2019 北京西城高三二模

数　　学（文）　　2019.5

第 I 卷（选择题　　共 40 分）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．（5 分）设集合 $A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{x|x<0$ 或 $x>2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{x|x<0$ 或 $2<x<3\}$　　B．$\{x|2<x<3\}$

C．$\{x|x<0$ 或 $x>1\}$　　D．$\{x|0<x<1$ 或 $2<x<3\}$

2．（5 分）若复数 $z=i\cdot(a-i)$ 满足 $|z|=2$，则实数 $a=$（　　）

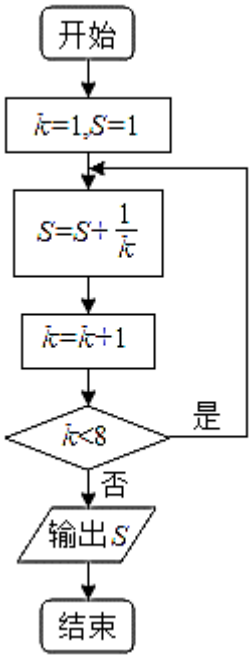
A．$\sqrt{3}$　　B．1　　C．$-\sqrt{3}$或$\sqrt{3}$　　D．－1 或 1

3．（5 分）以点 A（1，－2）为圆心，且与直线 $x+y=0$ 相切的圆的方程是（　　）

A．$(x-1)^2+(y+2)^2=\frac{1}{2}$　　B．$(x-1)^2+(y+2)^2=\frac{9}{2}$

C．$(x+1)^2+(y-2)^2=\frac{1}{2}$　　D．$(x+1)^2+(y-2)^2=\frac{9}{2}$

4．（5 分）执行如图所示的程序框图，则输出的 S 值等于（　　）



A．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{8}$　　B．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{7}$

C．$1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{8}$　　D．$1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{7}$

5．（5 分）设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$<\vec{a},\ \vec{b}>=60°$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．12

6．（5 分）设函数 $f(x)$ 的定义域为 **R**，则“函数 $y=|f(x)|$ 的图象关于 y 轴对称”是“函数 $f(x)$ 为奇函数”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．（5 分）若实数 x，y，z 互不相等，且满足 $2^x=3^y=\log_4 z$，则（　　）

A．$z>x>y$　　B．$z>y>x$　　C．$x>y$，$x>z$　　D．$z>x$，$z>y$

8．（5 分）已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1，平面 α 与该正四面体相交，对于实数 d（$0<d<1$），记正四面体 $ABCD$ 的四个顶点中到平面 α 的距离等于 d 的点的个数为 m，那么下列结论中正确的是（　　）

A．m 不可能等于 2　　B．m 不可能等于 3

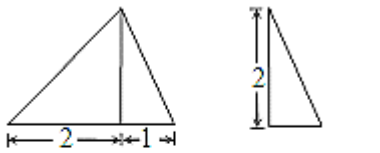
C．m 不可能等于 4　　D．以上三个答案都不正确

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．（5 分）设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\ x+2y+1\geqslant 0\\ x-2\leqslant 0\end{cases}$，则 $z=x+3y$ 的最大值为_____．

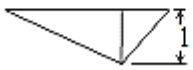
10．（5 分）以椭圆 C：$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 在 x 轴上的顶点和焦点分别为焦点和顶点的双曲线方程为_____；该双曲线的渐近线方程为_____．

11．（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥中最长棱的长度为_____．



正(主)视图

侧(左)视图



俯视图

12．（5 分）若函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)$（$\varphi>0$）在区间（0，$\frac{\pi}{3}$）上单调递减，则 φ 的最小值为_____．

13．（5 分）能说明“设数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n，对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，若 $a_{n+1}>a_n$，则 $S_{n+1}>S_n$”为假命题的一个等差数列是_____．（写出数列的通项公式）

14．（5 分）因市场战略储备的需要，某公司 1 月 1 日起，每月 1 日购买了相同金额的某种物资，连续购买了 4 次．由于市场变化，5 月 1 日该公司不得不将此物资全部卖出．已知该物资的购买和卖出都是以份为计价单位进行交易，且该公司在买卖的过程中没有亏本，那么下面三个折线图中反映了这种物资每份价格（单位：万元）的可能变化情况是_____（写出所有正确的图标序号）

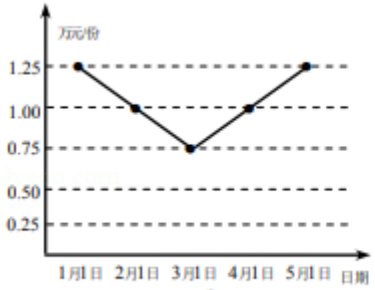


图 ①

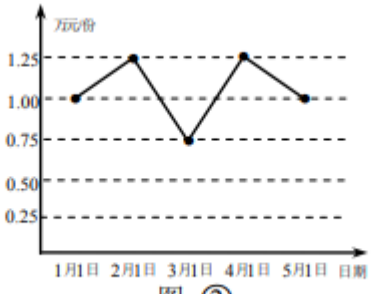


图 ②

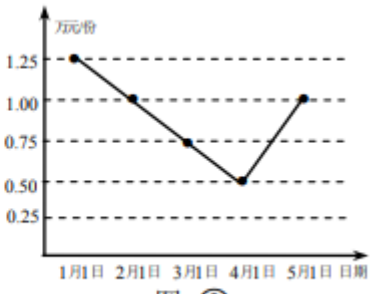


图 ③

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（13 分）在△ABC 中，已知 $a=\sqrt{2}b$，$b=\sqrt{2}c$

（Ⅰ）求 $\cos A$ 的值；

（Ⅱ）若 $b=2$，求△ABC 的面积．

16．（13 分）已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=p-2^{3-n}$，其中 $n\in\mathbf{N}^*$．

（Ⅰ）求 p 的值及数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）判断数列 $\{a_n^2\}$ 和$\{na_n\}$是否为等比数列？证明你的结论．

17．（13 分）10 月 1 日，某品牌的两款最新手机（记为 W 型号，T 型号）同时投放市场．手机厂商为了解这两款手机的销售情况，在 10 月 1 日当天，随机调查了 5 个手机店中这两款手机的销量（单位：部），得到下表．

手机店	A	B	C	D	E
W 型号手机销量	6	6	13	8	11
T 型号手机销量	12	9	13	6	4

（Ⅰ）已知在 10 月 1 日当天，这两款最新手机的全国销售量约为 10 万部，试根据表中数据估计 W 型号手机 10 月 1 日当天的全国销量；

（Ⅱ）该手机厂商计划从这 5 个手机店中任选 2 个对 W 型号手机进行大规模宣传，求恰好选中 B 手机店的概率；

（Ⅲ）经测算，W 型号手机的销售成本 η（百元）与销量 ξ（部）满足关系 $\eta=3\xi+4$．若表中 W 型号手机销量的方差 $s_0^2=m$（$m>0$），试给出表中 5 个手机店的 W 型号手机销售成本的方差 s^2 的值．（用 m 表示，结论不要求证明）

注：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$其中$\bar{x}$为数据 x_1，x_2，…，x_n 的平均数

18．（14 分）如图 1，在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为 AD 的中点，$BO\perp AD$．将三角形 ABO 沿 BO 折起到 A_1BO 位置，如图 2．

（Ⅰ）求证：$BO\perp A_1D$；

（Ⅱ）若 M 为 A_1B 的中点，求证：MO // 平面 A_1CD；

（Ⅲ）判断平面 A_1OD 能否垂直于平面 A_1CD？证明你的结论．

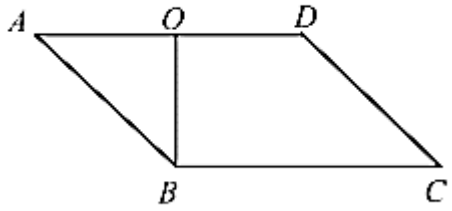


图 1

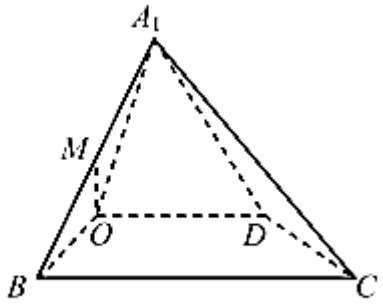


图 2

19．（14 分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$的右顶点为 A，左焦点为 F．斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C 相切于点 B，且点 B 在第一象限．

（Ⅰ）若 $k=-1$，求直线 l 的方程；

（Ⅱ）直线 AB 交 y 轴于点 P，过点 A 且平行于 l 的直线与 y 轴交于点 Q，证明：$\triangle PQF$ 为等腰三角形．

20．（13 分）已知函数 $f(x)=x(\ln x+1)$．

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求证：曲线 $y=f(x)$ 在点（x_0，$f(x_0)$）处的切线不经过原点；

（Ⅲ）设整数 k 使得$f(x)\geqslant k(x-\frac{1}{2})$对 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，求整数 k 的最大值．

参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．【分析】利用交集定义直接求解．

【解答】解：∵集合 $A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{x|x<0$ 或 $x>2\}$，

∴$A\cap B=\{x|2<x<3\}$．

故选：B．

【点评】本题考查交集的求法，考查交集定义、不等式性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

2．【分析】利用复数代数形式的乘除运算化简 z，再由复数模的计算公式求解．

【解答】解：由 $z=i\cdot(a-i)$，得 $z=1+ai$，

由$|z|=\sqrt{1+a^2}=2$，解得 $a=\pm\sqrt{3}$．

故选：C．

【点评】本题考查复数模的求法，是基础的计算题．

3．【分析】用点到直线的距离求出圆的半径后代入标准方程可得．

【解答】解：点 A（1，－2）到直线 $x+y=0$ 的距离即为圆的半径，

∴$r=\frac{|1-2|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以所求圆的方程为$(x-1)^2+(y+2)^2=\frac{1}{2}$．

故选：A．

【点评】本题考查了圆的标准方程，属基础题．

4．【分析】模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的 k，S 的值，当 $k=8$ 时不满足条件 $k<8$，退出循环，输出 S 的值为 $S=1+1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{7}$，即可得解．

【解答】解：模拟执行程序框图，可得

$k=1$，$S=1$

执行循环体，$S=1+1$，$k=2$

满足条件 $k<8$，$S=1+1+\frac{1}{2}$，$k=3$

满足条件 $k<8$，$S=1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$，$k=4$

…

观察规律可知，当 $k=7$ 时，满足条件，$S=1+1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{7}$，$k=8$

此时，不满足条件 $k<8$，退出循环，输出 $S=1+1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{7}$.

故选：*D*.

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，是基础题.

5. 【分析】直接利用向量的模以及数量积的运算法则求解即可.

【解答】解：向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$<\vec{a},\ \vec{b}>=60°$，

则$|\vec{a}+2\vec{b}|^2=\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=4+4\times 2\times\frac{1}{2}\times 1+4=12$，

则$|\vec{a}+2\vec{b}|=2\sqrt{3}$.

故选：*B*.

【点评】本题考查向量的数量积的应用，向量的模的求法，考查计算能力.

6. 【分析】根据函数奇偶性的性质结合函数的对称性进行判断即可.

【解答】解：函数 $f(x)=3$ 是偶函数，$y=|f(x)|=3$ 是偶函数，图象关于 y 轴对称，但函数 $f(x)$ 为奇函数不成立，

若函数 $f(x)$ 为奇函数，则 $y=|f(-x)|=|f(x)|$是偶函数，则图象关于 y 轴对称，即必要性成立，

则“函数 $y=|f(x)|$的图象关于 y 轴对称”是“函数 $f(x)$ 为奇函数”的必要不充分条件，

故选：*B*.

【点评】本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合函数奇偶性的性质是解决本题的关键.

7. 【分析】由指数、对数值比较大小得：$x=\log_2 k$，$y=\log_3 k$，$z=4^k$，则易得：$4^k>\log_2 k$，$4^k>\log_3 k$，得解.

【解答】解：设 $2^x=3^y=\log_4 z=k>0$，

则 $x=\log_2 k$，$y=\log_3 k$，$z=4^k$，

则易得：$4^k>\log_2 k$，$4^k>\log_3 k$，

即 $z>x$，$z>y$，

故选：*D*.

【点评】本题考查了指数、对数值比较大小，属简单题.

8. 【分析】取与正四面体相交的特殊平面，即可判断出 *ABC* 都不正确.

【解答】解：*A*. 平面 α 经过点 *A*、*D* 与 *BC* 的中点时，可得 *B*、*C* 两点到平面 α 的距离 $d=\frac{1}{2}$，因此 *A* 不正确；

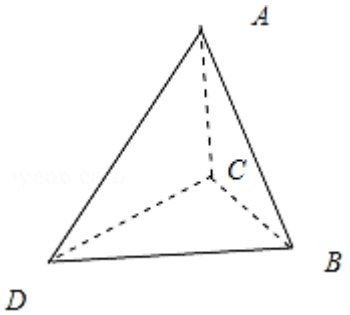
B. 平面 α∥平面 *BCD* 时，可得 *B*、*C*、*D* 三点到平面 α 的距离

$d\in$（0，1），因此 *B* 不正确；

C. 平面 α 经过三条棱 *AD*、*AB*、*AC* 的中点时，可得 *A*、*B*、*C*、*D* 四点到平面 α 的距离 $d\in$（0，1），因此 *C* 不正确；

综上可得：只有 *D* 正确.

故选：*D*.



【点评】本题考查了正四面体的性质、线面位置关系、数形结合方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

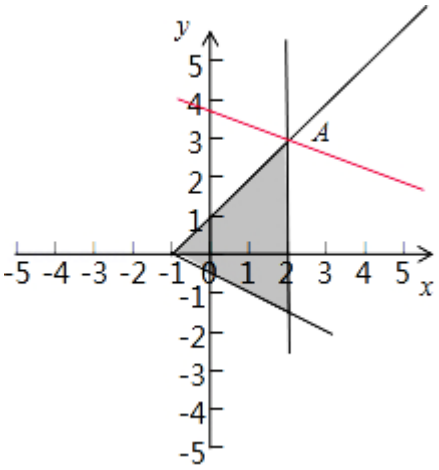
9. 【分析】先由约束条件画出可行域，再求出可行域各个角点的坐标，将坐标逐一代入目标函数，验证即得答案.

【解答】解：*x*，*y* 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+2y+1\geqslant 0\\x-2\leqslant 0\end{cases}$ 的可行域，

由图易得：当 $x=2$，$y=3$ 时

$z=x+3y$ 的最大值为 11，

故答案为：11．



【点评】在解决线性规划的小题时，我们常用“角点法”，其步骤为：①由约束条件画出可行域⇒②求出可行域各个角点的坐标⇒③将坐标逐一代入目标函数⇒④验证，求出最优解．

10．【分析】求得椭圆的焦点和顶点坐标，设双曲线的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a$，$b>0$），可得 a，c，进而得到 b 的值，可得双曲线的方程．然后求解渐近线方程．

【解答】解：椭圆 C：$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 在 x 轴上的顶点（$\pm\sqrt{5}$，0）和焦点（±1，0），设双曲线的方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a$，$b>0$），

可得 $a=1$，$c=\sqrt{5}$，$b=2$，

可得 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$．

双曲线的渐近线方程为：$y=\pm2x$．

故答案为：$x^2-\frac{y^2}{4}=1$；$y=\pm2x$．

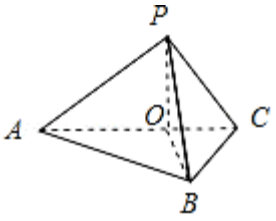
【点评】本题考查双曲线的方程的求法，注意运用椭圆的方程和性质，考查运算能力，属于基础题．

11．【分析】画出几何体的直观图，利用三视图的数据，求解最长棱长即可．

【解答】解：由题意可知计划员的直观图如图：$PO\perp$底面 ABC，$PO=2$，$AO=2$，$OC=1$，$OB=1$，$OB\perp AC$，所以 $AC=3$，$PA=2\sqrt{2}$，$PC=\sqrt{5}$，$PB=\sqrt{5}$，$AB=\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{2}$，

所以该三棱锥最长的棱长为：$AC=3$.

故答案为：3.



【点评】本题考查三视图判断几何体的形状，最长棱长的求法，是基本知识的考查.

12. 【分析】直接利用正弦型函数的性质的应用和子集间的关系求出结果.

【解答】解：函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)$（$\varphi>0$）的单调递减区间：

$\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x+\phi\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），

整理得：$\frac{\pi}{2}+2k\pi-\phi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}-\phi$（$k\in\mathbf{Z}$），

由于在区间（0，$\frac{\pi}{3}$）上单调递减，

所以：（0，$\frac{\pi}{3}$）为$\{x|\frac{\pi}{2}+2k\pi-\phi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}-\phi\}$的子集.

所以：$\begin{cases}\phi\geqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}\\ \phi\leqslant 2k\pi+\frac{7\pi}{6}\end{cases}$，

当 $k=0$ 时，φ 的最小值为$\frac{\pi}{2}$，

故答案为：$\frac{\pi}{2}$.

【点评】本题考查的知识要点：三角函数关系式的变换，正弦型函数的性质的应用，主要考察学生的运算能力和转换能力，属于基础题型.

13. 【分析】本题根据题意中对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，有 $a_{n+1}>a_n$，可以得出数列$\{a_n\}$是一个递增数列．而要使命题为假命题，可以找出一个不满足 $S_{n+1}>S_n$ 的等差数列$\{a_n\}$．这只要保证等差数列前几项为负数的情况即可保证不满足对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$S_{n+1}>S_n$．故而可以找到这样的一个等差数列.

【解答】解：由题意，可知：

∵对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，有 $a_{n+1}>a_n$，

∴可以得出数列{a_n}是一个递增数列.

又∵命题为假命题，

∴可以找出一个不满足 $S_{n+1}>S_n$ 的等差数列{a_n}.

∴可找出反例 $a_n=n-4$.

该数列{a_n}满足对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，若 $a_{n+1}>a_n$，

但 $S_1>S_2$，$S_2>S_3$，$S_3=S_4$，不满足对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$S_{n+1}>S_n$.

故答案为：$a_n=n-4$.

【点评】本题主要考查对命题的理解以及对等差数列的单调性的掌握．本题是一道具有一定综合性的中档题.

14. 【分析】观察图象即可得出正确的序号.

【解答】解：图①③所反映的是公司会挣钱，而图②公司会亏本；

∴反映了这种物资每份价格（单位：万元）的可能变化情况是①③.

故答案为：①③.

【点评】考查根据图象解决实际问题的方法，要看懂图象.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 【分析】（Ⅰ）由已知利用余弦定理即可解得 cos$A$ 的值.

（Ⅱ）利用同角三角函数基本关系式可求 sin$A$ 的值，求得 c 的值，根据三角形面积公式即可计算得解.

【解答】解：（Ⅰ）∵ $a=\sqrt{2}b$，$b=\sqrt{2}c$，可得：$a=\sqrt{2}b=2c$，

∴由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，可得：$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(\sqrt{2}c)^2+c^2-(2c)^2}{2\times\sqrt{2}c\times c}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$,

故 cos$A$ 的值为 $-\frac{\sqrt{2}}{4}$；…6 分

（Ⅱ）∵ $\cos A=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，$A\in$（0，π），

∴ $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{\sqrt{14}}{4}$，…9 分

∵ $b=2$，可得 $c=\sqrt{2}$,

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{14}}{4}=\frac{\sqrt{7}}{2}$…13 分

【点评】本题主要考查了余弦定理，同角三角函数基本关系式，三角形面积公式在解三角形中的综合应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题.

16. 【分析】（*I*）由 $S_n=p-2^{3-n}$，可知 $s_1=a_1=p-4$，$s_2=a_1+a_2=p-2$，$s_3=a_1+a_2+a_3=p-1$，从而可求 a_1，a_2，a_3，然后由数列$\{a_n\}$为等比数列，可求公比 q 及 p，a_1，进而可求；

（*II*）结合等比数列的定义进行检验即可判断.

【解答】解：（*I*）∵$S_n=p-2^{3-n}$，

∴$s_1=a_1=p-4$，$s_2=a_1+a_2=p-2$，$s_3=a_1+a_2+a_3=p-1$，

∴$a_1=p-4$，$a_2=2$，$a_3=1$，

∵数列$\{a_n\}$为等比数列，

∴$q=\frac{1}{2}$且$\frac{a_2}{a_1}=\frac{2}{p-4}=\frac{1}{2}$，

∴$p=8$，$a_1=4$，

∴$a_n=4\times(\frac{1}{2})^{n-1}=2^{3-n}$；

（*II*）数列 $\{a_n^2\}$ 是等比数列，$\{na_n\}$不是为等比数列.

证明如下：

由（*I*）得 $a_n^2=（2^{3-n}）^2=4^{3-n}$

∴$\frac{a_n^2}{a_{n-1}^2}=\frac{4^{3-n}}{4^{4-n}}=\frac{1}{4}$，

∴数列 $\{a_n^2\}$ 是以$\frac{1}{4}$为公比的等比数列，

由（*I*）可得，$\{na_n\}=n\cdot 2^{3-n}$，其前 3 项分别为 4，4，3 构不成等比数列，

故$\{na_n\}$不是等比数列.

【点评】本题主要考查了等比数列的定义在通项公式求解及等比数列的判断中的应用，属于中档试题.

17．【分析】（Ⅰ）在10月1日当天，所调查的5个店的w型号手机总销售量为6+6+13+8+11＝44（部），T型号手机总销售量为12+9+13+6+4＝44（部）．故所调查的5个店的w型号手机在这2款手机中的销售频率为$\frac{44}{44+44}=\frac{1}{2}$，所以$w$型号手机10月1日的全国销售量约为$10\times\frac{1}{2}=5$（万部）

（Ⅱ）根据古典概型概率公式以及列举法可得．

（Ⅲ）∵η＝3ξ+4，∴D（η）＝D（3ξ+4）＝3^2D（ξ）＝9m．

【解答】解：（Ⅰ）在10月1日当天，所调查的5个店的w型号手机总销售量为6+6+13+8+11＝44（部），

T型号手机总销售量为12+9+13+6+4＝44（部）．

故所调查的5个店的w型号手机在这2款手机中的销售频率为$\frac{44}{44+44}=\frac{1}{2}$，

所以w型号手机10月1日的全国销售量约为$10\times\frac{1}{2}=5$（万部）

（Ⅱ）设事件：“从这5个手机店中任选2个，恰好选中B手机店”为M，

则从这5个手机店中任选2个，所有可能结果有10中，即（A，B），（A，C），（A，D），（A，E），（B，C），（B，D），（B，E），（C，D），（C，E），（D，E），

而事件M的结果有4种，它们是（A，B），（B，C），（B，D），（B，E），

所以P（M）＝$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，

即从这5个手机店中任选2个，恰好选中B手机店的概率为$\frac{2}{5}$．

（Ⅲ）∵η＝3ξ+4，∴D（η）＝D（3ξ+4）＝3^2D（ξ）＝9D（ξ）＝9m．

∴s^2＝9m．

【点评】本题考查了离散型随机变量的期望与方差，属中档题．

18．【分析】（Ⅰ）根据题意知$BO\perp A_1O$，$BO\perp OD$，证得$BO\perp$平面A_1OD，从而得出$BO\perp A_1D$；

（Ⅱ）取A_1C的中点N，连接MN、DN，证明四边形$OMND$为平行四边形，得出$MO\parallel DN$，从而证明$MO\parallel$平面A_1CD；

（Ⅲ）平面A_1OD不可能垂直于平面A_1CD，用反证法证明即可；假设平面$A_1OD\perp$平面A_1CD，能得出OE同时垂直于两个相交平面$OBCD$和A_1CD，这显然不成立，即假设不成立，从而得证．

【解答】（Ⅰ）证明：在图1中，因为$BO\perp AD$，所以在图2中，$BO\perp A_1O$，$BO\perp OD$，

又因为 $A_1O\cap OD=O$，所以 $BO\perp$平面 A_1OD；

又因为 $A_1D\subset$平面 A_1OD，所以 $BO\perp A_1D$；

（Ⅱ）证明：取 A_1C 的中点 N，连接 MN、DN，

因为 M 为 A_1B 的中点，所以 $MN\parallel BC$，且 $MN=\frac{1}{2}BC$；

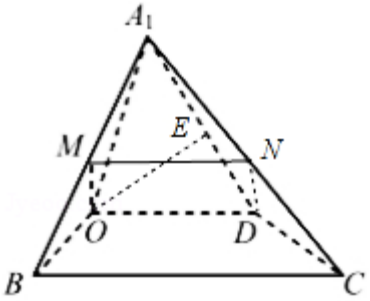


图3

又因为 $OD\parallel BC$，且 $OD=\frac{1}{2}BC$，所以 $MN\parallel OD$，且 $MN=OD$，

所以四边形 $OMND$ 为平行四边形，

所以 $MO\parallel DN$，

又因为 $MO\not\subset$平面 A_1CD，$DN\subset$平面 A_1CD，所以 $MO\parallel$平面 A_1CD；

（Ⅲ）解：平面 A_1OD 不可能垂直于平面 A_1CD，证明如下；

假设平面 $A_1OD\perp$平面 A_1CD，在平面 A_1OD 内作 $OE\perp A_1D$ 于 E，

因为平面 $A_1OD\cap$平面 $A_1CD=A_1D$，所以 $OE\perp$平面 A_1CD，

又因为 $CD\subset$平面 A_1CD，所以 $OE\perp CD$；

由（Ⅰ）知 $BO\perp$平面 A_1OD，所以 $BO\perp OE$，

又 BO 与 CD 相交，且 BO、$CD\subset$平面 $OBCD$，所以 $OE\perp$平面 $OBCD$；

所以 OE 同时垂直于两个相交平面 $OBCD$ 和平面 A_1CD，

这显然不成立，故假设不成立，

所以平面 A_1OD 不可能垂直于平面 A_1CD.

【点评】本题考查了空间中的线面平行与垂直的判定和性质应用问题，是中档题.

19. 【分析】（Ⅰ）由题意，设直线 l 的方程为 $y=kx+m$，联立直线方程与椭圆方程，化为关于 x 的一元二次方程，利用判别式等于 0 可得 $m^2=2k^2+1$．设 $B(x_0, y_0)$，利用根与系数的关系求得 $B(\frac{-2k}{m}, \frac{1}{m})$．由点 B 在第一象限，得 $\frac{-2k}{m}>0$，$\frac{1}{m}>0$，即 $m>0$，$k<0$，再由 $k=-1$ 求得 m，则直线方程可求；

（Ⅱ）由（Ⅰ），得 $m^2=2k^2+1$，$B(\frac{-2k}{m}, \frac{1}{m})$．由 $A(\sqrt{2}, 0)$，得直线 AB 的方程，进一步求得 P 点坐标，再由直线 $AQ\parallel l$，设直线 AQ 的方程为 $y=k(x-\sqrt{2})$，求得 Q 坐标，由两点间的距离公式求得 $|PQ|=|m|$．再由 $|QF|=\sqrt{2k^2+1}=\sqrt{m^2}=|m|=|PQ|$，可得 $\triangle PQF$ 为等腰三角形．

【解答】（Ⅰ）解：由题意，设直线 l 的方程为 $y=kx+m$，

联立 $\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$，得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$．

∵直线 l 与椭圆相切，

∴$\triangle=16k^2m^2-4(2k^2+1)(2m^2-2)=0$，即 $m^2=2k^2+1$．

设 $B(x_0, y_0)$，则 $x_0=\frac{1}{2}\times\frac{-4km}{2k^2+1}=\frac{-2km}{2k^2+1}=\frac{-2k}{m}$，$y_0=kx_0+m=\frac{-2k^2+m^2}{m}=\frac{1}{m}$．

∴$B(\frac{-2k}{m}, \frac{1}{m})$．

由点 B 在第一象限，得 $\frac{-2k}{m}>0$，$\frac{1}{m}>0$，即 $m>0$，$k<0$．

若 $k=-1$，则 $m=\sqrt{2k^2+1}=\sqrt{3}$．

∴直线 l 的方程为 $y=-x+\sqrt{3}$；

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ），得 $m^2=2k^2+1$，$B(\frac{-2k}{m}, \frac{1}{m})$．

由 $A(\sqrt{2}, 0)$，得直线 AB 的斜率为 $k_{AB}=\frac{\frac{1}{m}}{\frac{-2k}{m}-\sqrt{2}}=\frac{1}{-2k-\sqrt{2}m}$．

∴直线 AB 的方程为 $y=\frac{1}{-2k-\sqrt{2}m}(x-\sqrt{2})$．

令 $x=0$，得 $y=\frac{1}{\sqrt{2}k+m}$，∴$P(0, \frac{1}{\sqrt{2}k+m})$．

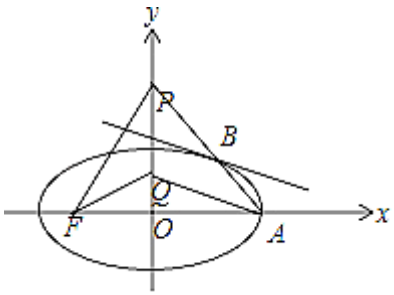
∵直线 $AQ//l$，∴设直线 AQ 的方程为 $y=k(x-\sqrt{2})$，

令 $x=0$，得 $y=-\sqrt{2}k$，则 $Q(0,\ -\sqrt{2}k)$．

$\therefore |PQ|=|\frac{1}{\sqrt{2}k+m}+\sqrt{2}k|=|\frac{2k^2+\sqrt{2}km+1}{\sqrt{2}k+m}|=|\frac{m^2+\sqrt{2}km}{\sqrt{2}k+m}|=|m|$．

又∵$|QF|=\sqrt{2k^2+1}=\sqrt{m^2}=|m|=|PQ|$．

∴$\triangle PQF$ 为等腰三角形．



【点评】本题考查直线与椭圆位置关系的判定与应用，考查数形结合的解题思想方法，考查计算能力，属中档题．

20．【分析】（Ⅰ）求函数的导数，结合函数单调性和导数之间的关系进行求解即可

（Ⅱ）利用导数的几何意义求出切线方程，利用反证法进行证明

（Ⅲ）将不等式进行转化，构造函数，求出函数的最小值进行证明即可

【解答】解：（I）函数的导数为 $f'(x)=2+\ln x$，由 $f'(x)=0$ 得 $x=e^{-2}$，

由 $f'(x)>0$•得 $x>e^{-2}$，所以 $f(x)$ 在 $(e^{-2},\ +\infty)$ 上单调递增，

由 $f'(x)<0$．得 $0<x<e^{-2}$，所以 $f(x)$ 在 $(0,\ e^{-2})$ 上单调递减．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,\ f(x_0))$ 处的切线为 $y-f(x_0)=f(x_0)(x-x_0)$，其中 $x_0>0$，

假设 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,\ f(x_0))$ 处的切线经过原点．

则有 $0-f(x_0)=f(x_0)(0-x_0)$，即 $-x_0(\ln x_0+1)=(2+\ln x_0)(-x_0)$，

整理得 $x_0=0$ 与 $x_0>0$ 矛盾，

则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,\ f(x_0))$ 处的切线不经过原点；

（Ⅲ）$f(x)\geqslant k(x-\frac{1}{2})$ 对 $x\in(0,\ +\infty)$ 恒成立等价于“当 $x>0$ 时，$f(x)-k(x-\frac{1}{2})\geqslant 0$ 恒成立．

令 $g(x)=f(x)-k(x-\frac{1}{2})$，则 $g'(x)=\ln x+2-k$．由 $g'(x)=0$，得 $x=e^{k-2}$，

随着 x 变化，$g(x)$，$g'(x)$ 的变化情况如下表所示：

x	$(0, e^{k-2})$	e^{k-2}	$(e^{k-2}, +\infty)$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	↓	极小值	↑

所以 $g(x)$ 在 $(0, e^{k-2})$ 上单调递减，在

$(e^{k-2}, +\infty)$ 上单调递增，所以函数 $g(x)$ 的最小值为 $g(e^{k-2})=\frac{1}{2}k-e^{k-2}\geqslant 0$，

令 $h(k)=\frac{1}{2}k-e^{k-2}$，则 $h(2)=\frac{1}{2}\times 2-e^{2-2}=1-1=0$．

当 $k=2$ 时，因为 $g(x)$ 的最小值为值 $g(e^{k-2})=g(1)=0$，

所以 $f(x)\geqslant k(x-\frac{1}{2})$ 恒成立，符合题意；

当 $k>2$ 时．由 $h'(k)=\frac{1}{2}-e^{k-2}<\frac{1}{2}-e^{2-2}<0$，得函数 $h(k)=\frac{1}{2}k-e^{k-2}$，在 $(2, +\infty)$ 上单调递减，所以 $h(k)<h(2)=0$，

故此时 $g(x)$ 的最小值 $g(e^{k-2})=h(k)<0$，不符合题意，

所以整数 k 的最大值是 2．

【点评】本题主要考查导数的综合应用，结合函数的单调性和导数的关系以及导数的几何意义求出切线方程是解决本题的关键．考查学生的运算能力．