2023 北京房山高三二模

数　　学

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A=\{x\mid x\geqslant 0\}$，$B=\{1,2,3,4,5\}$，则

(A) $A\subseteq B$　　(B) $B\subseteq A$

(C) $A\cup B=B$　　(D) $A\cap B=\varnothing$

(2) 在复平面内，复数 $\dfrac{2+3\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$ 对应的点位于

(A) 第一象限　　(B) 第二象限

(C) 第三象限　　(D) 第四象限

(3) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，$\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_3=21$，$S_2=9$，则 a_1 的值为

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

(4) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的值为

(A) 2　　(B) -4　　(C) 4　　(D) $2\sqrt{2}$

(5) 下列函数中，是偶函数且有最小值的是

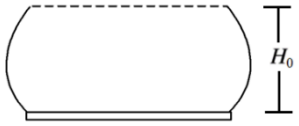
(A) $f(x)=x^2-2x$　　(B) $f(x)=|\ln x|$

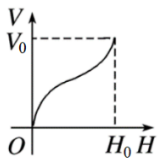
(C) $f(x)=x\sin x$　　(D) $f(x)=2^x+2^{-x}$

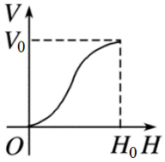
(6) 已知圆 C 的圆心在抛物线 $y^2=4x$ 上，且此圆 C 过定点 $(1,0)$，则圆 C 与直线 $x+1=0$ 的位置关系为

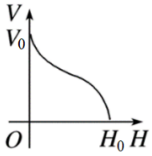
(A) 相切　　(B) 相交　　(C) 相离　　(D) 不能确定

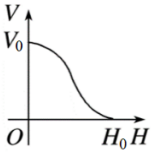
(7) 一个高为 H_0，满缸水量为 V_0 的鱼缸的轴截面如图所示，其底部破了一个小洞，满缸水从洞中流出. 若鱼缸水深为 H 时，鱼缸里的水的体积为 V，则函数 $V=f(H)$ 的大致图象是











(A)　　(B)　　(C)　　(D)

(8) 已知双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$，点 P，Q 分别在双曲线的左支和右支上，则直线 PQ 的斜率的取值范围是

(A) $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$　　(B) $(-2,2)$

(C) $(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},+\infty)$　　(D) $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

(9) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x^2+ax-\frac{3}{2}, & x\leqslant 1,\\ 2ax^2+x, & x>1.\end{cases}$ 则“$a\leqslant 0$”是“$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减”的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

(10) 设集合 $A=\{(x,y)\mid x-y\geqslant 0,\ ax+y\geqslant 2,\ x-ay\leqslant 2\}$，则

(A) 当 $a=1$ 时，$(1,1)\notin A$　　(B) 对任意实数 a，$(1,1)\in A$

(C) 当 $a<0$ 时，$(1,1)\notin A$　　(D) 对任意实数 a，$(1,1)\notin A$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 若 $(2x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4=$____.

(12) 已知角 α 终边过点 $P(1,2)$，角 β 终边与角 α 终边关于 y 轴对称，则 $\tan\alpha=$____；$\cos(\beta-\alpha)=$____.

(13) 已知函数 $f(x)$，给出两个性质：

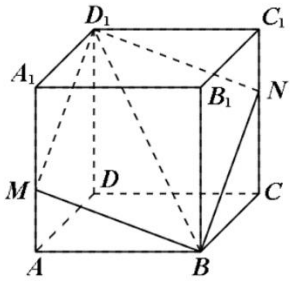
① $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数；

②对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)>1$.

写出一个同时满足性质①和性质②的函数解析式，$f(x)=$____.

（14）若函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$，$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 的图象与直线 $y=a$ 有两个交点，则这两个交点横坐标的和为____.

（15）如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 是棱 AA_1 上一点，平面 MBD_1 与棱 CC_1 交于点 N .给出下面几个结论：



①四边形 $MBND_1$ 是平行四边形；

②四边形 $MBND_1$ 可能是正方形；

③存在平面 $MBND_1$ 与直线 BB_1 垂直；

④任意平面 $MBND_1$ 与平面 ACB_1 垂直；

⑤平面 $MBND_1$ 与平面 $ABCD$ 夹角余弦的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

其中所有正确结论的序号是____.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

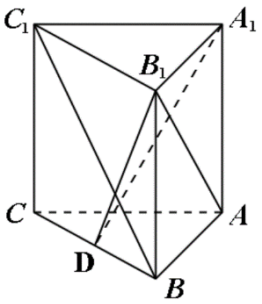
在 $\triangle ABC$ 中，$\cos 2B=-\frac{1}{2}$，$c=8$，$b=7$.

（Ⅰ）求 $\sin C$；

（Ⅱ）若角 C 为钝角，求 $\triangle ABC$ 的周长.

（17）（本小题 14 分）

如图，已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=2$，D 为 BC 中点，$AA_1=2$，再从条件①，条件②这两个条件中选择一个作为已知，完成以下问题：



（Ⅰ）证明：$AB_1\perp BC_1$；

（Ⅱ）求直线 BC_1 与平面 A_1B_1D 所成角的正弦值.

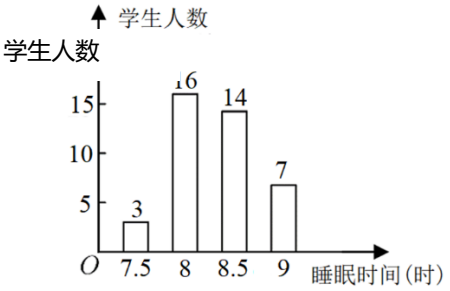
条件①：$B_1D\perp BC_1$；

条件②：$BC=2\sqrt{2}$.

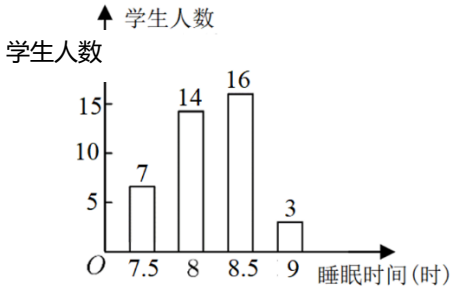
注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

(18)（本小题 13 分）

2021 年 3 月教育部印发了《关于进一步加强中小学生睡眠管理工作的通知》，该《通知》指出，高中生每天睡眠时间应达到 8 小时. 某学校为了解学生的睡眠情况，从高一和高二年级中随机抽取各 40 名学生，统计他们一周平均每天的睡眠时间作为样本，统计结果如图.



(高一)



(高二)

（Ⅰ）从该校高一年级学生中随机抽取 1 人，估计该生平均每天的睡眠时间不少于 8 小时的概率；

（Ⅱ）从该校高二年级学生中随机抽取 2 人，这 2 人中平均每天的睡眠时间为 8 小时或 8.5 小时的人数记为 X，求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$；

（Ⅲ）从该校高一年级学生中任取 1 人，其平均每天的睡眠时间记为 Y_1，从该校高二年级学生中任取 1 人，其平均每天的睡眠时间记为 Y_2，试比较方差 $D(Y_1)$ 与 $D(Y_2)$ 的大小.（只需写出结论）

(19)（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=\pi$ 处的切线方程；

（Ⅱ）当 $x\in(0，\pi]$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值；

（Ⅲ）证明：$\sin\dfrac{1}{3}>\dfrac{1}{\pi}$.

(20)（本小题 15 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个顶点为 $(0,1)$，焦距为 $2\sqrt{3}$. 椭圆 E 的左、右顶点分别为 A，B，P 为椭圆 E 上异于 A，B 的动点，PB 交直线 $x=4$ 于点 T，AT 与椭圆 E 的另一个交点为 Q.

（Ⅰ）求椭圆 E 的标准方程；

（Ⅱ）直线 PQ 是否过 x 轴上的定点？若过定点，求出该定点的坐标；若不过定点，说明理由.

(21)（本小题 15 分）

若项数为 $k(k\in\mathbf{N}^*,\ k\geqslant 3)$ 的有穷数列 $\{a_n\}$ 满足：$0\leqslant a_1<a_2<a_3<\cdots<a_k$，且对任意的 i，$j\ (1\leqslant i\leqslant j\leqslant k)$，$a_j+a_i$ 或 a_j-a_i 是数列 $\{a_n\}$ 中的项，则称数列 $\{a_n\}$ 具有性质 P．

（Ⅰ）判断数列 $0,1,2$ 是否具有性质 P，并说明理由；

（Ⅱ）设数列 $\{a_n\}$ 具有性质 P，$a_i\ (i=1,2,\cdots,k)$ 是 $\{a_n\}$ 中的任意一项，证明：a_k-a_i 一定是 $\{a_n\}$ 中的项；

（Ⅲ）若数列 $\{a_n\}$ 具有性质 P，证明：当 $k\geqslant 5$ 时，数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1）B　（2）D　（3）C　（4）C　（5）D
（6）A　（7）B　（8）A　（9）B　（10）C

二、填空题(（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

（11）1　　（12）2；$\frac{3}{5}$　　（13）e^x+1 (答案不唯一)

（14）$\frac{3\pi}{4}$　　（15）①④⑤

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）

方法一：（使用二倍角公式）

在△ABC中，因为$\cos 2B=-\frac{1}{2}$，所以$1-2\sin^2 B=-\frac{1}{2}$.

因为$0<B<\pi$，$\sin B>0$，所以$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$.



由$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，

得$\frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{8}{\sin C}$，解得$\sin C=\frac{4\sqrt{3}}{7}$.

方法二：（使用特殊角）

在△ABC中，因为$c>b$，所以$C>B$. 所以$0<B<\frac{\pi}{2}$，　$0<2B<\pi$.

因为$\cos 2B=-\frac{1}{2}$，所以$2B=\frac{2\pi}{3}, B=\frac{\pi}{3}$，所以$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（以下同方法一）

（Ⅱ）方法一：(使用角 C 余弦定理)

因为$\sin^2 C+\cos^2 C=1$，C为钝角，所以$\cos C=-\sqrt{1-(\frac{4\sqrt{3}}{7})^2}=-\frac{1}{7}$.

由$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$,得$8^2=a^2+7^2-2a\cdot 7\cdot(-\frac{1}{7})$.

整理得$a^2+2a-15=0$，解得$a=3$或$a=-5$（舍），所以$a=3$.

所以△ABC的周长为$a+b+c=3+7+8=18$.

方法二：(使用角 B 余弦定理)

在△ABC中，因为$\cos 2B=-\frac{1}{2}$，所以$2\cos^2 B-1=-\frac{1}{2}$，$\cos B=\frac{1}{2}$.

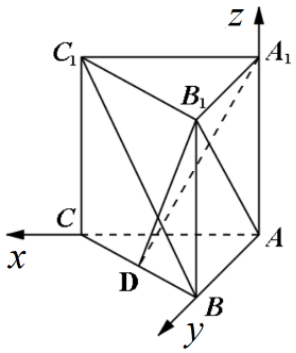
由$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,得$7^2=a^2+8^2-2a\cdot 8\cdot\frac{1}{2}$.

整理得$a^2-8a+15=0$，解得$a=5$或$a=3$.

当$a=3$时，$\cos C=\frac{b^2+a^2-c^2}{2ab}=\frac{7^2+3^2-8^2}{2ab}<0$. 角$C$为钝角.

当$a=5$时，$\cos C=\frac{7^2+5^2-8^2}{2ab}>0$. $\cos A=\frac{7^2+8^2-5^2}{2ab}>0$不符合题意.

所以$a=3$，△ABC的周长为$a+b+c=3+7+8=18$.



（17）（本小题 14 分）

选条件②：$BC=2\sqrt{2}$.

（Ⅰ）证明：

在△ABC中，$AB=AC=2$，$\mathrm{BC}=2\sqrt{2}$，

$\therefore BC^2=AB^2+AC^2$.

$\therefore \angle BAC=90^\circ$，即$AB\perp AC$.

在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧棱$AA_1\perp$底面ABC，

$\therefore AA_1\perp AB$，$AA_1\perp AC$.

以点A为原点，分别以AC，AB，AA_1为x，y，z轴建立空间直角坐标系，则

$B(0,2,0)$，$C_1(2,0,2)$，$B_1(0,2,2)$.

$\therefore \overrightarrow{AB_1}=(0,2,2)$，$\overrightarrow{BC_1}=(2,-2,2)$.

$\therefore \overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=0\cdot2+2\cdot(-2)+2\cdot2=0$.

$\therefore AB_1\perp BC_1$.

（Ⅱ）$B_1(0,2,2)$，$C_1(2,0,2)$，$A_1(0,0,2)$，$D(1,1,0)$，$B(0,2,0)$

$\therefore \overrightarrow{A_1B_1}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{A_1D}=(1,1,-2)$，$\overrightarrow{BC_1}=(2,-2,2)$.

设平面A_1B_1D的法向量为$\vec{n}=(x,\ y,\ z)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=2y=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1D}=x+y-2z=0.\end{cases}$

令$z=1$得，$\vec{n}=(2,0,1)$.

直线BC_1与平面A_1B_1D所成角θ的正弦值为：

$$\sin\theta=\left|\cos<\overrightarrow{BC_1},\vec{n}>\right|=\frac{|\overrightarrow{BC_1}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{BC_1}|}=\frac{6}{\sqrt{5}\cdot2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{5}.$$

若选择条件①：$B_1D\perp BC_1$.

（Ⅰ）证明：连结AD.在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$CC_1\perp$底面ABC，$AD\subset$面ABC，

$\therefore CC_1\perp AD$.

在△ABC中，$AB=AC$，D为BC中点，

$\therefore BC\perp AD$.

又$BC\cap CC_1=C$，

$\therefore AD\perp$平面BB_1C_1C.

又$BC_1\subset$平面BB_1C_1C，

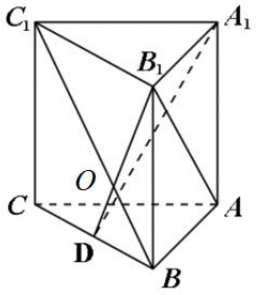
$\therefore AD\perp BC_1$.

由①$B_1D\perp BC_1$，$AD\cap B_1D=D$，

$\therefore BC_1\perp$平面AB_1D.

$\because AB_1\subset$平面AB_1D，

$\therefore AB_1\perp BC_1$.



（Ⅱ）

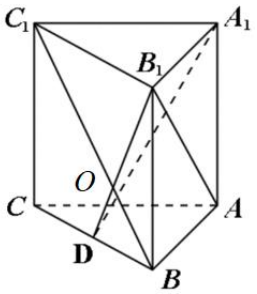
（方法一）在Rt△BB_1D中，由$B_1D\perp BC_1$，得$B_1B^2=BO\cdot BC_1$

又$BO=\frac{1}{3}BC_1$，所以$BC_1=2\sqrt{3}$，$BC=B_1C_1=2\sqrt{2}$.

（方法二）由$B_1D\perp BC_1$，得$\angle B_1DB=\angle C_1BB_1$，

$\triangle DBB_1\backsim\triangle BB_1C_1$，得$\frac{DB}{BB_1}=\frac{BB_1}{B_1C_1}$.

又$DB=\frac{1}{2}B_1C_1$，所以$BC_1=2\sqrt{3}$，$BC=B_1C_1=2\sqrt{2}$.



（方法三）设$B_1D\cap BC_1=O$，$BD=x$，

$\therefore OB=\frac{1}{3}BC_1=\frac{1}{3}\sqrt{(2x)^2+2^2}$，$OB_1=\frac{2}{3}B_1D=\frac{2}{3}\sqrt{x^2+2^2}$.

在Rt△OBB_1中，$B_1B^2=OB^2+OB_1^2$，$2^2=\frac{1}{9}(4x^2+2^2)+\frac{4}{9}(x^2+2^2)$.

解得 $x=\sqrt{2}\therefore BC=2\sqrt{2}$.

（以下同选择条件②）

（18）（本小题 13 分）

（Ⅰ）记事件 A 为“从该校高一学生中随机抽取1人，该生平均每天的睡眠时间不少于8小时”，样本中高一学生人数为：$3+16+14+7=40$，其中平均每天的睡眠时间不少于8小时的人数为37，则：$P(A)=\frac{37}{40}$.

（Ⅱ）从高二年级学生中随机抽取 1 人，其平均每天的睡眠时间为8小时或8.5小时的概率为 $P=\frac{16+14}{40}=\frac{3}{4}$.

X 的可能取值为0,1,2.

$P(X=0)=C_2^0(\frac{3}{4})^0(\frac{1}{4})^2=\frac{1}{16}$；　　$P(X=1)=C_2^1(\frac{3}{4})^1(\frac{1}{4})^1=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$；

$P(X=2)=C_2^2(\frac{3}{4})^2(\frac{1}{4})^0=\frac{9}{16}$.

X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{16}$

$E(X)=0\times\frac{1}{16}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{9}{16}=\frac{3}{2}$.

（Ⅲ）$D(Y_1)=D(Y_2)$.

（19）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）$f'(x)=\frac{(\sin x)'x-(\sin x)x'}{x^2}=\frac{\cos x\cdot x-\sin x}{x^2}$.

所以 $f'(\pi)=-\frac{1}{\pi}$. 斜率为 $k=-\frac{1}{\pi}$.

$f(\pi)=\frac{\sin\pi}{\pi}=0$，切点为 $(\pi,0)$.

所以，$f(x)$ 在点 $x=\pi$ 处切线的方程为 $y=-\frac{1}{\pi}x+1$.

（Ⅱ）当 $x\in(0,\pi]$ 时，$f(x)=\frac{\sin x}{x}$，$f'(x)=\frac{\cos x\cdot x-\sin x}{x^2}$.

令 $g(x)=\cos x\cdot x-\sin x$，

则 $g'(x)=(\cos x)'\cdot x+\cos x\cdot x'-\cos x=-\sin x\cdot x$.

当 $x\in(0,\pi)$ 时，$g'(x)<0$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 单调递减.

所以 $g(x)<g(0)=0$.

所以 $f'(x)<0$. 函数 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上单调递减.

函数 $f(x)$ 在 $(0,\pi]$ 上单调递减.

所以 $f(x)\geqslant f(\pi)=0$，即函数 $f(x)$ 的最小值为0.

（Ⅲ）证明：由（Ⅱ）可知 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上单调递减.

又因为 $0<\frac{1}{3}<\frac{\pi}{6}<\pi$,

所以 $f(\frac{1}{3})>f(\frac{\pi}{6})$.

所以 $\dfrac{\sin\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}>\dfrac{\sin\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}}$，即 $\sin\dfrac{1}{3}>\dfrac{1}{\pi}$.

（20）（本小题 15 分）

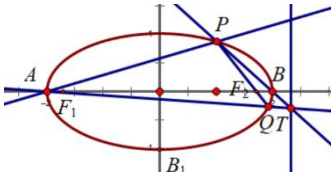
（Ⅰ）解：由题意可得：$\begin{cases}2c=2\sqrt{3}\ ,\\ b=1\ ,\\ a^2=b^2+c^2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2\ ,\\ c=\sqrt{3}.\end{cases}$

所以椭圆 E 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

（Ⅱ）设 $P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$，$T(4,\ m)$，由题可知，$A(-2,0)$，$B(2,0)$

则直线 PB 的方程为 $y=\dfrac{m}{2}(x-2)$.

由 $\begin{cases}y=\dfrac{m}{2}(x-2)\ ,\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1\ ,\end{cases}$ 整理得 $(1+m^2)\ x^2-4m^2x+4m^2-4=0$.



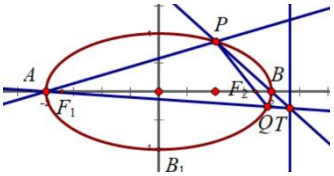
则 $2x_1=\dfrac{4m^2-4}{1+m^2}$，即 $x_1=\dfrac{2m^2-2}{1+m^2}$.

则 $y_1=-\dfrac{2m}{1+m^2}$，$P(\dfrac{2m^2-2}{1+m^2},-\dfrac{2m}{1+m^2})$.

$K_{AQ}=K_{AT}=\dfrac{m-0}{4-(-2)}=\dfrac{m}{6}$,

直线 AT 的方程为 $y=\dfrac{m}{6}(x+2)$.

由 $\begin{cases}y=\dfrac{m}{6}(x+2)\ ,\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1\ ,\end{cases}$ 整理得 $(9+m^2)\ x^2+4m^2x+4m^2-36=0$.



则 $-2x_2=\dfrac{4m^2-36}{9+m^2}$，即 $x_2=\dfrac{-2m^2+18}{9+m^2}$.

得 $Q(\dfrac{18-2m^2}{9+m^2},\dfrac{6m}{9+m^2})$.

当 $\dfrac{18-2m^2}{9+m^2}=\dfrac{2m^2-2}{1+m^2}$，即 $m^2=3$ 时，

直线 PQ 方程为 $x=1$，直线 PQ 过点 $(1,0)$.

当 $\dfrac{18-2m^2}{9+m^2}\neq\dfrac{2m^2-2}{1+m^2}$ 时，即 $m^2\neq3$ 时，

$$\therefore K_{PQ}=\frac{\frac{6m}{9+m^2}+\frac{2m}{1+m^2}}{\frac{18-2m^2}{9+m^2}-\frac{2m^2-2}{1+m^2}}=\frac{-2m}{m^2-3}.$$

所以直线 PQ 方程为 $y+\dfrac{2m}{1+m^2}=\dfrac{-2m}{m^2-3}(x-\dfrac{2m^2-2}{1+m^2})$，

即 $y=-\dfrac{2m}{m^2-3}(x-1)$，此时直线 PQ 过定点 $(1,0)$.

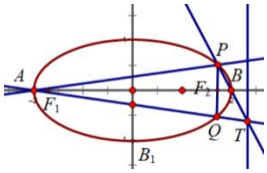
综上，直线 PQ 过 x 轴上定点 $(1,0)$.

（2）方法二：

①当直线 PQ 斜率不存在时，设直线 PQ 为 $x=t(t\neq\pm2)$.

设 $P(t,y_0)$，$Q(t,-y_0)$，$A(-2,0)$，$B(2,0)$，

直线 PB 方程为 $y=\dfrac{y_0}{t-2}(x-2)$.



令 $x=4$，得 $y=\dfrac{2y_0}{t-2}$.

$\therefore T(4,\dfrac{2y_0}{t-2})$.

$\therefore \overrightarrow{AT}=(6,\dfrac{2y_0}{t-2})$，$\overrightarrow{AQ}=(t+2,-y_0)$.

因为 A，T，Q 三点共线，

所以 $\overrightarrow{AT}\ /\!/\ \overrightarrow{AQ}$，$(t+2)\dfrac{2y_0}{t-2}+6y_0=0$.

$\therefore\left[\dfrac{2(t+2)}{t-2}+6\right]y_0=0$.

因为 $y_0\neq0$，所以 $t=1$.

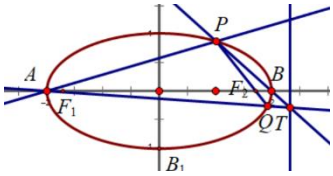
此时直线 PQ 方程为 $x=1$，直线 PQ 过点 $(1,0)$.

②当直线 PQ 斜率存在时，

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$T(4,m)$，由题可知，$A(-2,0)$，$B(2,0)$

则直线 PB 的方程为 $y=\dfrac{m}{2}(x-2)$.

由 $\begin{cases}y=\dfrac{m}{2}(x-2),\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1.\end{cases}$ 整理得 $(1+m^2)x^2-4m^2x+4m^2-4=0$.



则 $2x_1=\dfrac{4m^2-4}{1+m^2}$，即 $x_1=\dfrac{2m^2-2}{1+m^2}$.

则 $y_1=-\dfrac{2m}{1+m^2}$，$P(\dfrac{2m^2-2}{1+m^2},-\dfrac{2m}{1+m^2})$.

$K_{AQ}=K_{AT}=\dfrac{m-0}{4-(-2)}=\dfrac{m}{6}$,

直线 AT 的方程为 $y=\dfrac{m}{6}(x+2)$.

由 $\begin{cases}y=\dfrac{m}{6}(x+2),\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1.\end{cases}$ 整理得 $(9+m^2)x^2+4m^2x+4m^2-36=0$

则 $-2x_2=\dfrac{4m^2-36}{9+m^2}$，即 $x_2=\dfrac{-2m^2+18}{9+m^2}$，

得 $Q(\dfrac{18-2m^2}{9+m^2},\dfrac{6m}{9+m^2})$，

$\therefore K_{PQ}=\dfrac{\dfrac{6m}{9+m^2}+\dfrac{2m}{1+m^2}}{\dfrac{18-2m^2}{9+m^2}-\dfrac{2m^2-2}{1+m^2}}=\dfrac{-2m}{m^2-3}$.

所以直线 PQ 方程为 $y+\dfrac{2m}{1+m^2}=\dfrac{-2m}{m^2-3}(x-\dfrac{2m^2-2}{1+m^2})$.

当 $x=1$ 时 $y=0$，此时直线 PQ 过定点 $(1,0)$.

综上，直线 PQ 过 x 轴上定点 $(1,0)$.

（21）（本题满分 15 分）

解：

（Ⅰ）数列 $0,1,2$ 具有性质 P .

因为 $0-0$，$1-0$，$2-0$，$1-1$，$2-1$，$2-2$，均是数列 $0,1,2$ 中的项，

所以数列 $0,1,2$ 具有性质 P .

（Ⅱ）证明：设数列 $\{a_n\}$ 所有的项组成集合 M .

1. 因为 $a_k>0$，所以 $a_k+a_k>a_k$， $a_k+a_k\notin M$，

所以 $a_k-a_k\in M$，即 $0\in M$. 所以 $a_1=0$， $a_k-a_1\in M$.

2. 当 $2\leqslant i\leqslant k$，因为 $a_i>0$，所以 $a_k+a_i\notin M$， $a_k-a_i\in M$.

（Ⅲ）因为 $0=a_k-a_k<a_k-a_{k-1}<a_k-a_{k-2}<\cdots<a_k-a_2<a_k-a_1=a_k$.

且 $0\leqslant a_1<a_2<a_3<\cdots<a_{k-1}<a_k$，

所以 $a_k-a_k=a_1$， $a_k-a_{k-1}=a_2$， $a_k-a_{k-2}=a_3$，…， $a_k-a_2=a_{k-1}$， $a_k-a_1=a_k$，

即 $a_k-a_{k-i}=a_{i+1}\left(1\leqslant i\leqslant k-1\right)$. ①

当 $3\leqslant i\leqslant k-2$ 时，则 $a_{k-1}+a_i>a_{k-1}+a_2=a_k$，所以 $a_{k-1}+a_i\notin M$，得 $a_{k-1}-a_i\in M$.

由 $0=a_{k-1}-a_{k-1}<a_{k-1}-a_{k-2}<\cdots<a_{k-1}-a_3<a_k-a_3=a_{k-2}$

及 $0\leqslant a_1<a_2<a_3<\cdots<a_{k-3}<a_{k-2}$，

可得 $a_{k-1}-a_{k-1}=a_1$， $a_{k-1}-a_{k-2}=a_2$， $a_{k-1}-a_{k-3}=a_3$，…， $a_{k-1}-a_3=a_{k-3}$.

所以 $a_{k-1}-a_{k-i}=a_i\ (1\leqslant i\leqslant k-3)$.

因为 $k\geqslant 5$， $a_{k-1}-a_{k-1}=a_1$，且 $a_{k-1}-a_{k-2}=a_2$，

所以 $a_{k-1}-a_1=a_{k-1}$，且 $a_{k-1}-a_2=a_{k-2}$，

所以 $a_{k-1}-a_{k-i}=a_i\ (1\leqslant i\leqslant k-1)$. ②

① ②两式相减得 $a_k-a_{k-1}=a_{i+1}-a_i\left(1\leqslant i\leqslant k-1\right)$.

所以，当 $k\geqslant 5$ 时， a_1，a_2，a_3，…，a_k 是等差数列.