2020 北京平谷高三二模

数　　学

2020.5

注意事项	1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 6 页，共 150 分，考试时间为 120 分钟。 2. 试题所有答案必须书写在答题纸上，在试卷上作答无效。 3. 考试结束后，将答题纸交回，试卷按学校要求保存好。

第 I 卷　选择题（共 40 分）

一、选择题共 10 题，每题 4 分，共 40 分。在每题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合$A=\{-1,0,1\}, B=\{x|x^2<1\}$,则$A\cup B=$

A. $\{-1,1\}$　　B. $\{-1,0,1\}$

C. $\{x|-1\le x\le 1\}$　　D. $\{x|x\le 1\}$

2. 若角α的终边在第二象限，则下列三角函数值中大于零的是

A. $\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})$　　B. $\cos(\alpha+\frac{\pi}{2})$

C. $\sin(\pi+\alpha)$　　D. $\cos(\pi+\alpha)$

3. 在下列函数中，值域为R的偶函数是

A. $f(x)=\sqrt{x}$　　B. $f(x)=ln|x|$

C. $f(x)=2^x+2^{-x}$　　D. $f(x)=xcosx$

4. 若等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_{13}=0, a_3+a_4=21$,则S_7的值为

A. 21　　B. 63　　C. 13　　D. 84

5. 若抛物线$y^2=2px(p>0)$上任意一点到焦点的距离恒大于 1，则p的取值范围是

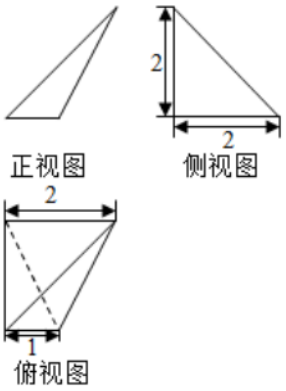
A. $p<1$　　B. $p>1$　　C. $p<2$　　D. $p>2$

6. 已知$x,y\in R$, 且$x>y>0$,则

A. $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}>0$　　B. $cosx-cosy<0$

C. $(\frac{1}{2})^x-(\frac{1}{2})^y<0$　　D. $ln(x-y)>0$

7. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. 2

D. $\frac{8}{3}$

8. 设a,b是向量，“$|a|=|a+b|$”是“$|b|=0$”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

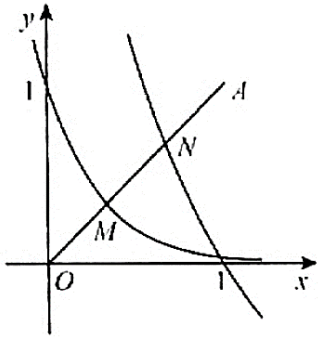
C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

9. 溶液酸碱度是通过pH计算的，pH的计算公式为$pH=-\lg[H^+]$,其中$[H^+]$表示溶液中氢离子的浓度，单位是摩尔/升，若人体胃酸中氢离子的浓度为2.5×10^{-2}摩尔/升,则胃酸的pH是（参考数据：$lg2\approx0.3010$）

A. 1.398　　B. 1.204　　C. 1.602　　D. 2.602

10. 如图，点O为坐标原点，点$A(1,1)$,若函数$y=a^x(a>0,且a\neq1)$及$y=log_bx(b>0,且b\neq1)$的图象与线段OA分别交于点M，N，且M，N恰好是线段OA的两个三等分点，则a,b满足



A. $a<b<1$

B. $b<a<1$

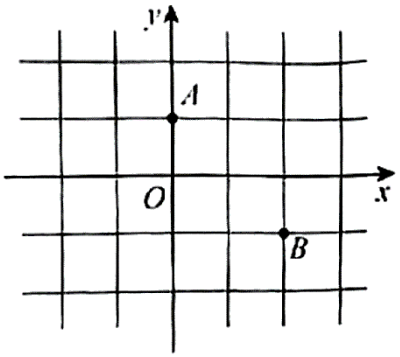
C. $b>a>1$

D. $a>b>1$

第 II 卷　非选择题（共 110 分）

二、填空题共 5 题，每题 5 分，共 25 分。

11. 如图所示，在复平面内，网格中的每个小正方形的边长都为 1，点A，B对应的复数分别是z_1,z_2,则$\frac{z_2}{z_1}=$_____



12. 在△ABC中，$\angle A=\frac{\pi}{4}$，$a^2+b^2-c^2=ab,c=3$,则$\angle C=$_____；$a=$_____。

13. 矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=1$，O为AB的中点，当点P在BC边上时，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$的值为_____；当点$P$沿着$BC$、$CD$与$DA$边运动时，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$的最小值为_____。

14. 已知函数$f(x)=\frac{1}{x}+cosx$,给出下列结论：

①$f(x)$在$(0,\pi]$上有最小值，无最大值；

②设$F(x)=f(x)-f(-x)$,则$F(x)$为偶函数；

③$f(x)$在$(0,2\pi)$上有两个零点

其中正确结论的序号为_____。（写出所有正确结论的序号）

注：本题给出的结论中，有多个符合题目要求。全部选对得 5 分，不选或有错选得 0 分，其他得 3 分。

15. 地铁某换乘站设有编号为A，B，C，D，E的五个安全出口，若同时开放其中的两个安全出口，疏散1000名乘客所需的时间如下：

安全出口编号	A，B	B，C	C，D	D，E	A，E
疏散乘客时间（s）	120	220	160	140	200

则疏散乘客最快的一个安全出口的编号是　　。

三、解答题共 6 题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本题 14 分）

已知函数$f(x)=2cos\omega xsin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}$,_____,求$f(x)$在$[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$的值域。

从①若$|f(x_1)-f(x_2)|=2,|x_1-x_2|$的最小值为$\frac{\pi}{2}$;

②$f(x)$两条相邻对称轴之间的距离为$\frac{\pi}{2}$;

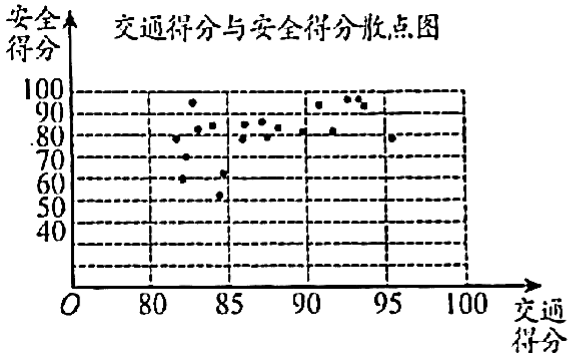
③若$f(x_1)=f(x_2)=0$，$|x_1-x_2|$的最小值为$\frac{\pi}{2}$，

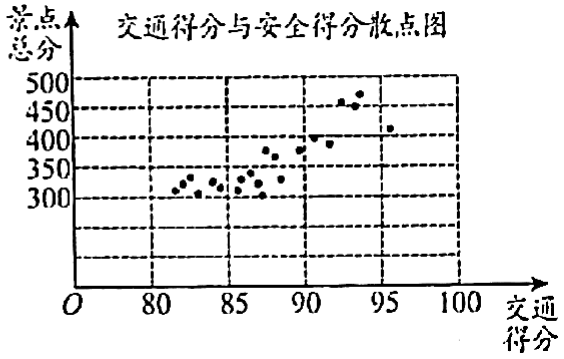
这三个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答。

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

17.（本题 14 分）

某市旅游管理部门为提升该市 26 个旅游景点的服务质量，对该市 26 个旅游景点的交通、安全、环保、卫生、管理五项指标进行评分，每项评分最低分 0 分，最高分 100 分，每个景点总分为这五项得分之和，根据考核评分结果，绘制交通得分与安全得分散点图、交通得分与景点总分散点图如下：





请根据图中所提供的信息，完成下列问题：

（I）若从交通得分前 6 名的景点中任取 2 个，求其安全得分都大于 90 分的概率；

（II）若从景点总分排名前 6 名的景点中任取 3 个，记安全得分不大于 90 分的景点个数为ξ，求随机变量ξ的分布列和数学期望；

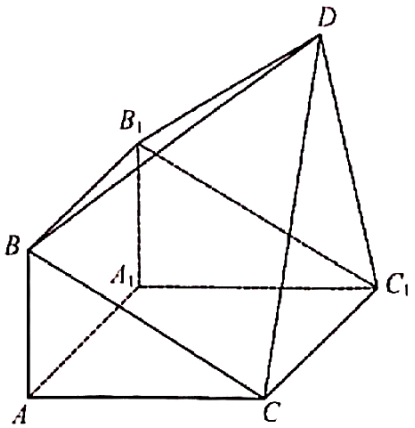
（III）记该市 26 个景点的交通平均得分为$\overline{x_1}$,安全平均得分为$\overline{x_2}$，写出$\overline{x_1}$和$\overline{x_2}$的大小关系？（只写出结果）

18.（本题 14 分）

如图，由直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$和四棱锥$D-BB_1C_1C$构成的几何体中，$\angle BAC=90°$，$AB=1$，$BC=BB_1=2$，$C_1D=CD=\sqrt{5}$，平面$CC_1D\perp$平面ACC_1A_1。

（I）求证：$AC\perp DC_1$；

（II）在线段BC上（含端点）是否存在点P，使直线DP与平面DBB_1所成的角为$\frac{\pi}{3}$？若存在，求$\frac{BP}{BC}$的值，若不存在，说明理由。



19.（本题 15 分）

已知函数$f(x)=xsinx+acosx+x,a\in R$

（I）当$a=-1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

（II）当$a=2$时，求$f(x)$在区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值和最小值；

（III）当$a>2$时，若方程$f(x)-3=0$在区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上有唯一解，求a的取值范围。

20.（本题 14 分）

已知点$P(1,\frac{3}{2})$在椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上，$F(1,0)$是椭圆的一个焦点。

（I）求椭圆C的方程；

（II）椭圆C上不与P点重合的两点D，E关于原点O对称，直线PD，PE分别交y轴于M,N两点，求证：以MN为直径的圆被直线$y=\frac{3}{2}$截得的弦长是定值。

21.（本题 14 分）

已知项数为$m(m\in N^*,m\geq 2)$的数列$\{a_n\}$满足如下条件：①$a_n\in N^*(n=1,2,\cdots,m)$；

②$a_1<a_2<\cdots<a_m$.若数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{(a_1+a_2+\cdots+a_m)}{m-1}\in N^*$,其中$n=1,2,\cdots,m$则称$\{b_n\}$为$\{a_n\}$的“伴随数列”。

（I）数列1,3,5,7,9是否存在“伴随数列”，若存在，写出其“伴随数列”；若不存在，请说明理由；

（II）若$\{b_n\}$为$\{a_n\}$的“伴随数列”，证明：$b_1>b_2>\cdots>b_m$；

（III）已知数列$\{a_n\}$存在“伴随数列”$\{b_n\}$，且$a_1=1$，$a_m=2049$,求m的最大值。

参考答案

一、选择题共 10 题，每题 4 分，共 40 分.

1.【答案】C

集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{x|x^2<1\}=\{x|-1<x<1\}$

所以 $A\cup B=\{x|-1\le x\le 1\}$.

故选 C.

2.【答案】D

【分析】

利用诱导公式化简选项，再结合角 α 的终边所在象限即可作出判断.

【详解】解：角 α 的终边在第二象限，$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha<0$，A 不符；

$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\alpha<0$，B 不符；

$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha<0$，C 不符；

$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha>0$，所以，D 正确

故选 D

【点睛】本题主要考查三角函数值的符号判断，考查了诱导公式，三角函数的符号是解决本题的关键.

3.【答案】B

【分析】

通过函数的奇偶性和值域对选项进行排除，由此确定正确选项.

【详解】对于 A 选项，函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 的定义域为 $[0,+\infty)$，故为非奇非偶函数，不符合题意.

对于 B 选项，$f(x)=ln|x|$ 的定义域为 $\{x|x\neq 0\}$，且 $f(-x)=\ln|x|=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，由于 $|x|>0$，所以 $f(x)=ln|x|$ 的值域为 R，符合题意.

对于 C 选项，$f(x)=2^x+\frac{1}{2^x}\ge 2\sqrt{2^x\cdot\frac{1}{2^x}}=2$，故 $f(x)=2^x+2^{-x}$ 的值域不为 R.

对于 D 选项，$f(x)=x\cos x$ 的定义域为 R，且 $f(-x)=-x\cos(-x)=-x\cos x=-f(x)$，所以 $f(x)=x\cos x$ 为奇函数，不符合题意.

故选：B

【点睛】本小题主要考查函数的奇偶性和值域，属于基础题.

4.【答案】B

【分析】

由已知结合等差数列的通项公式及求和公式可求 d，a_1，然后结合等差数列的求和公式即可求解.

【详解】解：因为$S_{13}=0$，$a_3+a_4=21$，

所以$\begin{cases}13a_1+13\times6d=0\\2a_1+5d=21\end{cases}$，解可得，$d=-3$，$a_1=18$，

则$S_7=7\times18+\frac{1}{2}\times7\times6\times(-3)=63$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查等差数列的通项公式及求和公式的简单应用，属于基础题.

5.【答案】D

【分析】

根据抛物线的几何性质当P为抛物线的顶点时，P到准线的距离取得最小值$\frac{p}{2}$，列不等式求解.

【详解】∵设P为抛物线的任意一点，

则P到焦点的距离等于到准线：$x=-\frac{p}{2}$的距离，

显然当P为抛物线的顶点时，P到准线的距离取得最小值$\frac{p}{2}$.

$\therefore\frac{p}{2}>1$，即$p>2$.

故选：D.

【点睛】此题考查抛物线的几何性质，根据几何性质解决抛物线上的点到焦点距离的取值范围问题.

6.【答案】C

【分析】

利用特殊值排除错误选项，利用函数的单调性证明正确选项.

【详解】取$x=2,y=1$，则$\frac{1}{2}-1<0$，所以A选项错误.

取$x=4\pi,y=2\pi$，则$\cos4\pi-\cos2\pi=1-1=0$，所以B选项错误.

由于$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$在$R$上递减，而$x>y>0$，所以$\left(\frac{1}{2}\right)^x<\left(\frac{1}{2}\right)^y\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^x-\left(\frac{1}{2}\right)^y<0$，故C选项正确.

取$x=2,y=1$，则$\ln(2-1)=0$，所以D选项错误.

故选：C

【点睛】本小题主要考查函数的单调性，考查比较大小，属于基础题.

7.【答案】A

由给定的三视图可知，该几何体表示一个底面为一个直角三角形，

且两直角边分别为1和2，所以底面面积为$S=\frac{1}{2}\times1\times2=1$

高为$h=2$的三棱锥，所以三棱锥的体积为$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\times1\times2=\frac{2}{3}$，故选A.

8.【答案】B

【分析】

将两个条件相互推导，根据能否推导的结果判断充分、必要条件.

【详解】当“$\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$”时，可能$a=2,b=-4$，不满足“$\left|\vec{b}\right|=0$”.

当“$\left|\vec{b}\right|=0$”时，“$\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$”.

所以“$\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$”是“$\left|\vec{b}\right|=0$”的必要不充分条件.

故选：B

【点睛】本小题主要考查充分、必要条件的判断，属于基础题.

9.【答案】C

【分析】

根据对数运算以及pH的定义求得此时胃酸的pH值.

【详解】依题意$pH=-\lg\left(2.5\times10^{-2}\right)=-\lg\frac{2.5}{100}=\lg\frac{100}{2.5}=\lg40$

$=\lg\left(4\times10\right)=\lg4+\lg10=2\lg2+1\approx2\times0.3010+1=1.602$.

故选：C

【点睛】本小题主要考查对数运算，属于基础题.

10.【答案】A

【分析】

由M,N恰好是线段OA的两个三等分点，求得M,N的坐标，分别代入指数函数和对数函数的解析式，求得a,b的值，即可求解.

【详解】由题意知$A(1,1)$，且M,N恰好是线段OA的两个三等分点，所以$M\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$，$N\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$，

把$M\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$代入函数$y=a^x$，即$\frac{1}{3}=a^{\frac{1}{3}}$，解得$a=\frac{1}{27}$，

把$N\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$代入函数$y=\log_b x$，即$\frac{2}{3}=\log_b\frac{2}{3}$，即得$b=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{2\sqrt{6}}{9}$，所以$a<b<1$.

故选A.

【点睛】本题主要考查了指数函数与对数函数的图象与性质的应用，其中解答熟练应用指数函数和对数函数的解析式求得a,b的值是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

第II卷非选择题（共110分）

二、填空题共5题，每题5分，共25分.

11.【答案】$-1-2\mathrm{i}$

由题意，根据复数的表示可知$z_1=i,z_2=2-i$，所以$\frac{z_2}{z_1}=\frac{2-i}{i}=\frac{(2-i)\cdot(-i)}{i\cdot(-i)}=-1-2i$.

12.【答案】　(1). $\frac{\pi}{3}$　(2). $\sqrt{6}$

【分析】

由已知利用余弦定理可求 $\cos C=\frac{1}{2}$，结合范围 $C\in$（0，π），可求 C 的值，进而根据正弦定理可得 a 的值.

【详解】∵ $a^2+b^2-c^2=ab$,

∴可得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{ab}{2ab}=\frac{1}{2}$,

∵ $C\in$（0，π），

∴ $C=\frac{\pi}{3}$,

∵ $\angle A=\frac{\pi}{4}$，$c=3$,

∴由正弦定理 $\frac{a}{sinA}=\frac{c}{sinC}$，可得：$\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，解得：$a=\sqrt{6}$.

故答案为 $\frac{\pi}{3}$，$\sqrt{6}$.

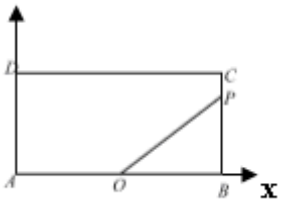
【点睛】本题主要考查了余弦定理，正弦定理在解三角形中的应用，考查了转化思想，属于基础题. 在解与三角形有关的问题时，正弦定理、余弦定理是两个主要依据. 解三角形时，有时可用正弦定理，有时也可用余弦定理，应注意用哪一个定理更方便、简捷一般来说 ，当条件中同时出现 ab 及 b^2 、a^2 时，往往用余弦定理，而题设中如果边和正弦、余弦函数交叉出现时，往往运用正弦定理将边化为正弦函数再结合和、差、倍角的正余弦公式进行解答.

13.【答案】　(1). 2　(2). –2

【分析】

建立坐标系，利用坐标运算求出向量的点积，分情况讨论即可.

【详解】以 A 为原点建立平面直角坐标系，



则 A（0,0），O（1,0），B（2,0），设 P（2，b），

（1）$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}=(2,0)\cdot(1,b)=2$；

（2）当点 P 在 BC 上时，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}=2$;

当点 P 在 AD 上时，设 P（0，b），$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$ =（2，0）（−1，b）=−2;

当点 P 在 CD 上时，设点 P（a，1）（0＜a＜2）

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$ =（2,0）（a−1，1）=2a−2,

因为 $0<a<2$，所以，$-2<2a-2<2$，即 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}\in(-2,2)$

综上可知，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$ 的最小值为−2.

故答案为-2.

【点睛】(1)向量的运算将向量与代数有机结合起来，这就为向量和函数的结合提供了前提，运用向量的有关知识可以解决某些函数问题;(2)以向量为载体求相关变量的取值范围，是向量与函数、不等式、三角函数等相结合的一类综合问题.通过向量的运算，将问题转化为解不等式或求函数值域，是解决这类问题的一般方法;(3)向量的两个作用：①载体作用：关键是利用向量的意义、作用脱去“向量外衣”，转化为我们熟悉的数学问题；②工具作用：利用向量可解决一些垂直、平行、夹角与距离问题.

14.【答案】①③

【分析】

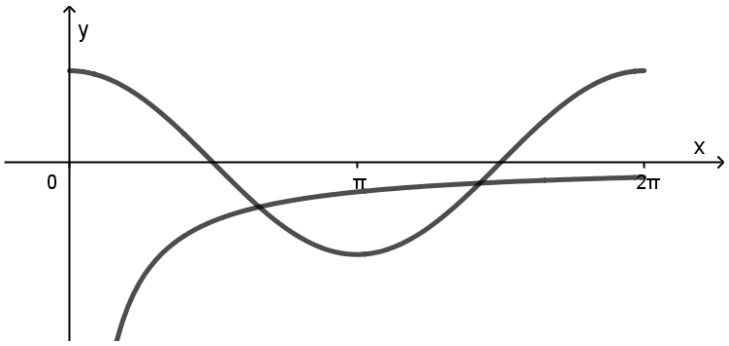
①利用导函数 $f'(x)$ 进行判断；②根据奇偶性的定义进行判断. ③利用函数图像进行判断.

【详解】①，由于 $x\in(0,\pi]$，所以 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}-\sin x<0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,\pi]$ 上递减，所以 $f(x)$ 在 $(0,\pi]$ 上有最小值，无最大值，故①正确.

②，依题意 $F(x)=f(x)-f(-x)=\frac{1}{x}+\cos x-\left[-\frac{1}{x}-\cos(-x)\right]=\frac{2}{x}$，由于 $F(-x)\neq F(x)$，所以 $F(x)$ 不是偶函数，故②错误.

③，令 $f(x)=0$ 得 $\cos x=-\frac{1}{x}$，画出 $y=\cos x$ 和 $y=-\frac{1}{x}$ 在区间 $(0,2\pi)$ 上的图像如下图所示，由图可知 $y=\cos x$ 和 $y=-\frac{1}{x}$ 在区间 $(0,2\pi)$ 上的图像有两个交点，则 $f(x)$ 在 $(0,\ 2\pi)$ 上有两个零点，故③正确.

故答案为：①③



【点睛】本小题主要考查利用导数研究函数的最值，考查函数的奇偶性，考查函数零点个数的判断，考查数形结合的数学思想方法，属于中档题.

15.【答案】D

【分析】

通过对疏散时间的比较，判断出疏散乘客最快的一个安全出口的编号.

【详解】同时开放 AE，需要 200 秒；同时开放 DE，需要 140 秒；所以 D 疏散比 A 快.

同时开放 AE，需要 200 秒；同时开放 AB，需要 120 秒；所以 B 疏散比 E 快.

同时开放 AB，需要 120 秒；同时开放 BC，需要 220 秒，所以 A 疏散比 C 快.

同时开放BC，需要220秒；同时开放CD，需要160秒，所以D疏散比B快.

综上所述，D疏散最快.

故答案为：D

【点睛】本小题主要考查简单的合情推理，属于基础题.

三、解答题共6题，共85分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.【答案】$f\left(x\right)$在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$上的值域为$\left[0,1\right]$.

【分析】

根据三个条件求得半周期，由此求得ω，进而求得$f\left(x\right)$在$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$上的值域.

【详解】由于$f\left(x\right)=2cos\omega xsin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}=2\cos\omega x\left(\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin 2\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\omega x=\sin\left(2\omega x+\frac{\pi}{3}\right)\in\left[-1,1\right]$.

所以①②③都可以得到$f\left(x\right)$的半周期为$\frac{\pi}{2}$，则$\frac{\pi}{\left|2\omega\right|}=\frac{\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\omega=1$.

所以$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

由于$-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{6}$，$0\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{2\pi}{3}$，

所以$f\left(x\right)\in\left[0,1\right]$，即$f\left(x\right)$的值域为$\left[0,1\right]$.

【点睛】本小题主要考查三角恒等变换，考查三角函数的周期、单调性、最值、值域的求法，属于中档题.

17.【答案】（I）$\frac{2}{5}$；（II）分布列见解析，期望为1；（III）$\overline{x_1}>\overline{x_2}$

【分析】

（I）根据古典概型概率计算公式，计算出所求概率.

（II）利用超几何分布的知识求出分布列和数学期望.

（III）根据两种得分的数据离散程度进行判断.

【详解】（I）由图可知，交通得分前6名的景点中，安全得分大于90分的景点有4个，所以从交通得分前6名的景点中任取2个，求其安全得分都大于90分的概率为$\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

（II）结合两个图可知，景点总分排名前6的的景点中，安全得分不大于90分的景点有2个，所以ξ的可能取值为$0,1,2$.

$P\left(\xi=0\right)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5},P\left(\xi=1\right)=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5},P\left(\xi=2\right)=\frac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}$.

所以ξ的分布列为:

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

所以 $E(\xi)=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{5}=1.$

（III）由图可知，26个景点中，交通得分全部在80分以上，主要集中在85分附近，安全得分主要集中在80分附近，且80分一下的景点接近一半，故 $\overline{x_1}>\overline{x_2}$.

【点睛】本小题主要考查古典概型概率计算，考查超几何分布，考查数据分析与处理能力，属于中档题.

18.【答案】（Ⅰ）见解析；（Ⅱ）见解析.

试题分析：（1）由条件中 $\angle BAC=90^0$，平面 $CC_1D\perp$ 平面 ACC_1A_1，结合线面垂直的性质定理，可以证明线面垂直，从而证明线线垂直（2）建立空间坐标系，求出法向量，然后根据题意计算是否存在点满足要求

解析：（Ⅰ）证明:在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 平面 ABC,故 $AC\perp CC_1$，

由平面 $CC_1D\perp$ 平面 ACC_1A_1，且平面 $CC_1D\cap$ 平面 $ACC_1A_1=CC_1$，

所以 $AC\perp$ 平面 CC_1D，

又 $C_1D\subset$平面 CC_1D，所以 $AC\perp DC_1$.

（Ⅱ）证明:在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 ABC,

所以 $AA_1\perp AB$，$AA_1\perp AC$，

又 $\angle BAC=90^\circ$，所以,如图建立空间直角坐标系 $A-xyz$，

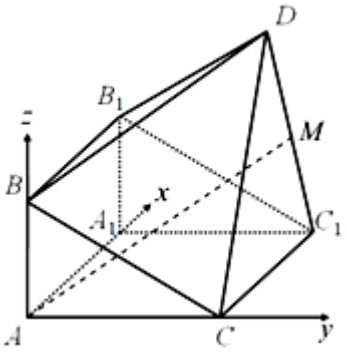
根据已知条件可得 $A(0,0,0)$，$C(0,\sqrt{3},0)$，$C_1(2,\sqrt{3},0)$，$B(0,0,1)$，$B_1(2,0,1)$，$D(1,\sqrt{3},2)$，

所以 $\overrightarrow{BB_1}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{BD}=(1,\sqrt{3},1)$，

设平面 DBB_1 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

由 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BB_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2x=0\\ x+\sqrt{3}y+z=0\end{cases}$

令 $y=1$，则 $z=-\sqrt{3}$，$x=0$，于是 $\vec{n}=(0,1,-\sqrt{3})$，



平面 BB_1D 的法向量为 $\vec{n}=(0,1,-\sqrt{3})$.

设 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\lambda\in[0,1]$，

则 $P(0,\sqrt{3}\lambda,1-\lambda)$，$\overrightarrow{DP}=(-1,\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3},-1-\lambda)$.

若直线 DP 与平面 DBB_1 成角为 $\frac{\pi}{3}$，则 $|cos<\vec{n},\overrightarrow{DP}>|=\frac{|\vec{n}\bullet\overrightarrow{DP}|}{|\vec{n}|\bullet|\overrightarrow{DP}|}=\frac{|2\sqrt{3}\lambda|}{2\sqrt{4\lambda^2-4\lambda+5}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

计算得出 $\lambda=\frac{5}{4}\notin[0,1]$，

故不存在这样的点.

点睛：方法总结：由面面垂直◆线面垂直◆线线垂直，这里需要用到垂直的性质定理进行证明，难度不大，但在书写解答过程中，注意格式，涉及二面角问题可以采用空间坐标系的相关知识，计算法向量然后再求解

19.【答案】（1）$y=x-1$；（2）最大值为 $f(\frac{\pi}{2})=\pi$，最小值为 $f(0)=2$；（3）$2<a\le 3$

【详解】试题分析：（1）由 $f'(0)=1$ 可得切线斜率，再由点斜式可得切线方程；

（2）由 $f'(x)=-\sin x+x\cos x+1$，可得 $f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，从而可得最值；

（3）当 $a>2$ 时，$f'(x)=(1-a)\sin x+x\cos x+1$. 设 $h(x)=(1-a)\sin x+x\cos x+1$，

$h'(x)=(2-a)\cos x-x\sin x$，分析可知 $h(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减，且 $h(0)=1>0$，

$h\left(\frac{\pi}{2}\right)=1-a+1=2-a<0$，所以存在唯一的 $x_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，使 $h(x_0)=0$，即 $f'(x_0)=0$，结合函数单调性可得解.

试题解析：

（1）当 $a=-1$ 时，$f(x)=x\sin x-\cos x+x$，

所以 $f'(x)=2\sin x+x\cos x+1$，$f'(0)=1$.

又因为 $f(0)=-1$，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=x-1$.

（2）当 $a=2$ 时，$f(x)=x\sin x+2\cos x+x$，

所以 $f'(x)=-\sin x+x\cos x+1$.

当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$1-\sin x>0$，$x\cos x>0$，

所以 $f'(x)>0$

所以 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增.

因此 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值为 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$，最小值为 $f(0)=2$.

（3）当 $a>2$ 时，$f'(x)=(1-a)\sin x+x\cos x+1$

设 $h(x)=(1-a)\sin x+x\cos x+1$，$h'(x)=(2-a)\cos x-x\sin x$，

因为 $a>2$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，所以 $h'(x)<0$.

所以 $h(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减.

因为 $h(0)=1>0$，$h\left(\frac{\pi}{2}\right)=1-a+1=2-a<0$，

所以存在唯一的 $x_0\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，使 $h(x_0)=0$，即 $f'(x_0)=0$.

所以 $f(x)$ 在区间 $[0,x_0]$ 上单调递增，在区间 $\left[x_0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减.

因为 $f(0)=a$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$，又因为方程 $f(x)-3=0$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有唯一解，

所以 $2<a\le 3$.

点睛：涉及函数的零点问题、方程解的个数问题、函数图像交点个数问题，一般先通过导数研究函数的单调性、最大值、最小值、变化趋势等，再借助函数的大致图象判断零点、方程根、交点的情况，归根到底还是研究函数的性质，如单调性、极值，然后通过数形结合的思想找到解题的思路.

20.【答案】（Ⅰ）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.（Ⅱ）见解析.

【详解】试题分析：（Ⅰ）依题意，得到 $c=1$，利用定义得到 $a=2$，即可求解椭圆的标准方程；

（Ⅱ）设 $D(m,n)$，$E(-m,-n)$，根据直线方程，求解 M,N 坐标，可得 $GM\perp GN$，利用 $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GN}=0$，求得 t 的值，即可得到弦长为定值.

试题解析：

（Ⅰ）依题意，椭圆的另一个焦点为$F'(-1,0)$，且$c=1$.

因为$2a=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}+\sqrt{0^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=4$，

所以$a=2$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$，

所以椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（Ⅱ）证明：由题意可知D，E两点与点P不重合.

因为D，E两点关于原点对称，

所以设$D(m,n)$，$E(-m,-n)$，$(m\neq\pm1)$.

设以MN为直径的圆与直线$y=\frac{3}{2}$交于$G\left(t,\frac{3}{2}\right),H\left(-t,\frac{3}{2}\right)(t>0)$两点，

所以$GM\perp GN$.

直线PD：$y-\frac{3}{2}=\frac{n-\frac{3}{2}}{m-1}(x-1)$.

当$x=0$时，$y=-\frac{n-\frac{3}{2}}{m-1}+\frac{3}{2}$，所以$M\left(0,-\frac{n-\frac{3}{2}}{m-1}+\frac{3}{2}\right)$.

直线PE：$y-\frac{3}{2}=\frac{n+\frac{3}{2}}{m+1}(x-1)$.

当$x=0$时，$y=-\frac{n+\frac{3}{2}}{m+1}+\frac{3}{2}$，所以$N\left(0,-\frac{n+\frac{3}{2}}{m+1}+\frac{3}{2}\right)$.

所以$\overrightarrow{GM}=\left(-t,-\frac{n-\frac{3}{2}}{m-1}\right)$，$\overrightarrow{GN}=\left(-t,-\frac{n+\frac{3}{2}}{m+1}\right)$，

因为$GM\perp GN$，所以$\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GN}=0$，

所以$\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GN}=t^2+\frac{4n^2-9}{4\left(m^2-1\right)}=0$.

因为$\frac{m^2}{4}+\frac{n^2}{3}=1$，即$3m^2+4n^2=12$，$4n^2-9=3-3m^2$，

所以$t^2-\frac{3}{4}=0$，所以$t=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以$G\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$，$H\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}\right)$，所以$|GH|=\sqrt{3}$.

所以以MN为直径的圆被直线$y=\frac{3}{2}$截得的弦长是定值$\sqrt{3}$.

点睛：本题主要考查椭圆的方程与性质、直线与圆锥曲线的位置关系,解答此类题目，通常利用a,b,c的关系，确定椭圆（圆锥曲线）方程是基础，通过联立直线方程与椭圆（圆锥曲线）方程的方程组，应用一元二次方程根与系数的关系，得到“目标函数”的解析式，确定函数的性质进行求解，此类问题易错点是复杂式子的变形能力不足，导致错漏百出，本题能较好的考查考生的逻辑思维能力、运算求解能力、分析问题解决问题的能力等.

21.【答案】（I）不存在，理由见解析；（II）详见解析；（III）33.

【分析】

（I）根据“伴随数列”的定义判断出正确结论.

（II）利用差比较法判断出$\{b_n\}$的单调性，由此证得结论成立.

（III）利用累加法、放缩法求得关于a_m的不等式，由此求得m的最大值.

【详解】（I）不存在. 理由如下：因为$b_4=\frac{1+3+5+7+9-7}{5-1}\notin N^*$，所以数列$1,3,5,7,9$不存在“伴随数列”.

（II）因为$b_{n+1}-b_n=\frac{a_n-a_{n+1}}{m-1},1\le n\le m-1,n\in N^*$，

又因为$a_1<a_2<\cdots<a_m$，所以$a_n-a_{n+1}<0$，所以$b_{n+1}-b_n=\frac{a_n-a_{n+1}}{m-1}<0$，即$b_{n+1}<b_n$，所以

$b_1>b_2>\cdots>b_m$成立.

（III）$\forall 1\le i<j\le m$，都有$b_i-b_j=\frac{a_j-a_j}{m-1}$，因为$b_i\in N^*$，$b_1>b_2>\cdots>b_m$，

所以$b_i-b_j\in N^*$，所以$b_1-b_m=\frac{a_m-a_1}{m-1}=\frac{2048}{m-1}\in N^*$.

因为$b_{n-1}-b_n=\frac{a_n-a_{n-1}}{m-1}\in N^*$，

所以$a_n-a_{n-1}\ge m-1$.

而$a_m-a_1=(a_m-a_{m-1})+(a_{m-1}-a_{m-2})+\cdots+(a_2-a_1)\ge(m-1)+(m-1)+\cdots+(m-1)=(m-1)^2$，即

$2049-1\ge(m-1)^2$，

所以$(m-1)^2\le 2048$，故$m\le 46$.

由于$\frac{2048}{m-1}\in N^*$，经验证可知$m\le 33$. 所以m的最大值为33.

【点睛】本小题主要考查新定义数列的理解和运用，考查数列单调性的判断，考查累加法、放缩法，属于难题.