2019 北京海淀高三二模

数　　学（文）

2019.5

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题国要求的一项。

(1) 已知集合 $A=\{x|1\le x\le 5\}$，$B=\{x|3\le x\le 6\}$，则 $A\cap B=$

(A) [1, 3]　(B) [3, 5]　(C) [5, 6]　(D) [1, 6]

(2) 复数 $z=a+i(i\in R)$ 的实部是虚部的 2 倍，则 a 的值为

(A) $-\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{2}$　(C) −2　(D) 2

(3) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{3}=1(a>0)$ 的右顶点和抛物线 $y^2=8x$ 的焦点重合，则 a 的值为

(A) 1　(B) 2

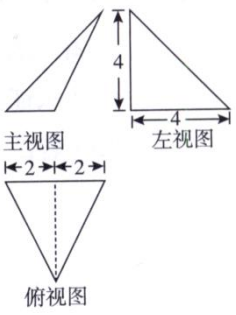
(C) 3　(D) 4

(4) 若关于 x 的方程 $x+\frac{1}{x}=a$ 在 $(0,+\infty)$ 上有解，则 a 的取值范围是

(A) (0，　+∞)　(B) [1，　+∞)

(C) [2，　+∞)　(D) [3，　+∞)

(5) 某三棱锥的三视图如右图所示，则该三棱锥的所有棱长构成的集合为



(A) $\{2,4,2\sqrt{3},6\}$

(B) $\{2,4,2\sqrt{5},4\sqrt{3},6\}$

(C) $\{2,4,2\sqrt{5},4\sqrt{2},6\}$

(D) $\{2,4,2\sqrt{5},4\sqrt{3}\}$

(6) 把函数 $y=2^x$ 的图象向左平移 t 个单位长度，得到的图象对应函数的解析式为 $y=3\cdot 2^x$，则 t 的值为

(A) $\log_3 2$　(B) $\log_2 3$　(C) $\sqrt{2}$　(D) $\sqrt{3}$

(7) 已知函数 $f(x)=\sin\omega x(\omega>0)$，则“函数 $f(x)$ 的图象经过点（$\frac{\pi}{4}$，1）”是“函数 $f(x)$ 的图象经过点（$\frac{\pi}{2},0$）”的

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C)充分必要条件　　(D)既不充分也不必要条件

(8)记$x^2+y^2\le 1$表示的平面区域为W，点O为原点，点P为直线$y=2x-2$上的一个动点．若区域W上存在点Q，使得$|OQ|=|PQ|$，则$|OP|$的最大值为

(A)1　　(B) $\sqrt{2}$　　(C) $\sqrt{3}$　　(D)2

第二部分（非选择题共1 10分）

二、 填空题共6小题，每小题5分，共30分.

(9)已知直线$l_1: x-y+1=0$与$l_2: x+ay+3=0$平行，则$a=$_____，l_1与l_2之间的距离为_____

(10)已知函数$f(x)=(x+t)(x-t^2)$是偶函数，则$t=$

(11) $a=\frac{1}{2}, b=\log_4 3, c=\sin\frac{\pi}{8}$，则这三个数中最大的是_____

(12)已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{a_n}{n}$，且$a_5=15$，则$a_8=$_____.

(13)在矩形$ABCD$中，$AB=2, BC=1$，点E为BC的中点，点F在线段DC上．若$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AP}$，且点$P$在直线$AC$上，则$|\overrightarrow{AF}|=$

(14)已知集合$A_0=\{x|0<x<1\}$. 给定一个函数$y=f(x)$，定义集合$A_n=\{y|y=f(x), x\in A_{n-1}\}$若$A_n\cap A_{n-1}=\phi$对任意的$n\in N^*$成立，则称该函数$y=f(x)$具有性质“　”.

(I)具有性质“9”的一个一次函数的解析式可以是_____；

(Ⅱ)给出下列函数：①$y=\frac{1}{x}$；②$y=2^x$；③$y=\sin(\frac{\pi}{2}x)+1$，其中具有性质“9”的函 数的序号是____.（写出所有正确答案的序号）

三、解答题共6小题，共80分，解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

(15)（本小题满分13分）

在ΔABC中，$a=7, b=8, A=\frac{\pi}{3}$.

(Ⅰ)求$\sin B$的值；

(Ⅱ)若ΔABC是锐角三角形，求ΔABC的面积.

(16)（本小题满分13分）

已知数列$\{a_n\}$为等比数列，且$a_{n+1}-a_n=2\cdot 3^n$.

(I)求公比q和a_3的值；

(Ⅱ)若$\{a_n\}$的前n项和为S_n，求证：$-3, S_n, a_{n+1}$成等差数列.

(17)（本小题满分 14 分）

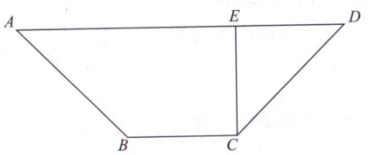


图 1

如图 1 所示，在等腰梯形 $ABCD$， $BC \parallel AD$， $CE \perp AD$，垂足为 E， $AD=3BC=3$， $EC=1$. 将 ΔDEC 沿 EC 折起到 ΔD_1EC 的位置，使平面 $\Delta D_1EC \perp$ 平面 $ABCE$，如图 2 所示，点 G 为棱 AD_1 的中点。

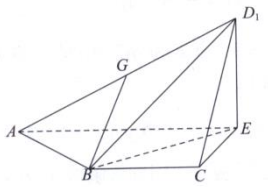


图 2

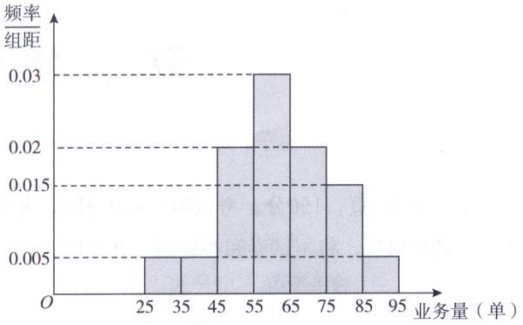
（Ⅱ）求证：$BG \parallel$ 平面 D_1EC；

(Ⅱ)求证：$AB \perp$ 平面 D_1EB；

(Ⅲ)求三棱锥 D_1-GEC 的体积.

(18)（本小题满分 13 分）

某快餐连锁店招聘外卖骑手，该快餐连锁店提供了两种日工资方案：方案(1)规定每日底薪 50 元，快递业务每完成一单提成 3 元；方案(2)规定每日底薪 100 元，快递业务的前 44 单没有提成，从第 45 单开始，每完成一单提成 5 元．该快餐连锁店记录了每天骑手的人均业务量．现随机抽取 100 天的数据，将样本数据分为[25，35），[35，45)，[45，55)，[55，65)，[65，75)，[75，85)，[85，95]七组，整理得到如图所示的频率分布直方图。



(I)随机选取一天，估计这一天该连锁店的骑手的人均日快递业务量不少于 65 单的概率；

(Ⅱ)若骑手甲、乙选择了日工资方案(1)，丙、丁选择了日工资方案(2)．现从上述 4 名骑手中随机选取 2 人，求至少有 1 名骑手选择方案(1)的概率；

(Ⅲ)若仅从人均日收入的角度考虑，请你利用所学的统计学知识为新聘骑手做出日工资方 案的选择，并说明理由．（同组中的每个数据用该组区间的中点值代替）

(19)（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=e^x(ax^2+x+1)$.

(Ⅰ)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(-2,f(-2))$ 处的切线的倾斜角；

(Ⅱ)若函数 $f(x)$ 的极大值大于 1，求口的取值范围.

(20) 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左顶点 A 与上顶点 B 的距离为 $\sqrt{6}$.

(Ⅱ)求椭圆 C 的方程和焦点的坐标；

(Ⅱ)点 P 在椭圆 C 上，线段 AP 的垂直平分线分别与线段 AP 、 x 轴、 y 轴相交于不同的三点 M,H,Q .

(ⅰ)求证：点 M,Q 关于点 H 对称；

(ⅱ)若 ΔPAQ 为直角三角形，求点 P 的横坐标.

参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

（1）B　　（2）D　　（3）B　　（4）C

（5）C　　（6）B　　（7）A　　（8）D

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

（ 9 ）$1,\sqrt{2}$　　（10）$0,1$

（11）b　　（12）24

（13）$\sqrt{2}$　　（14）$y=x+1$ （答案不唯一），① ②

三、解答题（共 6 小题，共 80 分）

（15）（共 13 分）

解：（Ⅰ）在△ABC 中，因为 $a=7$，$b=8$，$A=\dfrac{\pi}{3}$，

所以由正弦定理 $\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin A}{a}$

得 $\sin B=\dfrac{b\sin A}{a}=\dfrac{8}{7}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$

（Ⅱ）**方法 1：**

因为 $a=7$，$b=8$，所以 $B>A=\dfrac{\pi}{3}$，所以 $C<\pi-\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{3}$，

即 C 一定为锐角，所以 B 为△ABC 中的最大角

所以△ABC 为锐角三角形当且仅当 B 为锐角

因为 $\sin B=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$，所以 $\cos B=\dfrac{1}{7}$

因为 $\sin C=\sin(A+B)$

$=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

$=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 7\times 8\times\frac{5\sqrt{3}}{14}=10\sqrt{3}$

方法 2：

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

得 $49=64+c^2-2\times 8\times c\times\frac{1}{2}$

即 $c^2-8c+15=0$

解得 $c=5$ 或 $c=3$

当 $c=3$ 时，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}<0$，与 $\triangle ABC$ 为锐角三角形矛盾，舍去

当 $c=5$ 时，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}>0$，所以 B 为锐角，

因为 $b>a>c$，所以 B 为最大角，所以 $\triangle ABC$ 为锐角三角形

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 8\times 5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$.

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $10\sqrt{3}$

（16）（共 13 分）

解：（Ⅰ）**方法 1：**

由题设得 $\begin{cases}a_2-a_1=6\\ a_3-a_2=18\end{cases}$

因为 $\{a_n\}$ 为等比数列，

所以 $\begin{cases}a_2-a_1=6\\ a_2q-a_1q=18\end{cases}$

所以 $q=3$

又因为 $a_2-a_1=a_1q-a_1=6$

所以 $a_1=3$

所以 $a_n=3^n$

经检验，此时 $a_{n+1}-a_n=3^{n+1}-3^n=2\cdot 3^n$ 成立，且 $\{a_n\}$ 为等比数列

所以 $a_3=3^3=27$

方法 2：

因为 $a_n-a_{n-1}=2\cdot 3^{n-1}(n\geq 2)$

$a_{n-1}-a_{n-2}=2\cdot 3^{n-2}$

$a_{n-2}-a_{n-3}=2\cdot 3^{n-3}$

$a_3-a_2=2\cdot 3^2$

$a_2-a_1=2\cdot 3^1$

把上面 $n-1$ 个等式叠加，得到

$a_n-a_1=2\cdot\left(3+3^2+...+3^{n-1}\right)=3^n-3$

所以 $a_n=a_1-3+3^n(n\geq 2)$

而 $a_1=a_1-3+3^1$ 也符合上式

所以 $a_n=a_1-3+3^n(n\in\mathbf{N}^*)$

因为数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，设公比为 q

所以对于 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，有 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_1-3+3^{n+1}}{a_1-3+3^n}=q$ 恒成立

所以 $a_1-3+3^{n+1}-q(a_1-3+3^n)=0$

即 $3^n(3-q)+(a_1-3)(1-q)=0$

所以 $q=3$，$(a_1-3)(1-q)=0$

而显然 $q=1$ 不成立，所以 $a_1=3$

所以 $a_n=3^n$

所以 $a_3=3^3=27$

方法 3：

由题设得：$\begin{cases} a_n - a_{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} \\ a_{n+1} - a_n = 2 \cdot 3^n \end{cases}$，其中 $n \geq 2$

因为 $\{a_n\}$ 为等比数列，

所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$ 对于 $\forall n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立

所以 $\begin{cases} a_n - a_{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} \\ a_n q - a_{n-1} q = 2 \cdot 3^n \end{cases}$

所以 $q = 3$

又因为 $a_2 - a_1 = a_1 q - a_1 = 6$

所以 $a_1 = 3$

所以 $a_3 = a_1 q^2 = 27$

方法 4：

因为 $\{a_n\}$ 为等比数列，

所以，对于 $\forall n \in \mathbf{N}^*$，有 $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 恒成立

由 $a_{n+1} - a_n = 2 \cdot 3^n$ ，

得 $a_{n+1} = a_n + 2 \cdot 3^n$， $a_{n+2} = a_{n+1} + 2 \cdot 3^{n+1} = a_n + 8 \cdot 3^n$

所以 $\left(a_n + 2 \cdot 3^n\right)^2 = a_n \left(a_n + 8 \cdot 3^n\right)$

所以 $a_n = 3^n$

所以 $q = 3$， $a_3 = 27$

（Ⅱ）因为 $a_n = a_1 q^{n-1} = 3^n$

所以 $a_{n+1} = a_1 q^n = 3^{n+1}$

$$S_n = \frac{3(1-3^{n)}}{1-3} = \frac{3^{n+1}-3}{2}$$

因为 $S_n - (-3) = \frac{3^{n+1}-3}{2} + 3 = \frac{3^{n+1}+3}{2}$

$$a_{n+1}-S_n=3^{n+1}-\frac{3^{n+1}-3}{2}=\frac{3^{n+1}+3}{2}$$

所以 $S_n-(-3)=a_{n+1}-S_n$

所以 $-3, S_n, a_{n+1}$ 成等差数列

（17）（共 14 分）

解：（Ⅰ）**方法 1**：

在图 1 的等腰梯形 $ABCD$ 内，过 B 作 AE 的垂线，垂足为 F，

因为 $CE \perp AD$，所以 $BF \parallel EC$

又因为 $BC \parallel AD$，$BC=CE=1$，$AD=3$

所以四边形 $BCEF$ 为正方形，

且 $AF=FE=ED=1$，F 为 AE 中点

在图 2 中，连结 GF

因为点 G 是 AD_1 的中点，

所以 $GF \parallel D_1E$

又因为 $BF \parallel EC$，$GF \cap BF=F$，

GF，$BF \subset$ 平面 BFG，$D_1E, EC \subset$ 平面 D_1EC，

所以平面 $BFG \parallel$ 平面 CED_1

又因为 $BG \subset$ 面 GFB，所以 $BG \parallel$ 平面 D_1EC

方法 2：

在图 1 的等腰梯形 $ABCD$ 内，过 B 作 AE 的垂线，垂足为 F

因为 $CE \perp AD$，所以 $BF \parallel EC$

又因为 $BC \parallel AD$，$BC=CE=1$，$AD=3$

所以四边形 $BCEF$ 为正方形，F 为 AE 中点

在图 2 中，连结 GF

因为点 G 是 AD_1 的中点，

所以 $GF \parallel D_1E$

又 $D_1E \subset$ 平面 D_1EC， $GF \not\subset$ 平面 D_1EC

所以 $GF \parallel$ 平面 D_1EC

又因为 $BF \parallel EC$， $EC \subset$ 平面 D_1EC， $BF \not\subset$ 平面 D_1EC

所以 $BF \parallel$ 平面 D_1EC

又因为 $GF \cap BF = F$

所以平面 $BFG \parallel$ 平面 D_1EC

又因为 $BG \subset$ 面 GFB ，所以 $BG \parallel$ 平面 D_1EC

方法 3：

在图 1 的等腰梯形 $ABCD$ 内，过 B 作 AE 的垂线，垂足为 F，

因为 $CE \perp AD$，所以 $BF \parallel EC$

又因为 $BC \parallel AD$ ， $BC = CE = 1$， AD=3

所以四边形 $BCEF$ 为正方形， $AF = FE = ED = 1$，得 $AE = 2$

所以 $BC \parallel AE$， $BC = \frac{1}{2} AE$

在图 2 中设点 M 为线段 D_1E 的中点，连结 MG, MC，

因为点 G 是 AD_1 的中点，

所以 $GM \parallel AE$， $GM = \frac{1}{2} AE$

所以 $GM \parallel BC$， $GM = BC$，所以四边形 $MGBC$ 为平行四边形

所以 $BG \parallel CM$

又因为 $CM \subset$ 平面 D_1EC， $BG \not\subset$ 平面 D_1EC

所以 $BG \parallel$ 平面 D_1EC

（Ⅱ） 因为平面 $D_1EC \perp$ 平面 $ABCE$，

平面 $D_1EC \cap$ 平面 $ABCE = EC$，

$D_1E \perp EC$, $D_1E \subset$ 平面 D_1EC，

所以 $D_1E \perp$ 平面 $ABCE$

又因为 $AB \subset$ 平面 $ABCE$

所以 $D_1E \perp AB$

又 $AB=\sqrt{2}, BE=\sqrt{2}, AE=2$，满足 $AE^2=AB^2+BE^2$ ，

所以 $BE \perp AB$

又 $BE \cap D_1E=E$

所以 $AB \perp$ 平面 D_1EB

（Ⅲ）$CE \perp D_1E, CE \perp AE$， $AE \cap D_1E=E$

所以 $CE \perp$ 面 D_1AE

线段 CE 为三棱锥 $C-D_1AE$ 底面 D_1AE 的高

所以 $V_{D_1-GEC}=\frac{1}{2}V_{C-D_1AE}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2\cdot 1=\frac{1}{6}$

18. （共 13 分）

解：（Ⅰ）设事件 A 为“随机选取一天，这一天该连锁店的骑手的人均日快递业务量不少于 65 单”

依题意，连锁店的人均日快递业务量不少于 65 单的频率分别为：$0.2, 0.15, 0.05$

因为 $0.2+0.15+0.05=0.4$

所以 $P(A)$ 估计为 0.4.

（Ⅱ）设事件 B 为“从四名骑手中随机选取 2 人，至少有 1 名骑手选择方案（1）”

从四名新聘骑手中随机选取 2 名骑手，有 6 种情况，即

{甲，乙}，{甲，丙}，{甲，丁}，{乙，丙}，{乙，丁}，{丙，丁}

其中至少有 1 名骑手选择方案（1）的情况为

{甲，乙}，{甲，丙}，，{甲，丁}，{乙，丙}，{乙，丁}

所以 $P(B)=\frac{5}{6}$

（Ⅲ）**方法 1：**

快餐店人均日快递量的平均数是：

$30\times0.05+40\times0.05+50\times0.2+60\times0.3+70\times0.2+80\times0.15+90\times0.05=62$

因此，方案（1）日工资约为$50+62\times3=236$

方案 2 日工资约为$100+(62-44)\times5=190<236$

故骑手应选择方案（1）

方法 2：

设骑手每日完成快递业务量为n 件

方案（1）的日工资$y_1=50+3n(n\in\mathbf{N}^*)$，

方案（2）的日工资$y_2=\begin{cases}100,n\le44,n\in\mathbf{N}^*\\100+5(n-44),n>44,n\in\mathbf{N}^*\end{cases}$

当$n<17$时，$y_1<y_2$

依题意，可以知道$n\ge25$，所以这种情况不予考虑

当$n\ge25$时

令$50+3n>100+5(n-44)$

则$n<85$

即若骑手每日完成快递业务量在85 件以下，则方案（1）日工资大于方案（2）日工资，而依题中数据，每日完成快递业务量超过85 件的频率是0.05 ，较低，

故建议骑手应选择方案（1）

方法 3：

设骑手每日完成快递业务量为n单，

方案（1）的日工资$y_1=50+3n(n\in\mathbf{N}^*)$ ，

方案（2）的日工资$y_2=\begin{cases}100,n\le44,n\in\mathbf{N}^*\\100+5(n-44),n>44,n\in\mathbf{N}^*\end{cases}$

所以方案（1）日工资约为

$140\times0.05+170\times0.05+200\times0.2+230\times0.3+260\times0.2+290\times0.15+320\times0.05$ $=236$

方案（2）日工资约为

$100\times0.05+100\times0.05+130\times0.2+180\times0.3+230\times0.2+280\times0.15+330\times0.05$ $=194.5$

因为$236>194.5$，所以建议骑手选择方案（1）.

19.（共 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=\mathrm{e}^x(ax^2+x+1)$，

所以 $f'(x)=\mathrm{e}^x(x+2)(ax+1)$

所以 $f'(-2)=0$，

所以切线的倾斜角为0

（Ⅱ）因为 $f'(x)=\mathrm{e}^x(x+2)(ax+1)$

当$a=0$时，令 $f'(x)=0$，得 $x_1=-2$

当 x 变化时， $f'(x),f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	极小值	↗

由上表函数 $f(x)$ 只有极小值，没有极大值，不合题意，舍去

当$a\neq0$时，令 $f'(x)=0$，得 $x_1=-2,x_2=-\dfrac{1}{a}$

当$a<0$时，

当 x 变化时， $f'(x),f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,-\frac{1}{a})$	$-\frac{1}{a}$	$(-\frac{1}{a},+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	极小值	↗	极大值	↘

由上表函数 $f(x)$ 的极大值 $f(-\dfrac{1}{a})=\mathrm{e}^{-\frac{1}{a}}>\mathrm{e}^0=1$，满足题意

当 $a=\frac{1}{2}$ 时， $f'(x)=\frac{1}{2}e^{x}(x+2)^2\geq 0$，

所以函数 $f(x)$ 单调递增，没有极大值，舍去

当 $a>\frac{1}{2}$ 时，当 x 变化时， $f'(x), f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,-\frac{1}{a})$	$-\frac{1}{a}$	$(-\frac{1}{a},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

由上表函数 $f(x)$ 的极大值 $f(-2)=e^{-2}(4a-1)>1$，

解得 $a>\frac{e^2+1}{4}$

当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，当 x 变化时， $f'(x), f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-\frac{1}{a})$	$-\frac{1}{a}$	$(-\frac{1}{a},-2)$	-2	$(-2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

由上表函数 $f(x)$ 的极大值 $f(-\frac{1}{a})=e^{-\frac{1}{a}}<1$，不合题意

综上， a 的取值范围是 $(-\infty,0)\cup(\frac{e^2+1}{4},+\infty)$

20. （共 13 分）

解：（Ⅰ）依题意，有 $\sqrt{4+b^2}=\sqrt{6}$

所以 $b=\sqrt{2}$

椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$

焦点坐标分别为 $F_1(-\sqrt{2},0), F_2(\sqrt{2},0),$

（Ⅱ）(i)**方法 1：**

设 $P(x_0,y_0)$，则 $\frac{{x_0}^2}{4}+\frac{{y_0}^2}{2}=1$

依题意 $x_0 \neq \pm 2, y_0 \neq 0$， $A(-2,0)$,

所以 $M(\frac{x_0-2}{2}, \frac{y_0}{2})$

所以直线 PA 的斜率 $k_{Ap} = \frac{y_0}{x_0+2}$

因为 $PA \perp MQ$，所以 $k_{PA} \cdot k_{MQ} = -1$

所以直线 MQ 的斜率 $k_{MQ} = -\frac{x_0+2}{y_0}$

所以直线 MQ 的方程为 $y - \frac{y_0}{2} = -\frac{x_0+2}{y_0}(x - \frac{x_0-2}{2})$

令 $x=0$，得到 $y_Q = \frac{y_0}{2} + \frac{(x_0+2)(x_0-2)}{2y_0}$

因为 $\frac{{x_0}^2}{4} + \frac{{y_0}^2}{2} = 1$

所以 $y_Q = -\frac{y_0}{2}$ ， 所以 $Q(0, -\frac{y_0}{2})$

所以 H 是 M, Q 的中点，所以点 M, Q 关于点 H 对称

方法 2：

设 $P(x_0, y_0)$，直线 AP 的方程为 $y = k(x+2)$

联立方程 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \\ y = k(x+2) \end{cases}$

消元得 $(1+2k^2)x^2 + 8k^2x + 8k^2 - 4 = 0$

所以 $\Delta = 16 > 0$

所以 $x_0 + (-2) = \frac{-8k^2}{1+2k^2}$

所以 $x_0 = \frac{-4k^2+2}{1+2k^2}$

所以 $x_M=\frac{-4k^2}{1+2k^2}$， $y_M=k(\frac{-4k^2}{1+2k^2}+2)=\frac{2k}{1+2k^2}$

所以 $M(\frac{-4k^2}{1+2k^2},\frac{2k}{1+2k^2})$

因为 $AP\perp MQ$，所以 $K_{MQ}=-\frac{1}{k}$

所以直线 MQ 的方程为 $y-\frac{2k}{1+2k^2}=-\frac{1}{k}(x-\frac{-4k^2}{1+2k^2})$

令 $x=0$，得到 $y_Q=\frac{2k}{1+2k^2}-\frac{1}{k}\cdot\frac{4k^2}{1+2k^2}=\frac{-2k}{1+2k^2}$

所以 $Q(0,\frac{-2k}{1+2k^2})$

所以 H 是 M,Q 的中点，所以点 M,Q 关于点 H 对称

方法 3：

设 $P(x_0,y_0)$，直线 AP 的方程为 $x=ty-2$

联立方程 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\\x=ty-2\end{cases}$

消元得，$(t^2+2)y^2-4ty=0$

因为 $0+y_0=\frac{4t}{t^2+2}$，所以 $y_0=\frac{4t}{t^2+2}$

所以 $y_M=\frac{2t}{t^2+2}$ $x_M=\frac{-4}{t^2+2}$，

所以 $M(\frac{-4}{t^2+2},\frac{2t}{t^2+2})$

因为 $AP\perp MQ$，所以 $K_{MQ}=-\frac{1}{k}$

所以直线 MQ 的方程为 $y-\frac{2t}{t^2+2}=-t(x-\frac{-4}{t^2+2})$

令 $x=0$，得到 $y_Q=\frac{-2t}{t^2+2}$ ，所以 $Q(0,\frac{-2t}{t^2+2})$

所以 H 是 M,Q 的中点，所以点 M,Q 关于点 H 对称

（ii）**方法 1：**

因为△APQ 为直角三角形， 且 $|PQ|=|AQ|$，所以△APQ 为等腰直角三角形

所以 $|AP|=\sqrt{2}|AQ|$

因为 $P(x_0,y_0)$， $Q(0,-\frac{y_0}{2})$

即 $\sqrt{(x_0+2)^2+{y_0}^2}=\sqrt{2}\sqrt{2^2+\frac{{y_0}^2}{4}}$

化简，得到 $3{x_0}^2+16x_0-12=0$，解得 $x_0=\frac{2}{3},x_0=-6$（舍）

即点 P 的横坐标为 $\frac{2}{3}$

方法 2：

因为△APQ 为直角三角形， 且 $|PQ|=|AQ|$，所以 $\angle AQP=90°$，

所以 $\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{PQ}=0$

因为 $P(x_0,y_0)$， $Q(0,-\frac{y_0}{2})$，

所以 $\overrightarrow{AQ}=(2,-\frac{y_0}{2})$， $\overrightarrow{PQ}=(-x_0,-\frac{3y_0}{2})$

所以 $(2,-\frac{y_0}{2})\cdot(-x_0,-\frac{3y_0}{2})=0$

即 $-2x_0+\frac{3y_0^2}{4}=0$

因为 $\frac{{x_0}^2}{4}+\frac{{y_0}^2}{2}=1$

化简，得到 $3{x_0}^2+16x_0-12=0$，解得 $x_0=\frac{2}{3},x_0=-6$（舍）

即点 P 的横坐标为 $\frac{2}{3}$

方法 3：

因为△APQ 为直角三角形，且$|PQ|=|AQ|$，所以$\angle AQP=90°$

所以$|AP|=2|MQ|$

因为$P(x_0,y_0)$，$Q(0,-\frac{y_0}{2})$，$M(\frac{x_0-2}{2},\frac{y_0}{2})$

所以$\sqrt{(x_0+2)^2+y_0^2}=2\sqrt{(\frac{x_0-2}{2})^2+y_0^2}$

化简得到$8x_0-3y_0^2=0$

因为$\frac{x_0^{\,2}}{4}+\frac{y_0^{\,2}}{2}=1$

化简，得到$3x_0^{\,2}+16x_0-12=0$，解得$x_0=\frac{2}{3},x_0=-6$（舍）

即点 P 的横坐标为$\frac{2}{3}$

方法 4：

因为△APQ 为直角三角形，所以$\angle AQP=90°$

所以点 A,P,Q 都在以 AP 为直径的圆上，

因为$P(x_0,y_0)$，$Q(0,-\frac{y_0}{2})$，$A(-2,0)$

所以有$(x-\frac{-2+x_0}{2})^2+(y-\frac{y_0}{2})^2=(\frac{1}{2}\sqrt{(x_0+2)^2+y_0^{\,2}})^2$

所以 $-2x_0+\frac{3y_0^2}{4}=0$

因为$\frac{x_0^{\,2}}{4}+\frac{y_0^{\,2}}{2}=1$

化简，得到$3x_0^{\,2}+16x_0-12=0$，解得$x_0=\frac{2}{3},x_0=-6$（舍）

即点 P 的横坐标为$\frac{2}{3}$