2019 北京房山高三二模

数　　学（理）

本试卷共 5 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡一并交回。

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）复数 $z=2+\mathrm{i}$，其中 i 是虚数单位，则 $|z|=$

(A) $\sqrt{5}$　　(B) 1

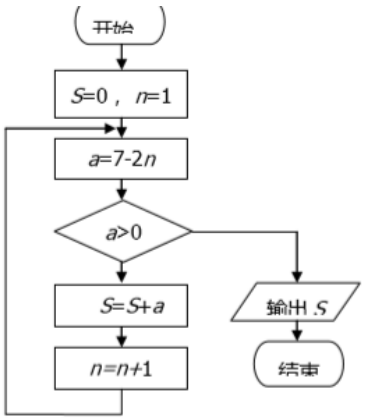
(C) 3　　(D) 5

（2）下列函数中为偶函数的是

(A) $y=x^3+x$　　(B) $y=x^2-4$

(C) $y=\sqrt{x}$　　(D) $y=|x+1|$

（3）执行如图所示的程序框图，则输出的 S 值为



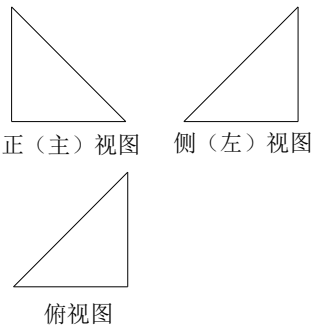
(A) 4

(B) 5

(C) 8

(D) 9

（4）已知某四面体的三视图如图所示，正视图、侧视图、俯视图是全等的等腰直角三角形，则该四面体的四个面中直角三角形的个数为



(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

（4）直线 $\begin{cases}x=t+1,\\y=t\end{cases}$（$t$ 为参数）与圆 $\begin{cases}x=2+\cos\theta,\\y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）的位置关系为

(A) 相离　　(B) 相切

(C) 相交且直线过圆心　　(D) 相交但直线不过圆心

（5）五名同学相约去国家博物馆参观“伟大的变革——庆祝改革开放 40 周年大型展览”，参观结束后五名同学排成一排照相留念，若甲、乙二人不相邻，则不同的排法共有

(A) 36 种　　(B) 48 种　　(C) 72 种　　(D) 120 种

（7）不等式组 $\begin{cases} x+y\geqslant 1, \\ x-2y\leqslant 4 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D，则

(A) $\forall (x,y)\in D, x+2y\geqslant 2$　　(B) $\forall (x,y)\in D, x+2y\leqslant 2$

(C) $\exists (x,y)\in D, x+2y\geqslant -2$　　(D) $\exists (x,y)\in D, x+2y\leqslant -2$

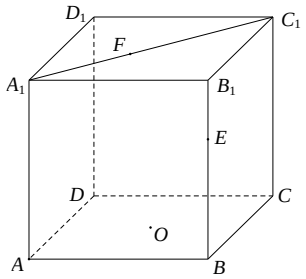
（8）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，动点 E 在棱 BB_1 上，动点 F 在线段 A_1C_1 上，O 为底面 $ABCD$ 的中心，若 $BE=x, A_1F=y$，则四面体 $O-AEF$ 的体积

(A) 与 x,y 都有关

(B) 与 x,y 都无关

(C) 与 x 有关，与 y 无关

(D) 与 y 有关，与 x 无关



第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

（9）双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=2x$，则离心率等于___.

（10）设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_1=4$，$a_6+a_8=12$，则 S_7=____.

（11）在以 AB 为边，AC 为对角线的矩形中，$\overrightarrow{AB}=(3,1)$, $\overrightarrow{AC}=(2,k)$，则实数 $k=$___.

（12）设 $a,b\in\mathbf{R}^+$，且 $a\neq 1, b\neq 1$，能说明“若 $\log_a 3>\log_b 3$，则 $b>a$”为假命题的一组 a,b 的值依次为_____.

（13）将函数 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)$ 的

解析式为 $g(x)=$____；对于满足 $|f(x_1)-g(x_2)|=2$ 的 x_1,x_2，$|x_1-x_2|$ 的最小值等于____.

（14）已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+a-1, & -3\leqslant x\leqslant 0, \\ -x^2+2x-a, & 0<x\leqslant 3. \end{cases}$ 当 $a=0$ 时，$f(x)$ 的最小值等于____；

若对于定义域内的任意 x，$f(x)\leqslant |x|$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是____.

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(15)（本小题 13 分）

已知在△ ABC 中，$a^2+c^2-ac=b^2$.

（Ⅰ）求角 B 的大小；

（Ⅱ）求 $\cos A+\cos C$ 的最大值.

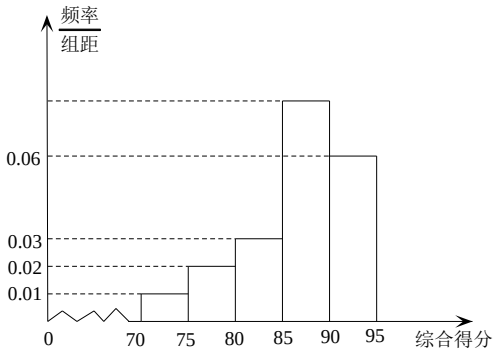
(16)（本小题 13 分）

为降低空气污染，提高环境质量，政府决定对汽车尾气进行整治. 某厂家生产甲、乙两种不同型号的汽车尾气净化器，为保证净化器的质量，分别从甲、乙两种型号的净化器中随机抽取 100 件作为样本进行产品性能质量评估，评估综合得分 m 都在区间 $[70,95]$. 已知评估综合得分与产品等级如下表：

综合得分 m	等级
$m \geqslant 85$	一级品
$75 \leqslant m < 85$	二级品
$70 \leqslant m < 75$	三级品

根据评估综合得分，统计整理得到了甲型号的样本频数分布表和乙型号的样本频率分布直方图（图表如下）.

综合得分	频数
$[75,80)$	10
$[80,85)$	30
$[85,90)$	40
$[90,95]$	20
合计	100



甲型　　乙型

（Ⅰ）从厂家生产的乙型净化器中随机抽取一件，估计这件产品为二级品的概率；

（Ⅱ）从厂家生产的乙型净化器中随机抽取 3 件，设随机变量 X 为其中二级品的个数，求 X 的分布列和数学期望；

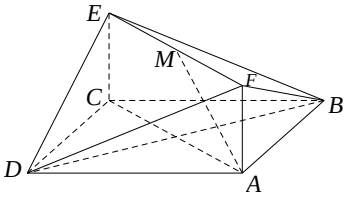
（Ⅲ）根据图表数据，请自定标准，对甲、乙两种型号汽车尾气净化器的优劣情况进行比较.

(17)（本小题 14 分）

已知正方形 $ABCD$ 和矩形 $ACEF$ 所在的平面互相垂直，$AB=2, AF=1$，点 M 在线段 EF 上.

（Ⅰ）若 M 为 EF 的中点，求证：$AM \parallel$ 平面 BDE；

（Ⅱ）求二面角 $A-BF-D$ 的余弦值；



（Ⅲ）证明：存在点 M，使得 $AM \perp$ 平面 BDF，并求 $\dfrac{EM}{EF}$ 的值.

(18)（本小题 13 分）

已知抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 过点 $(2,1)$.

（Ⅰ）求抛物线的方程和焦点坐标；

（Ⅱ）过点 $A(0,-4)$ 的直线 l 与抛物线交于两点 M,N，点 M 关于 y 轴的对称点为 T，

试判断直线 TN 是否过定点，并加以证明.

(19)（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=x-2\sin x+1,\ g(x)=\frac{1}{2}x^2+m\cos x$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上的单调区间；

（Ⅲ）当 $m>1$ 时，证明：$g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上存在最小值.

(20)（本小题 13 分）

设 n 是不小于 3 的正整数，集合 $S_n=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)\mid a_i\in\{0,1\},i=1,2,\cdots,n\}$，

对于集合 S_n 中任意两个元素 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$.

定义 1：$A\cdot B=n-(|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|)$.

定义 2：若 $A\cdot B=0$，则称 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$ 互为相反元素，记作 $A=\overline{B}$，或 $B=\overline{A}$.

（Ⅰ）若 $n=3$，$A=(0,1,0)$，$B=(1,1,0)$，试写出 $\overline{A}$，$\overline{B}$，以及 $A\cdot B$ 的值；

（Ⅱ）若 $A,B\in S_n$，证明：$A\cdot B+\overline{A}\cdot B=n$；

（Ⅲ）设 k 是小于 n 的正奇数，至少含有两个元素的集合 $M\subseteq S_n$，且对于集合 M 中任意两个不相同的元素 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$，都有 $A\cdot B=n-k$，试求集合 M 中元素个数的所有可能值.

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	A	D	C	C	B

二、填空题

（9）$\sqrt{5}$　　（10） 35　　（11）4

（12）$3,\frac{1}{3}$ 答案不唯一　　（13）$\sin(2x-\frac{\pi}{3});\ \ \frac{\pi}{3}$　　（14）$-3,\ \ [\frac{1}{4},1]$

三、解答题

（15）（本小题 13 分）

（Ⅰ） 由余弦定理得　　$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2a\cdot c}=\frac{a\cdot c}{2a\cdot c}=\frac{1}{2}$

角 B 为三角形内角　　$\therefore \angle B=\frac{\pi}{3}$　　……5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得　　$\angle A+\angle C=\pi-\angle B=\frac{2\pi}{3}$

$\therefore \angle A=\frac{2\pi}{3}-\angle C$　　……6 分

$\therefore \cos A+\cos C=\cos\left(\frac{2\pi}{3}-C\right)+\cos C$

$=\cos\frac{2\pi}{3}\cdot\cos C+\sin\frac{2\pi}{3}\cdot\sin C+\cos C$

$=-\frac{1}{2}\cdot\cos C+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin C+\cos C$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin C+\frac{1}{2}\cdot\cos C$

$=\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin C+\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos C$

$=\sin\left(C+\frac{\pi}{6}\right)$　　……10 分

$\because 0<C<\frac{2\pi}{3}$　　$\therefore \frac{\pi}{6}<C+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$

$\therefore \frac{1}{2}<\sin\left(C+\frac{\pi}{6}\right)\le 1$

$\therefore \cos A+\cos C$ 的最大值是 1　　……13 分

（16）（本小题 13 分）

（Ⅰ）设“从厂家生产的乙型净化器中随机抽取一件，这件产品为二级品”为事件 A

由图可得 $P(A)=(0.02+0.03)\times 5=0.25$ …….3 分

（Ⅱ） X 的可能取值为 $0,1,2,3$

$$P(X=0)=C_3^0(\frac{1}{4})^0(\frac{3}{4})^3=\frac{27}{64}$$

$$P(X=1)=C_3^1(\frac{1}{4})^1(\frac{3}{4})^2=\frac{27}{64}$$

$$P(X=2)=C_3^2(\frac{1}{4})^2(\frac{3}{4})^1=\frac{9}{64}$$

$$P(X=3)=C_3^3(\frac{1}{4})^3(\frac{3}{4})^0=\frac{1}{64}$$ …….8 分

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

…….....9 分

方法一： $E(X)=0\times\frac{27}{64}+1\times\frac{27}{64}+2\times\frac{9}{64}+3\times\frac{1}{64}=\frac{3}{4}$ ……..10 分

方法二： X 服从二项分布 $X\sim B(3,0.25)$ 所以 $E(X)=np=3\times 0.25=0.75$

（Ⅲ）答案不唯一，只要有数据支撑，言之有理可得分（下面给出两种参考答案）

（1）可根据三级品率进行比较，由图表可知甲型产品三等品概率为 0，乙型三等品概率 0.05.所以可以认为甲型产品的质量更好；

（2）可根据一级品率进行比较，由图表可知甲型产品一等品概率为 0.6，乙型一等品概率为 0.7.所以可以认为乙型产品的质量更好；

……13 分

（17）（本小题 14 分）

（Ⅰ）设 $AC\cap BD=O$，连结 OE，

因为 正方形 $ABCD$，所以 O 为 AC 中点

又 矩形 $ACEF$，M 为 EF 的中点

所以 $EM//OA$，且 $EM=OA$ ……..2 分

所以 $OAME$ 为平行四边形

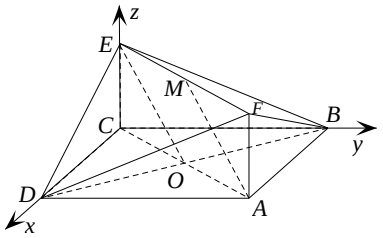
所以 $AM//OE$ ……..4 分

又 $AM \not\subset$ 平面 BDE，$OE \subset$ 平面 BDE

所以 AM // 平面 BDE ……5 分

（Ⅱ）以 C 为原点，分别以 CD, CB, CE 为 x, y, z 轴建立坐标系 $C-xyz$

则 $A(2,2,0), B(0,2,0), D(2,0,0), F(2,2,1)$



$\overrightarrow{DB}=(-2,2,0), \overrightarrow{DF}=(0,2,1)$

设平面 BDF 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

由 $\begin{cases}\overrightarrow{DB}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{DF}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-2x+2y=0\\ 2y+z=0\end{cases}$

则 $\vec{n}=(1,1,-2)$ ……7 分

易知 平面 ABF 的法向量 $\vec{m}=(0,1,0)$ ……8 分

$$\cos<\vec{n},\vec{m}>=\frac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}|\cdot|\vec{m}|}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

由图可知 二面角 $A-BF-D$ 为锐角

所以 二面角 $A-BF-D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ……10 分

（Ⅲ）设 $M(x_0,x_0,1)$，则 $\overrightarrow{AM}=(x_0-2,x_0-2,1)$

若 $AM \perp$ 平面 BDF 则 $\overrightarrow{AM}//\vec{n}$，即 $(x_0-2,x_0-2,1)//(1,1,-2)$ ……12 分

所以 $x_0-2=\frac{1}{-2}$ 解得 $x_0=\frac{3}{2}$ 所以 $M(\frac{3}{2},\frac{3}{2},1)$

所以 $\frac{EM}{EF}=\frac{\frac{3}{2}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{3}{4}$ ……14 分

（18）（本小题 13 分）

（Ⅰ）因为抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 过点 $P(2,1)$，所以 $2p=4$

所以抛物线方程为 $x^2=4y$，焦点坐标为 $(0,1)$ ……4 分

（Ⅱ）设直线 l 的方程为 $y=kx-4$，

由 $\begin{cases} y=kx-4 \\ x^2=4y \end{cases}$ 消 y 整理得 $x^2-4kx+16=0$，　　……6 分

则 $\Delta=16k^2-64>0$，即 $|k|>2$

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$　则 $T\ (-x_1,y_1)$

且 $x_1+x_2=4k, x_1x_2=16$.　　……8 分

直线 $TN: y-y_2=\frac{y_2-y_1}{x_2+x_1}(x-x_2)$

$$\therefore y=\frac{y_2-y_1}{x_2+x_1}(x-x_2)+y_2$$

$$\therefore y=\frac{x_2{}^2-x_1{}^2}{4(x_1+x_2)}(x-x_2)+\frac{1}{4}x_2{}^2$$

$$\therefore y=\frac{x_2-x_1}{4}x-\frac{x_2^2-x_1x_2}{4}+\frac{1}{4}x_2{}^2$$

$$\therefore\ y=\frac{x_2-x_1}{4}x+\frac{x_1x_2}{4}$$

……12 分

即 $y=\frac{x_2-x_1}{4}x+4$

所以，直线 TN 恒过定点 $(0,4)$.　　……13 分

（19）（本小题 13 分）

（Ⅰ）因为 $f(x)=x-2\sin x+1$，所以 $f'(x)=1-2\cos x$

则 $f(0)=1$，$f'(0)=-1$，所以切线方程为 $y=-x+1$　……4 分

（Ⅱ）令 $f'(x)=0$，即 $\cos x=\frac{1}{2}$，$x\in(0,\pi)$，得 $x=\frac{\pi}{3}$

当 x 变化时，$f'(x), f(x)$ 变化如下：

x	$(0,\frac{\pi}{3})$	$\frac{\pi}{3}$	$(\frac{\pi}{3},\pi)$
$f'(x)$	−	0	+
$f(x)$	减	最小值	增

所以函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,\frac{\pi}{3})$，单调递增区间为 $(\frac{\pi}{3},\pi)$ ……8 分

（Ⅲ）因为 $g(x)=\frac{1}{2}x^2+m\cos x$，所以 $g'(x)=x-m\sin x$

令 $h(x)=g'(x)=x-m\sin x$，则 $h'(x)=1-m\cos x$　　……9 分

因为$m>1$， 所以$\frac{1}{m}\in(0,1)$

所以$h'(x)=1-m\cos x=0,$ 即$\cos x=\frac{1}{m}$在$(0,\pi)$内有唯一解x_0

当$x\in(0,x_0)$时， $h'(x)<0$，当$x\in(x_0,\pi)$时， $h'(x)>0$，

所以$h(x)$在$(0,x_0)$上单调递减, 在(x_0,π)上单调递增. ……11 分

所以$h(x_0)<h(0)=0$，又因为$h(\pi)=\pi>0$

所以$h(x)=x-m\sin x$在$(x_0,\pi)\subseteq(0,\pi)$内有唯一零点$x_1$ ……12 分

当$x\in(0,x_1)$时， $h(x)<0$ 即$g'(x)<0$，

当$x\in(x_1,\pi)$时， $h(x)>0$ 即$g'(x)>0$， ……13 分

所以$g(x)$在$(0,x_1)$上单调递减, 在(x_1,π)上单调递增.

所以函数$g(x)$在$x=x_1$处取得最小值

即$m>1$时，函数$g(x)$在$(0,\pi)$上存在最小值

……14 分

（20）（本小题 13 分）

（Ⅰ）$\overline{A}=(1,0,1)$， $\overline{B}=(0,0,1)$， $A\cdot B=2$ ……3 分

（Ⅱ）设$A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$， $B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$， $\overline{A}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，

由$a_i,b_i,x_i\in\{0,1\},i=1,2,\cdots,n$，可得$|a_i-x_i|\le 1$， $i=1,2,\cdots,n$

所以$|a_1-x_1|+|a_2-x_2|+\cdots+|a_n-x_n|\le n$，

当且仅当$|a_i-x_i|=1$， $i=1,2,\cdots,n$，即$x_i=1-a_i$， $i=1,2,\cdots,n$时上式“=”成立

由题意可知$A\cdot\overline{A}=n-(|a_1-x_1|+|a_2-x_2|+\cdots+|a_n-x_n|)=0$

即$|a_1-x_1|+|a_2-x_2|+\cdots+|a_n-x_n|=n$

所以$x_i=1-a_i$， $i=1,2,\cdots,n$

$$A\cdot B+\overline{A}\cdot B=2n-\sum_{i=1}^{n}[|a_i-b_i|+|(1-a_i)-b_i|]$$

$$=2n-\sum_{i=1}^{n}(|1-b_i|+|0-b_i|)$$

$$=2n-\sum_{i=1}^{n}(1-b_i+b_i)$$

$=2n-n$

$=n$ ……8 分

（Ⅲ）解法 1：假设 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$，$C=(c_1,c_2,\cdots,c_n)$ 为集合 M 中的三个不相同的元素.

则 $A\cdot B=n-(|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|)=n-k$

即 $|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|=k$

又由题意可知 $|a_i-b_i|=0$ 或 1，$i=1,2,\cdots,n$

$|a_1-b_1|,|a_2-b_2|,\cdots,|a_n-b_n|$ 恰有 k 个 1，与 $n-k$ 个 0

设其中 k 个等于 1 的项依次为 $|a_{m_1}-b_{m_1}|,|a_{m_2}-b_{m_2}|,\cdots,|a_{m_k}-b_{m_k}|$

$n-k$ 个等于 0 的项依次为 $|a_{m_{k+1}}-b_{m_{k+1}}|,|a_{m_{k+2}}-b_{m_{k+2}}|,\cdots,|a_{m_n}-b_{m_n}|$

由题意可知 $A\cdot C=n-(|a_1-c_1|+|a_2-c_2|+\cdots+|a_n-c_n|)=n-k$

所以 $\sum_{i=1}^{k}|a_{m_i}-c_{m_i}|+\sum_{j=k+1}^{n}|a_{m_j}-c_{m_j}|=k$，同理 $\sum_{i=1}^{k}|b_{m_i}-c_{m_i}|+\sum_{j=k+1}^{n}|b_{m_j}-c_{m_j}|=k$

所以 $\left(\sum_{i=1}^{k}|a_{m_i}-c_{m_i}|+\sum_{j=k+1}^{n}|a_{m_j}-c_{m_j}|\right)+\left(\sum_{i=1}^{k}|b_{m_i}-c_{m_i}|+\sum_{j=k+1}^{n}|b_{m_j}-c_{m_j}|\right)=2k$

即 $\sum_{i=1}^{k}\left(|a_{m_i}-c_{m_i}|+|b_{m_i}-c_{m_i}|\right)+\sum_{j=k+1}^{n}|a_{m_j}-c_{m_j}|+\sum_{j=k+1}^{n}|b_{m_j}-c_{m_j}|=2k$

因为 $|a_{m_1}-b_{m_1}|=|a_{m_2}-b_{m_2}|=\cdots=|a_{m_k}-b_{m_k}|=1$

由（2）可知 $\sum_{i=1}^{k}\left(|a_{m_i}-c_{m_i}|+|b_{m_i}-c_{m_i}|\right)=k$

因为 $|a_{m_{k+1}}-b_{m_{k+1}}|=|a_{m_{k+2}}-b_{m_{k+2}}|=\cdots=|a_{m_n}-b_{m_n}|=0$

所以 $\sum_{j=k+1}^{n}|a_{m_j}-c_{m_j}|=\sum_{j=k+1}^{n}|b_{m_j}-c_{m_j}|$，

设 $\sum_{j=k+1}^{n}|a_{m_j}-c_{m_j}|=\sum_{j=k+1}^{n}|b_{m_j}-c_{m_j}|=p$，由题意可知 $p\in N$

所以 $k+2p=2k$，得 $k=2p$ 与 k 为奇数矛盾

所以假设不成立，即集合 M 中至多有两个元素

当 $M=\{(\underbrace{1,1,\cdots,1}_{k个},\underbrace{0,0,\cdots,0}_{n-k个}),(0,0,\cdots,0)\}$ 时符合题意

所以集合 M 中元素的个数只可能是 2 ……13 分

解法 2：假设 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，$B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$，$C=(c_1,c_2,\cdots,c_n)$ 为集合 M 中的三个不相同的元素.

则 $A\cdot B=n-(|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|)=n-k$

即 $|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|=k$

又由题意可知 $|a_i-b_i|=0$ 或 1，$i=1,2,\cdots,n$

$|a_1-b_1|,|a_2-b_2|,\cdots,|a_n-b_n|$ 恰有 k 个 1，与 $n-k$ 个 0

设其中 k 个等于 1 的项依次为 $|a_{m_1}-b_{m_1}|,|a_{m_2}-b_{m_2}|,\cdots,|a_{m_k}-b_{m_k}|$

$n-k$ 个等于 0 的项依次为 $|a_{m_{k+1}}-b_{m_{k+1}}|,|a_{m_{k+2}}-b_{m_{k+2}}|,\cdots,|a_{m_n}-b_{m_n}|$

由题意可知 $A\cdot C=n-(|a_1-c_1|+|a_2-c_2|+\cdots+|a_n-c_n|)=n-k$

所以 $\sum_{i=1}^{k}|a_{m_i}-c_{m_i}|+\sum_{j=k+1}^{n}|a_{m_j}-c_{m_j}|=k$ ①

同理 $\sum_{i=1}^{k}|b_{m_i}-c_{m_i}|+\sum_{j=k+1}^{n}|b_{m_j}-c_{m_j}|=k$ ②

①—②得 $\sum_{i=1}^{k}(|a_{m_i}-c_{m_i}|-|b_{m_i}-c_{m_i}|)=0$

又因为 $\sum_{i=1}^{k}(|a_{m_i}-c_{m_i}|-|b_{m_i}-c_{m_i}|)=\sum_{i=1}^{k}(|1-c_{m_i}|-|0-c_{m_i}|)=k-2\sum_{i=1}^{k}c_{m_i}$ 为奇数

与 $\sum_{i=1}^{k}(|a_{m_i}-c_{m_i}|-|b_{m_i}-c_{m_i}|)=0$ 矛盾

所以假设不成立，即集合 M 中至多有两个元素

当 $M=\{(\underbrace{1,1,\cdots,1}_{k个},\underbrace{0,0,\cdots,0}_{n-k个}),(0,0,\cdots,0\}$ 时符合题意

所以集合 M 中元素的个数只可能是 2