2019 北京昌平高三二模

数　　学(文)

2019.5

本试卷共 5 页，共 150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案作答在答题卡上，在试卷上作答无效．

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

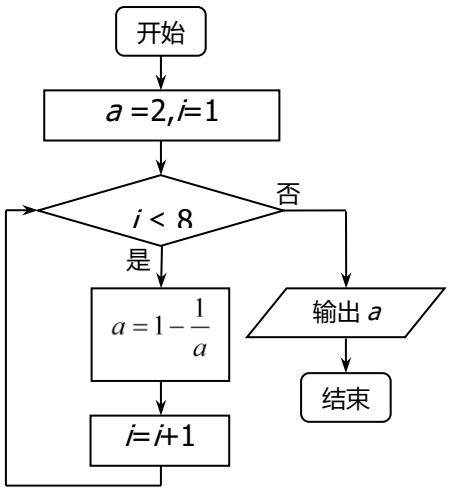
（1）已知集合$U=\{x\in\mathbf{Z}\,|\,x^2<9\}$，集合$A=\{-2,2\}$，则$\complement_U A=$

(A) $\{-1,0,1\}$　　(B) $\{-1,1\}$　　(C) $[-1,1]$　　(D) $(-1,1)$

（2）已知复数$z=-1+a(1+\mathrm{i})$（i 为虚数单位，a 为实数）在复平面内对应的点位于第二象限，则复数 Z 的虚部可以是

(A) $-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　(B) $\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　(C) $-\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{1}{2}$

（3）已知某程序框图如图所示，则执行该程序后输出的a 的值是



(A) -1

(B) $\frac{1}{2}$

(C)

(D)

（4）已知实数$x\in\mathbf{R}$，则“$x<0$”是“$\ln(x+1)<0$”的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

（5）在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$\overrightarrow{AB}=(2,-2),\overrightarrow{AD}=(2,1)$，则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}=$

(A) -3　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

（6）若x,y 满足$\begin{cases}x+y-3\le 0,\\ x-2y-3\ge 0,\\ y\ge m,\end{cases}$且$2x+y$ 的最小值为 1，则实数m 的值为

(A) -5　　(B) -1　　(C)　　(D) 5

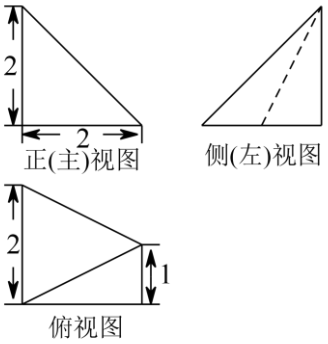
（7）某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的最长棱的长度为

(A) $\sqrt{5}$

(B) $2\sqrt{2}$

(C) $2\sqrt{3}$

(D)



（8） 一次数学竞赛，共有6道选择题，规定每道题答对得5分，不答得1分，答错倒扣1分．一个由若干名学生组成的学习小组参加了这次竞赛，这个小组的人数与总得分情况为

(A) 当小组的总得分为偶数时，则小组人数一定为奇数

(B) 当小组的总得分为奇数时，则小组人数一定为偶数

(C) 小组的总得分一定为偶数，与小组人数无关

(D) 小组的总得分一定为奇数，与小组人数无关

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

（9）已知幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$（α 是实数）的图象经过点 $(2,\sqrt{2})$，则 $f(4)$ 的值为 _____.

（10）为了落实“回天计划”，政府准备在回龙观、天通苑地区各建一所体育文化公园．针对公园中的体育设施需求，某社区采用分层抽样的方法对于21岁至65岁的居民进行了调查．已知该社区21岁至35岁的居民有840人，36岁至50岁的居民有700人，51岁至65岁的居民有560人．若从36岁至50岁的居民中随机抽取了100人，则这次抽样调查抽取的总人数是_____.

(11) 能说明“设 a,b 为实数，若 $a^2+b^2\neq 0$，则直线 $ax+by-1=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切”为假命题的一组 a,b 的值依次为_____.

（12）等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_5+a_9=a_6+8$，则 $a_5=$_____;若 $a_1=16$, 则 $n=$_____时，$\{a_n\}$ 的前 n 项和取得最大值.

（13）已知双曲线 $C_1:x^2-\frac{y^2}{3}=1$，若抛物线 $C_2:x^2=2py(p>0)$ 的焦点到双曲线 C_1 的渐近线的距离为1，则抛物线 C_2 的方程为_____.

（14）已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,\varphi<0)$ 的最小正周期为 π，且 $f(x)\geq f(\frac{\pi}{3})$ 对任意的实数 x 都成立，则 ω 的值为_____; φ 的最大值为_____.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

（15）（本小题 13 分）

在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=8$，且$a_3+a_5=4a_2$．

（I）求等差数列$\{a_n\}$的通项公式；

（II）设各项均为正数的等比数列$\{b_n\}$满足$b_4=a_1$，$b_6=a_4$，求数列$\{b_n-a_n\}$的前 n 项和S_n．

（16）（本小题 13 分）

在$\triangle ABC$中，$AC=4$，$BC=4\sqrt{3}$，$\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$．

（I）求$\angle ABC$的大小；

（II）若D为BC边上一点，$AD=\sqrt{7}$，求DC的长度．

（17）（本小题 13 分）

某学校为了解学生的体质健康状况，对高一、高二两个年级的学生进行了体质测试 ． 现从两个年级学生中各随机选取 20 人，将他们的测试数据，用茎叶图表示如下：

高一		高二
6 4 3	9	0 5 8
7 6 3 2	8	1 4 5 8
9 8 5 2 1	7	2 3 3 9
9 7 7 6 4	6	4 5 7 8
8 3 0	5	0 2 6
	4	0 2

《国家学生体质健康标准》的等级标准如下表. 规定：测试数据≥60，体质健康为合格.

等级	优秀	良好	及格	不及格
测试数据	[90,100]	[80,89]	[60,79]	[0,59]

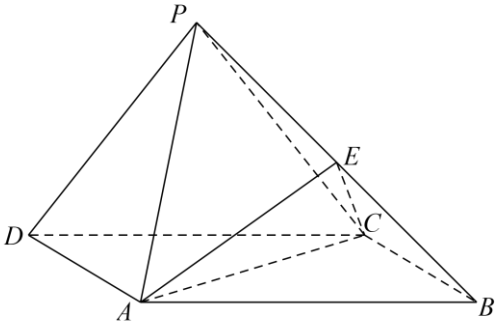
（I）从该校高二年级学生中随机选取一名学生，试估计这名学生体质健康合格的概率；

（II）从两个年级等级为优秀的样本中各随机选取一名学生，求选取的两名学生的测试数据平均数大于 95 的概率；

（III）设该校高一学生测试数据的平均数和方差分别为 $\overline{X_1}, S_1^2$，高二学生测试数据的平均数和方差分别为 $\overline{X_2}, S_2^2$，试估计 $\overline{X_1}$与$\overline{X_2}$ 、S_1^2与S_2^2 的大小 ． （只需写出结论）

（18）（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PCD \perp$ 平面 $ABCD$，$AB=2$，$BC=1$，$PC=PD=\sqrt{2}$，E 为 PB 中点.



（I）求证：PD // 平面 ACE；

（II）求证：$PD \perp$ 平面 PBC；

（III）求三棱锥 $E-ABC$ 的体积.

（19）（本小题 13 分）

已知椭圆 $G:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，经过点 $B(0,1)$. 设椭圆 G 的右顶点为 A，过原点 O 的直线 l 与椭圆 G 交于 P,Q 两点（点 Q 在第一象限），且与线段 AB 交于点 M .

（I）求椭圆 G 的标准方程；

（II）是否存在直线 l，使得 ΔBOP 的面积是 ΔBMQ 的面积的 3 倍？若存在，求直线 l 的方程；若不存在，请说明理由.

（20）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=[x^2+(a+1)x+1]\mathrm{e}^x$.

（I） 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线与 x 轴平行，求 a 的值；

（II）若 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极大值，求 a 的取值范围；

（III） 当 $a=2$ 时，若函数 $g(x)=mf(x)-1$ 有 3 个零点，求 m 的取值范围.（只需写出结论）

参考答案

1．【分析】求出集合 U，集合 A，补集定义能求出$\complement_U A$.

【解答】解：∵集合 $U=\{x\in\mathbf{Z}|x^2<9\}=\{x\in\mathbf{Z}|-3<x<3\}=\{-2,-1,0,1,2\}$，

集合 $A=\{-2,2\}$，

∴$\complement_U A=\{-1,0,1\}$.

故选：A.

【点评】本题考查补集的求法，考查补集定义、不等式性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

2．【分析】化 z 为 $a+bi$（a，$b\in\mathbf{R}$）的形式，由实部小于 0 且虚部大于 0 求得 a 的范围，则答案可求.

【解答】解：∵复数 $z=-1+a(1+i)=-1+a+ai$ 在复平面内对应的点位于第二象限，

∴$\begin{cases}-1+a<0\\a>0\end{cases}$，即 $0<a<1$.

故选：D.

【点评】本题考查了复数的基本概念，考查了复数的代数表示法及其几何意义，是基础题.

3．【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是利用循环计算变量 a 的值并输出，即可得解.

【解答】解：程序运行过程中，各变量的值如下表示：

是否继续循环　a　i

循环前　　2　1

第一圈　　是 $\frac{1}{2}$　2

第二圈　　是 -1　3

第三圈　　是 2　4

…

第 9 圈　　是 2　10

第 10 圈　　否

故最后输出的 a 值为 2.

故选：*D*.

【点评】本题主要考查了循环结构，写程序的运行结果，是算法这一模块最重要的题型，属于基础题.

4. 【分析】“*ln*（*x*+1）＜0”⇔0＜*x*+1＜1，解出即可判断出结论.

【解答】解：“*ln*（*x*+1）＜0”⇔0＜*x*+1＜1⇔﹣1＜*x*＜0.

∴“*x*＜0”是“*ln*（*x*+1）＜0”的必要不充分条件.

故选：*B*.

【点评】本题考查了对数函数的单调性、不等式的解法、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

5. 【分析】利用已知条件表示所求数量积的两个向量，然后利用数量积的运算法则求解即可.

【解答】解：在平行四边形 *ABCD* 中，*AB*∥*CD*，$\overrightarrow{AB}=(2,\ -2)$，$\overrightarrow{AD}=(2,\ 1)$，

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$=（4，﹣1），$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$=（0，﹣3），

则$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}$=4×0+（﹣1）（﹣3）=3.

故选：*C*.

【点评】本题考查平面向量的数量积的运算，向量的加减运算的求法，考查计算能力.

6. 【分析】画出满足条件的平面区域，求出角点的坐标，由 *z*=2*x*+*y* 得：*y*=﹣2*x*+*z*，显然直线过 *A* 时，*z* 最小，代入求出 *m* 的值即可.

【解答】解：画出满足条件的平面区域，如图所示：，

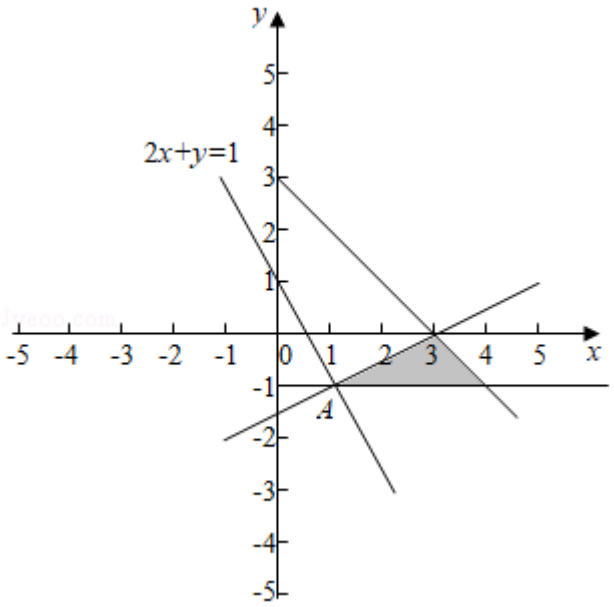
由$\begin{cases}y=m\\x-2y-3=0\end{cases}$，解得：*A*（2*m*+3，*m*），

由 *z*=2*x*+*y* 得：*y*=﹣2*x*+*z*，

显然直线过 *A*（2*m*+3，*m*）时，*z* 最小，

∴4*m*+6+*m*=1，解得：*m*=﹣1，

故选：*B*.



【点评】本题考查了简单的线性规划问题，考查数形结合思想，是一道中档题.

7. 【分析】由三视图知该几何体是一个四棱锥，由三视图求出几何元素的长度、判断出位置关系，由直观图求出该四棱锥最长棱的棱长.

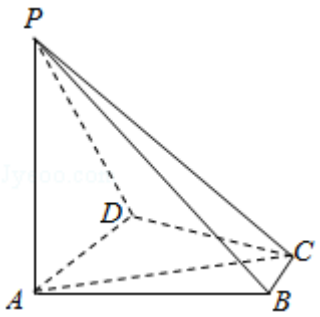
【解答】解：根据三视图可知几何体是一个四棱锥，

底面是一个直角梯形，$AD\perp AB$、$AD/\!/BC$，$AD=AB=2$、$BC=1$，

$PA\perp$底面 $ABCD$，且 $PA=2$，

∴该四棱锥最长棱的棱长为 $PC=\sqrt{PA^2+AC^2}=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$，

故选：D.



【点评】本题考查几何体三视图的应用，由三视图正确复原几何体是解题的关键，考查空间想象能力.

8. 【分析】先计算一个人得总分是偶数，若 m 题不答，则总分少 $4m$ 分，为偶数，若 n 题答错，则总分少 $6n$ 分为偶数，根据偶数的运算性质进行判断即可.

【解答】解：每个人得的总分是 $6\times5=30$，

在满分的基础上，若 1 题不答，则总分少 4 分，若 1 题答错，则总分少 6 分，

即在满分的基础上若 m 题不答，则总分少 $4m$ 分，若 n 题答错，则总分少 $6n$ 分，

则每个人的得分一定是偶数，

则小组的总得分也是偶函数，与小组人数无关，

故选：C.

【点评】本题主要考查合情推理的应用，计算出总分为偶数，答错或不答时少的分数也是偶数是解决本题的关键.

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 【分析】由幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$ 的图象过点 $(2,\sqrt{2})$ 求出 α 的值，写出 $f(x)$ 的解析式，再求 $f(4)$ 的值.

【解答】解：幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$ 的图象过点 $(2,\sqrt{2})$，

所以 $f(2)=2^{\alpha}=\sqrt{2}$，解得 $\alpha=\frac{1}{2}$，

所以 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$，

则 $f(4)=\sqrt{4}=2$.

故答案为：2.

【点评】本题考查了幂函数的定义与应用问题，是基础题.

10. 【分析】根据分层抽样是按比例抽样列式可得.

【解答】解：这次抽样调查抽取的总人数是 $\frac{100}{\frac{700}{840+700+560}}=300$.

故答案为：300.

【点评】本题考查了分层抽样，属基础题.

11. 【分析】由直线和圆相切的条件：$d=r$，求得 $a^2+b^2=1$，若为假命题，只要 $a^2+b^2\neq1$，取值 $a=1$，$b=1$，即可.

【解答】解：设 a，b 为实数，若 $a^2+b^2\neq0$，则直线 $ax+by-1=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切，

若为真命题，可得 $\frac{|0+0-1|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$，即为 $a^2+b^2=1$，

若为假命题，只要 $a^2+b^2\neq1$，

要说明“设 a，b 为实数，若 $a^2+b^2\neq0$，则直线 $ax+by-1=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切”

为假命题的一组 a，b 的值依次可为 1，1.

故答案为：1，1.

【点评】本题考查命题的真假判断，以及直线和圆相切的条件：$d=r$，考查运算能力，属于基础题.

12. 【分析】将 $a_2+a_5+a_9=a_6+8$，中的项用 a_1 和 d 表示，即可得到 a_5，$=4$，又因为 $a_1=16$，可以计算数列$\{a_n\}$的正项，即可得到$\{a_n\}$的前 n 项和取得最大值时的 n.

【解答】解：等差数列$\{a_n\}$满足 $a_2+a_5+a_9=a_6+8$，

所以 $3a_1+13d=a_1+5d+8$，即 $a_5=4$，

$a_1=16$，所以 $4d=a_5-a_1=4-16$，

所以 $d=-3$.

令$\begin{cases}a_n>0\\a_{n+1}<0\end{cases}$，解得 $n=6$，

所以$\{a_n\}$的前 6 项和取得最大值.

故填：4，6.

【点评】本题考查了等差数列的通项公式，等差数列的前 n 项和的最值问题，属于中档题.

13. 【分析】求出双曲线的渐近线方程，抛物线的焦点坐标，利用点到直线的距离公式求解即可.

【解答】解：双曲线C_1：$x^2-\frac{y^2}{3}=1$，的渐近线：$\sqrt{3}x\pm y=0$，抛物线的焦点坐标为：（0，$\frac{p}{2}$），

抛物线 C_2：$x^2=2py$（$p>0$）的焦点到双曲线 C_1 的渐近线的距离为 2，

可得：$\frac{\frac{p}{2}}{\sqrt{1+3}}=1$，解得 $p=4$，

抛物线 C_2：$x^2=8y$.

故答案为：$x^2=8y$.

【点评】本题考查抛物线与双曲线的简单性质的应用，点到直线的距离公式的应用，考查计算能力.

14．【分析】由题意可得余弦函数的最小正周期为为$\frac{2\pi}{\omega}$=π，可得 ω 的值；再根据题意，cos（$\frac{2\pi}{3}$+φ）＝﹣1，结合 φ＜0 求得 φ 的最大值．

【解答】解：∵函数 $f（x）$＝cos（ωx+φ）（ω＞0，φ＜0）的最小正周期为$\frac{2\pi}{\omega}$=π，

∴ω＝2．

∵$f(x)\geqslant f(\frac{\pi}{3})$对任意的实数 x 都成立，

∴cos（ωx+φ）≥cos（$\frac{2\pi}{3}$+φ）恒成立，

故 cos（$\frac{2\pi}{3}$+φ）＝﹣1，

故 $\frac{2\pi}{3}$+φ＝2kπ+π，$k\in\mathbf{Z}$，

∴φ＝$\frac{\pi}{3}$+2kπ，故 φ 的最大值为﹣$\frac{5\pi}{3}$，

故答案为：2；﹣$\frac{5\pi}{3}$．

【点评】本题主要考查余弦函数的周期性和最小值，函数的恒成立问题，属于基础题．

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．【分析】（Ⅰ）利用等差数列$\{a_n\}$的通项公式结合已知条件求出首项与公差然后求解通项公式；

（Ⅱ）设各项均为正数的等比数列$\{b_n\}$满足 $b_4=a_1$，$b_6=a_4$，求出公比与首项，利用吃饭求数列$\{b_n-a_n\}$的前 n 项和 S_n．

【解答】（共 13 分）

解：（Ⅰ）设数列$\{a_n\}$的公差为 d，由已知$\begin{cases}a_1+d=8,\\ a_1+2d+a_1+4d=4(a_1+d)\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a_1=4,\\ d=4\end{cases}$，所以 $a_n=4n$（$n\in\mathbf{N}^*$）．….（5 分）

（Ⅱ）设数列$\{b_n\}$的公比为 q，由已知$\begin{cases}b_4=4,\\ b_6=16\end{cases}$，解得$\begin{cases}b_1=\frac{1}{2},\\ q=2\end{cases}$或$\begin{cases}b_1=-\frac{1}{2},\\ q=-2\end{cases}$（舍），

所以 $b_n=\frac{1}{2}\times 2^{n-1}=2^{n-2}$，所以 $b_n-a_n=2^{n-2}-4n$.

$S_n=(2^{-1}-4)+(2^0-8)+(2^1-12)+\cdots+(2^{n-2}-4n)$

$=(2^{-1}+2^0+2^1+\cdots+2^{n-2})-(4+8+12+\cdots+4n)$

$=\frac{\frac{1}{2}(1-2^n)}{1-2}-\frac{(4+4n)n}{2}$

$=\frac{1}{2}(2^n-1)-2n^2-2n=2^{n-1}-\frac{1}{2}-2n^2-2n(n\in N^*)$. …. （13 分）

【点评】本题考查等差数列以及等比数列的应用，数列求和的方法，考查转化首项以及计算能力.

16. 【分析】（Ⅰ）利用正弦定理，转化求解∠*ABC* 的大小；

（Ⅱ）通过余弦定理，结合 $AD=\sqrt{7}$，即可求 *DC* 的长度.

【解答】（共 13 分）

解：（Ⅰ）在△*ABC* 中，由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{AC}{\sin\angle ABC}$，

所以 $\sin\angle ABC=\frac{4\sin\frac{2\pi}{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$.

因为 $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$，所以 $\angle ABC\in(0,\frac{\pi}{3})$，所以 $\angle ABC=\frac{\pi}{6}$. …. （6 分）

（Ⅱ）在△*ABC* 中，$\angle C=\pi-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$.

在△*ADC* 中，由余弦定理 $AD^2=AC^2+DC^2-2AC\cdot DC\cos\angle C$，

得 $7=16+DC^2-8DC\cos\frac{\pi}{6}$，即 $DC^2-4\sqrt{3}DC+9=0$，

解得 $DC=3\sqrt{3}$，或 $DC=\sqrt{3}$. 经检验，都符合题意. …. （13 分）

【点评】本题考查正弦定理以及余弦定理的应用，三角形的解法，考查计算能力.

17. 【分析】（*I*）高二年级学生样本中合格的学生数为 15，样本中学生体质健康合格的频率为 $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$. 由此从该校高二年级学生中随机选取一名学生，能估计这名学生体质健康合格的概率.

（*II*）设等级为优秀的样本中高一年级测试数据是 93，94，96 的学生分别为 a_1，a_2，a_3，高二年级测试数据是 90，95，98 的学生分别为 b_1，b_2，b_3．选取的两名学生，利用列举法能求出选取的两名学生的测试数据平均数大于 95 的概率．

（*III*）$\overline{X_1}>\overline{X_2}$，$S_1^2<S_2^2$．

【解答】（共 13 分）

解：（*I*）高二年级学生样本中合格的学生数为：3+4+4+4＝15，

样本中学生体质健康合格的频率为$\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$．

所以从该校高二年级学生中随机选取一名学生，估计这名学生体质健康合格的概率为$\frac{3}{4}$．…．（4 分）

（*II*）设等级为优秀的样本中高一年级测试数据是 93，94，96 的学生分别为 a_1，a_2，a_3，

高二年级测试数据是 90，95，98 的学生分别为 b_1，b_2，b_3．

选取的两名学生构成的基本事件空间为：

{（a_1，b_1），（a_1，b_2），（a_1，b_3），（a_2，b_1），（a_2，b_2），（a_2，b_3），（a_3，b_1），（a_3，b_2），（a_3，b_3）}，总数为 9，

选取的测试数据平均数大于 95 的两名学生构成的基本事件空间为{（a_1，b_3），（a_2，b_3），（a_3，b_2），（a_3，b_3）}，总数为 4，

所以从两个年级等级为优秀的样本中各随机选取一名学生，

选取的两名学生的测试数据平均数大于 95 的概率为$\frac{4}{9}$．…．（9 分）

（*III*）$\overline{X_1}>\overline{X_2}$，$S_1^2<S_2^2$．…．（13 分）

【点评】本题考查概率、平均数、方差的求法及应用，考查茎叶图、古典概型、列举法等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

18．【分析】（*I*）连结 *BD* 交 *AC* 于点 *F*，连结 *EF*，由中位线定理可得 *EF*∥*PD*，故而 *PD*∥平面 *ACE*；

（*II*）证明 *BC*⊥平面 *PCD* 可得 *PD*⊥*BC*，利用勾股定理可得 *PD*⊥*PC*，故而 *PD*⊥平面 *PBC*；

（*III*）作 *PM*⊥*CD*，可证 *PM*⊥平面 *ABCD*，于是 $V_{E-ABC}=\frac{1}{2}V_{P-ABC}$．

【解答】证明：（*I*）连结 *BD* 交 *AC* 于点 *F*，连结 *EF*．

因为底面 $ABCD$ 是矩形，

所以 F 为 BD 中点．

又因为 E 为 PB 中点，所以 $EF∥PD$．

因为 $PD⊄$平面 ACE，$EF⊂$平面 ACE，

所以 $PD∥$平面 ACE．

（II） 因为底面 $ABCD$ 为矩形，所以 $BC⊥CD$．

又因为平面 $PCD⊥$平面 $ABCD$，$BC⊂$平面 $ABCD$，平面 $PCD∩$平面 $ABCD=CD$，

所以 $BC⊥$平面 PCD．

因为 $PD⊂$平面 PCD，所以 $BC⊥PD$．

因为$PC=PD=\sqrt{2}$，$CD=AB=2$，

所以 $PC^2+PD^2=CD^2$，即 $PD⊥PC$．

因为 $BC∩PC=C$，BC，$PC⊂$平面 PBC，

所以 $PD⊥$平面 PBC．

（III）解：取 CD 的中点 M，连接 PM．

因为 $PC=PD=\sqrt{2}$，$CD=AB=2$，M 是 CD 的中点，

所以 $PM⊥CD$，且 $PM=1$，

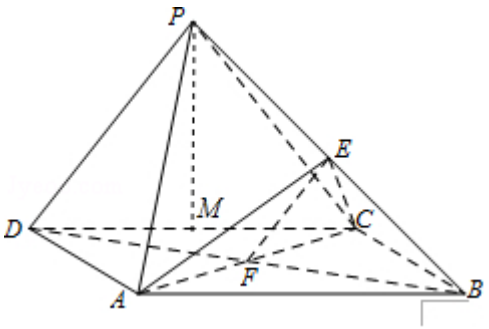
因为平面 $PCD⊥$平面 $ABCD$，$PM⊂$平面 PCD，平面 $PCD∩$平面 $ABCD=CD$，

所以 $PM⊥$平面 $ABCD$，

因为 E 是 PB 的中点，

所以 $V_{E-ABC}=\frac{1}{2}V_{P-ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times1\times1=\frac{1}{6}$．

所以三棱锥 $E-ABC$ 的体积为$\frac{1}{6}$．



【点评】本题考查了线面平行，线面垂直的判定，考查棱锥的体积计算，属于中档题.

19. 【分析】（Ⅰ）由题意可知：$\begin{cases} b=1 \\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$，求解得到 a，b 的值，则椭圆方程可求.

（Ⅱ）设 $Q(x_0, y_0)$，则 $P(-x_0, -y_0)$，可知 $0<x_0<2$，$0<y_0<1$．由△BOP 的面积是△BMQ 的面积的 3 倍，得$|OQ|=3|MQ|$，即$\overrightarrow{OM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OQ}=(\frac{2}{3}x_0, \frac{2}{3}y_0)$，即$M(\frac{2}{3}x_0, \frac{2}{3}y_0)$．写出直线 AB 的方程为 $x+2y-2=0$．由点 M 在线段 AB 上，得 $x_0=3-2y_0$，再由点 Q 在椭圆 G 上，得$\frac{x_0^2}{4}+y_0^2=1$，则$8y_0^2-12y_0+5=0$，由该方程无解．可得不存在直线 l，使得△BOP 的面积是△BMQ 的面积的 3 倍.

【解答】解：（Ⅰ）由题意可知：$\begin{cases} b=1 \\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$，解得$\begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=\sqrt{3} \end{cases}$.

∴椭圆 G 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

（Ⅱ）设 $Q(x_0, y_0)$，则 $P(-x_0, -y_0)$，可知 $0<x_0<2$，$0<y_0<1$.

若使△BOP 的面积是△BMQ 的面积的 3 倍，只需使得$|OQ|=3|MQ|$，

即$\overrightarrow{OM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OQ}=(\frac{2}{3}x_0, \frac{2}{3}y_0)$，即$M(\frac{2}{3}x_0, \frac{2}{3}y_0)$.

由 $A(2, 0)$，$B(0, 1)$，

∴直线 AB 的方程为 $x+2y-2=0$.

∵点 M 在线段 AB 上，∴$\frac{2}{3}x_0+\frac{4}{3}y_0-2=0$，整理得 $x_0=3-2y_0$，①

∵点 Q 在椭圆 G 上，∴$\frac{x_0^2}{4}+y_0^2=1$，②

把①式代入②式可得 $8y_0^2-12y_0+5=0$，

∵判别式小于零，该方程无解.

∴不存在直线 l，使得△BOP 的面积是△BMQ 的面积的 3 倍.

【点评】本题考查椭圆方程的求法，考查直线与椭圆位置关系的应用，考查计算能力，是中档题.

20. 【分析】（Ⅰ）函数 $f(x)$ 的定义域为（$-\infty$，$+\infty$）．$f'(x)=[x^2+(a+3)x+a+2]e^x$．利用导数的几何意义能求出 a 的值.

（Ⅱ）由 $f'(x)=[x^2+(a+3)x+a+2]e^x=(x+1)[x+(a+2)]e^x$，当 $a<-1$，求出 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极大值．当 $a\geq -1$，$f'(x)>0$．-1 不是 $f(x)$ 的极大值点．由此能求出 a 的取值范围.

（Ⅲ）$m>\frac{e^4}{5}$.

【解答】（共 14 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)$ 的定义域为（$-\infty$，$+\infty$）．$f'(x)=[x^2+(a+3)x+a+2]e^x$.

因为曲线 $y=f(x)$ 在点（0，$f(0)$）处的切线与 x 轴平行，

所以 $f'(0)=(a+2)e^0=0$，解得 $a=-2$.

此时 $f(0)=1\neq 0$，所以 a 的值为 -2．…．（5 分）

（Ⅱ）因为 $f'(x)=[x^2+(a+3)x+a+2]e^x=(x+1)[x+(a+2)]e^x$，

①若 $a<-1$，$-(a+2)>-1$，

则当 $x\in(-\infty,-1)$ 时，$x+1<0$，$x+(a+2)<x+1<0$，所以 $f'(x)>0$；

当 $x\in(-1,-(a+2))$ 时，$x+1>0$，$x+(a+2)<0$，所以 $f'(x)<0$.

所以 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极大值.

②若 $a\geq -1$，$-(a+2)\leq -1$，

则当 $x\in(-1,0)$ 时，$x+1>0$，$x+(a+2)\geq x+1>0$，

所以 $f'(x)>0$.

所以 -1 不是 $f(x)$ 的极大值点.

综上可知，a 的取值范围为（$-\infty$，-1）．…．（10 分）

（Ⅲ）$m>\frac{e^4}{5}$．….（14 分）

【点评】本题考查实数值、实数的取值范围的求法，考查导数性质、函数的单调性、最值等基础知识，考查运算求解能力，考查化归与转化思想，是中档题．