|=\mathrm{e}|OB|$，求 b 的最大值.

（21）（本小题 15 分）

已知集合 $A=\{1,2,\cdots,n\}(n\geq2)$，$M=\{(x,y)|x\in A,y\in A\}$. 将 M 中的 n^2 个不同元素排成一列，得到序列：$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_{n^2},y_{n^2})$，其中 (x_i,y_i) 称为该序列的第 i 项 $(i=1,2,\cdots,n^2)$，若该序列的相邻项满足 $|x_{i+1}-x_i|+|y_{i+1}-y_i|=1$ $(i=1,2,3,\cdots,n^2-1)$，则称该序列为 Γ_n 序列. 若 Γ_n 序列中的项 (x_i,y_i) $(i\in\{2,3,\cdots,n^2-1\})$ 满足 $x_{i-1}=x_i=x_{i+1}$ 或 $y_{i-1}=y_i=y_{i+1}$，则称该项 (x_i,y_i) 具有性质 T.

（Ⅰ）已知 $(1,1)$，$(x,2)$，$(2,y)$，(z,w) 为 Γ_2 序列，写出 x，y，z，w 的值；

（Ⅱ）求证：Γ_3 序列中存在具有性质 T 的项；

（Ⅲ）求证：Γ_{11} 序列中具有性质 T 的项的个数不少于 10.

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

参考答案

一、选择题（共 10小题，每小题4分，共40分）

（1）B　（2）D　（3 ）C　（4）A　（5）B

（6）A　（7）C　（8）D　（9）C　（10）D

二、填空题（共5 小题，每小题5 分，共25 分）

（11）−10　（12）8　−5

（13）$(\sqrt{2},2)$（答案不唯一）　（14）24　$24\sqrt{3}$

（15）①③④

三、解答题（共6小题，共 85 分）

（16）（共 13 分）

解：

（I）因为 $\frac{\tan C}{\tan A}=\frac{25c}{7a}$，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，得 $\frac{c}{a}=\frac{\sin C}{\sin A}$，

所以 $\frac{\tan C}{\tan A}=\frac{25\sin C}{7\sin A}$，即 $\frac{\sin C\cdot\cos A}{\cos C\cdot\sin A}=\frac{25\sin C}{7\sin A}$.

因为 $0<\angle A<\pi$，$0<\angle C<\pi$，所以 $\sin A>0$，$\sin C>0$.

从而 $\frac{\cos A}{\cos C}=\frac{25}{7}$.

因为 $\cos C=\frac{1}{5}$，所以 $\cos A=\frac{5}{7}$.　……6 分

（II）由（I）知，在 $\triangle ABC$ 中，$\cos A=\frac{5}{7}$，$\cos C=\frac{1}{5}$，所以 $\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$，$\sin C=\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

所以 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{12\sqrt{6}}{35}$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$ 及 $a=5$，得 $c=\frac{a\sin C}{\sin A}=7$.

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times5\times7\times\frac{12\sqrt{6}}{35}=6\sqrt{6}$.　……13 分

（17）（共 14 分）

解：

（I）因为平面 $ABCD\perp$ 平面 $ACEF$，平面 $ABCD\cap$ 平面 $ACEF=AC$，$AC\subset$ 平面 $ACEF$，$AB\perp AC$，

所以 $AB\perp$ 平面 $ACEF$.

取 AC 的中点 O，连接 DO,OM.

因为 $DA=DC$，所以 $DO\perp AC$.

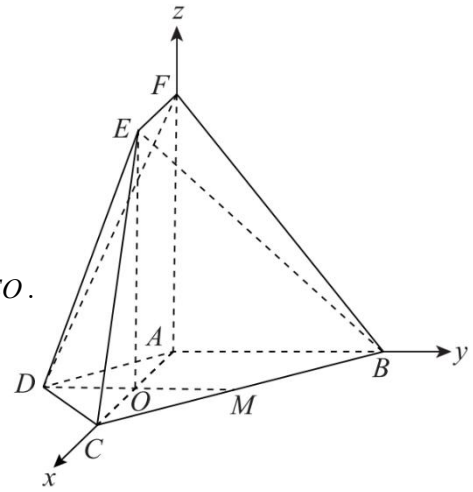
因为 $AB\perp AC$，所以 $DO\parallel AB$.

因为 M 为 BC 的中点，所以 $OM \parallel AB$.

所以 D,O,M 三点共线，则 $DM \parallel AB$.

所以 $DM \perp$ 平面 $ACEF$. ……5 分

（II）由（I）知 $AB \perp$ 平面 $ACEF$，所以 $AB \perp AF$.



又因为 $AB \perp AC$， $AC \perp AF$，

所以如图建立空间直角坐标系 $A-xyz$.

选择条件②：

连接 EO，

由（I）得 $DM \perp$ 平面 $ACEF$， $EO \subset$ 平面 $ACEF$，所以 $DM \perp EO$.

所以 $DO=\sqrt{DE^2-EO^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

所以 $C(2,0,0)$， $D(1,-\dfrac{\sqrt{3}}{2},0)$， $E(1,0,\sqrt{6})$.

因此 $\overrightarrow{DC}=(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2},0)$， $\overrightarrow{CE}=(-1,0,\sqrt{6})$.

设平面 CDE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}y=0\\ -x+\sqrt{6}z=0\end{cases}$.

令 $z=1$ 得 $x=\sqrt{6}$， $y=-2\sqrt{2}$，.于是 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{6},-2\sqrt{2},1)$.

平面 ABF 的法向量为 $\overrightarrow{AC}=(2,0,0)$.

设平面 CDE 与平面 ABF 夹角为 θ，则

所以 $\cos\theta=\left|\cos<\boldsymbol{n},\overrightarrow{AC}>\right|=\dfrac{\left|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}\right|}{|\boldsymbol{n}|\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6+8+1}\times 2}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

所以平面 CDE 与平面 ABF 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. ……14 分

选择条件③：

由（I）知 $DO \perp$ 平面 $ACEF$，所以点 D 到平面 $ACEF$ 的距离为 $DO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

以下同选条件②. ……14 分

（18）（共 13 分）

解：

（I）由题意，8 个门店中，产品 A 收益高于产品 B 收益的门店有 3 个.

所以所求概率估计为 $\dfrac{3}{8}$. ……3 分

（II）X 所有可能取值为 0，1，2，3.

$P(X=0)=\dfrac{C_3^0C_5^3}{C_8^3}=\dfrac{5}{28}$，$P(X=1)=\dfrac{C_3^1C_5^2}{C_8^3}=\dfrac{15}{28}$，

$P(X=2)=\dfrac{C_3^2C_5^1}{C_8^3}=\dfrac{15}{56}$，$P(X=3)=\dfrac{C_3^3C_5^0}{C_8^3}=\dfrac{1}{56}$.

故 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{5}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$

故 X 的数学期望 $E(X)=0\times\dfrac{5}{28}+1\times\dfrac{15}{28}+2\times\dfrac{15}{56}+3\times\dfrac{1}{56}=\dfrac{9}{8}$. ……10 分

（III）$s_a^2>s_c^2>s_b^2$. ……13 分

（19）（共 15 分）

解：

（I）由题意得 $\begin{cases}c=\sqrt{3},\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ 解得 $a^2=4$，$b^2=1$.

故椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ……5 分

（II）由（I）知 $M(2,1)$，$N(2,-1)$，$A(2,0)$.

直线 $MT:y=\dfrac{1-t}{2}x+t$，令 $y=-1$，解得 $x_P=\dfrac{2(t+1)}{t-1}$，

故点 P 的坐标为 $(\dfrac{2(t+1)}{t-1},-1)$.

直线 $NT:y=-\dfrac{t+1}{2}x+t$，令 $y=1$，解得 $x_Q=\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，

故点 Q 的坐标为 $(\dfrac{2(t-1)}{t+1},1)$.

直线 $AT:y=-\dfrac{t}{2}(x-2)$，

由 $\begin{cases}y=-\dfrac{t}{2}(x-2),\\ x^2+4y^2=4,\end{cases}$ 得 $(t^2+1)x^2-4t^2x+4t^2-4=0$.

设 $R(x_1,y_1)$，则 $2x_1=\dfrac{4t^2-4}{t^2+1}$，即 $x_1=\dfrac{2(t^2-1)}{t^2+1}$，$y_1=\dfrac{2t}{t^2+1}$，

故点 R 的坐标为 $(\dfrac{2(t^2-1)}{t^2+1},\dfrac{2t}{t^2+1})$.

当 $t\neq 0$ 时，直线 PQ 的斜率 $k_{PQ}=\dfrac{2}{\dfrac{2(t-1)}{t+1}-\dfrac{2(t+1)}{t-1}}=\dfrac{1-t^2}{4t}$，

$k_{PR}=\dfrac{\dfrac{2t}{t^2+1}+1}{\dfrac{2(t^2-1)}{t^2+1}-\dfrac{2(t+1)}{t-1}}=\dfrac{(t+1)^2}{t^2+1}\cdot\dfrac{(t-1)(t^2+1)}{-4t(t+1)}=\dfrac{1-t^2}{4t}$.

所以 $k_{PR}=k_{PQ}$.

当 $t=0$ 时，直线 PQ 的方程为 $x=-2$，$R(-2,0)$，R 在直线 PQ 上.

综上，P，Q，R 三点共线. ……15 分

（20）（共 15 分）

解：

（Ⅰ）由 $f(x)=\ln x$，$g(x)=ax^2+b$.

得 $f'(x)=\dfrac{1}{x}$，$g'(x)=2ax$.

所以 l_1 的斜率 $k_1=\dfrac{1}{m}$，l_2 的斜率 $k_2=2am$.

因为 $l_1\perp l_2$，所以 $\dfrac{1}{m}\cdot 2am=-1$，

即 $a=-\dfrac{1}{2}$. ……5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得 l_1 的方程为 $y=\dfrac{x}{m}+\ln m-1$，l_2 的方程为 $y=-mx+\dfrac{1}{2}m^2+b$.

l_1，l_2 交点横坐标 x 满足 $\dfrac{x}{m}+\ln m-1=-mx+\dfrac{1}{2}m^2+b$.

所以 $x=\dfrac{m(\frac{1}{2}m^2-\ln m+b+1)}{1+m^2}$，

由于 $m>0,1+m^2>0$，

故只需证明 $h(m)=\dfrac{1}{2}m^2-\ln m+b+1>0$.

因为 $h'(m)=\dfrac{m^2-1}{m}$，

当 $0<m<1$ 时，$h'(m)<0$，所以 $h(m)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减；

当 $m>1$ 时，$h'(m)>0$，所以 $h(m)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

所以 $h(m)$ 的最小值为 $h(1)=\dfrac{3}{2}+b$.

因为 $b>-\dfrac{3}{2}$，所以 $h(1)>0$.

所以 $h(m)>0$.

所以 l_1 与 l_2 的交点位于 y 轴右侧. ……10 分

（Ⅲ）由 l_1 的方程为 $y=\frac{x}{m}+\ln m-1$，

所以 $A(0,\ln m-1)$，

因为 $0<m<\mathrm{e}$，所以 $\ln m-1<0$.

所以 $|OA|=1-\ln m$；

由 l_2 的方程为 $y=-mx+\frac{1}{2}m^2+b$，

所以 $B(\frac{1}{2}m+\frac{b}{m},0)$.

当 $b>0$ 时，$|OB|=\frac{1}{2}m+\frac{b}{m}$.

因为 $|OA|=\mathrm{e}|OB|$，

所以 $1-\ln m=\mathrm{e}(\frac{1}{2}m+\frac{b}{m})$.

所以 $b=\frac{m}{\mathrm{e}}(1-\ln m)-\frac{1}{2}m^2$.

设 $\varphi(m)=\frac{m}{\mathrm{e}}(1-\ln m)-\frac{1}{2}m^2, m\in(0,\mathrm{e})$.

则 $\varphi'(m)=-m-\frac{1}{\mathrm{e}}\ln m$，

所以 $\varphi'(m)$ 在 $(0,\mathrm{e})$ 上单调递减.

又 $\varphi'(\frac{1}{\mathrm{e}})=0$，

当 $m\in(0,\frac{1}{\mathrm{e}})$ 时，$\varphi'(m)>0$，$\varphi(m)$ 单调递增；

当 $m\in(\frac{1}{\mathrm{e}},\mathrm{e})$ 时，$\varphi'(m)<0$，$\varphi(m)$ 单调递减.

所以 $\varphi(m)$ 的最大值为 $\varphi(\frac{1}{\mathrm{e}})=\frac{3}{2\mathrm{e}^2}$.

所以 b 的最大值为 $\frac{3}{2\mathrm{e}^2}$. ……15 分

（21）（共 15 分）

解：

（Ⅰ）$x=1$，$y=2$，$z=2$，$w=1$； ……4 分

（Ⅱ）以 Γ_3 序列中的项为坐标的点记作 $A_1,A_2,\cdots,A_9$，

连接这 9 个点共形成 8 条单位线段 $A_1A_2,A_2A_3,\cdots,A_8A_9$.

每条单位线段水平或者竖直.

因此 8 条单位线段中至少有 4 条同为水平或同为竖直.

不妨设至少有 4 条水平单位线段.

由于 9 个点排成 3 行，

而每一行至多含 2 条水平单位线段，

故至少有一行含 2 条水平单位线段.

这样该行 3 个点必被依次经过，

于是中间那个点的前后两个相邻点都与它在同一行，

因此该点对应的项具有性质 T .

故 Γ_3 中必存在具有性质 T 的项. ……9 分

（Ⅲ）在 Γ_{11} 序列对应的线段中，水平线段与竖直线段交替出现.

设水平线段数为 H ，竖直线段数为 V ，

因为单位线段总数为 120，

所以 Γ_{11} 序列中具有性质 T 的项的个数为 $120-(H+V)$.

要证 $120-(H+V)\geq 10$ ，只需证 $H+V\leq 110$.

因为每一行有 11 个点，

每个水平线段至少包含两个点，

因此第 i 行的水平线段数 h_i 满足 $2h_i\leq 11$ $(i=1,2,\cdots,11)$ ，即 $h_i\leq 5$.

所以 $H\leq 5\times 11=55$.

同理 $V\leq 5\times 11=55$.

于是 $H+V\leq 110$ ，

故 Γ_{11} 序列中具有性质 T 的项的个数不少于 10. ……15 分