2019 北京怀柔高三二模

数　　学(文)

本试卷共 5 页，150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分(选择题共 40 分)

一、选择题(共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)．

1．若集合 A＝{－1,0,1}，B＝{0,1,2}，则 A∩B=

A．{0,1}　　B．{－1,0,1}　　C．{0,1,2}　　D．{－1,0,1,2}

2．复数$\frac{1-i}{i}$=

A．$-i$　　B．i　　C．$-1-i$　　D．$-1+i$

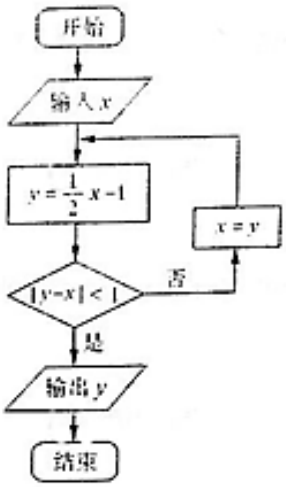
3．设 x，y 满足约束条件$\begin{cases} y \le x, \\ x+y \ge 1, \\ x \le 2, \end{cases}$则 $z=2x-y$ 的最大值为

A．1　　B．3

C．5　　D．9

4．执行右图所示的程序框图，若输入

$x=10$，则输出 y 的值为



A．3　　B．6

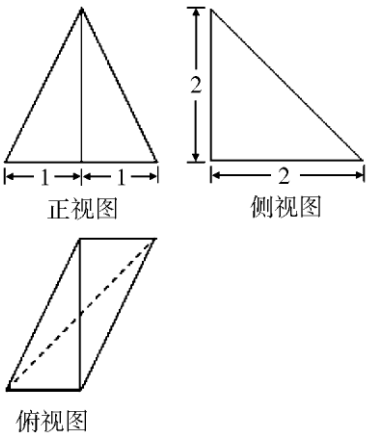
C．$\frac{3}{2}$　　D．$-\frac{5}{4}$

5．下列函数中，既是偶函数，又在区间[0,1]上单调递增的是

A．$y=\cos x$　　B．$y=|\sin x|$

C．$y=-x^2$　　D．．$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$

6．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥最长的棱长为



A．$\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{2}$

C．3　　D．$3\sqrt{2}$

7．已知$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$是两个非零向量，则“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”是“$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$且$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．某学习小组，调查鲜花市场价格得知，购买 2 只玫瑰与 1 只康乃馨所需费用之和大于 8 元，而购买 4 只玫瑰与 5 只康乃馨所需费用之和小于 22 元．设购买 2 只玫瑰花所需费用为A元，购买 3 只康乃馨所需费用为B元，则A、B的大小关系是

A．$A>B$　　B．$A<B$　　C．$A=B$　　D．A、B的大小关系不确定

第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题(共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．)

9．函数$y=\ln(x-1)$的定义域是_____.

10．已知抛物线$y^2=2px$的准线方程为$x=-1$，则$p=$_____.

11．在ΔABC中，$b=\sqrt{3}$，$\angle A=45^\circ$，$\angle C=75^\circ$，则$a=$_____.

12．2^{-3}，$3^{\frac{1}{2}}$，$\log_2 5$三个数中最大的数是_____.

13．设a，b，c是任意实数，能够说明“若$c<b<a$且$ac<0$，则$ab<ac$”是假命题的一组整数a，b，c的值依次为_____.

14．以原点$O(0,0)$为圆心，以1为半径的圆C的方程为_____；若点P在圆C上，点A的坐标为$(-2,0)$，则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AP}$的最大值为_____.

三、解答题(共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．)

15.（本小题满分 13 分）

设$\{a_n\}$是首项为1，公比为3的等比数列.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式及前n项和S_n；

（Ⅱ）已知$\{b_n\}$是等差数列，T_n为前n项和，且$b_1=a_2$，$b_3=a_1+a_2+a_3$，求T_{20}.

16．（本小题共 13 分）

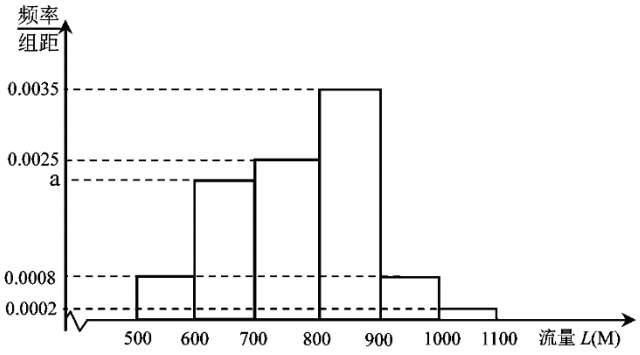
已知函数 $f(x)=\sin x+\cos x$.

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{4})$ 的值；

（Ⅱ）如果函数 $g(x)=f(x)f(-x)$，求函数 $g(x)$ 的最小正周期和最大值.

17．（本小题满分 13 分）

某大型企业为鼓励员工利用网络进行营销，准备为员工办理手机流量套餐．为了解员工手机流量使用情况，通过抽样，得到100 位员工每人手机月平均使用流量 L（单位: M ）的数据，其频率分布直方图如图.



（Ⅰ）从该企业的100 位员工中随机抽取1 人，求手机月平均使用流量不超过 900 M 的概率；

（Ⅱ）据了解，某网络运营商推出两款流量套餐，详情如下：

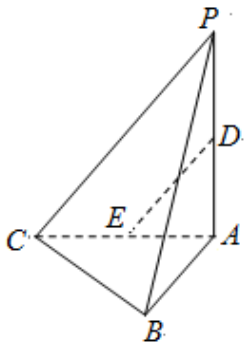
套餐名称	月套餐费(单位:元)	月套餐流量(单位: M)
A	20	700
B	30	1000

流量套餐的规则是：每月1 日收取套餐费．如果手机实际使用流量超出套餐流量，则需要购买流量叠加包，每一个叠加包(包含 200M 的流量)需要10 元，可以多次购买，如果当月流量有剩余，将会被清零.

该企业准备订购其中一款流量套餐，每月为员工支付套餐费，以及购买流量叠加包所需月费用．若以平均费用为决策依据，该企业订购哪一款套餐更经济？

18．（本小题满分 14 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，平面 $PAC\perp$ 平面 ABC，$PA\perp AC$，$AB\perp BC$．设 D，E 分别为 PA，AC 中点．



（Ⅰ）求证：DE ∥平面 PBC；

（Ⅱ）求证：$BC\perp$ 平面 PAB；

（Ⅲ）试问在线段 AB 上是否存在点 F，使得过三点 D，E，F 的平面内的任一条直线都与平面 PBC 平行？若存在，指出点 F 的位置并证明；若不存在，请说明理由．

19．（本小题满分 13 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，点 $B(0,b)$ 满足 $|FB|=2$．

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）过点 F 作直线 l 交椭圆 E 于 M、N 两点，若 ΔBFM 与 ΔBFN 的面积之比为 2，求直线 l 的方程．

20．（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=2x^3+3ax^2+1(a\in R)$．

（Ⅰ）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）求 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最小值．

参考答案

一、选择题(共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项)．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	C	D	B	C	A	A

二、填空题(共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．)

9. $(1,+\infty)$；　10. 2；　11. $\sqrt{2}$；

12. $\log_2 5$；　13. $1,0,-1$；　14. $x^2+y^2=1$，6．

三、解答题(共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．)

15.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $a_n=3^{n-1}$，

$$\therefore S_n=\frac{1-3^n}{1-3}=\frac{3^n-1}{2}.$$ ----------6 分

（Ⅱ）$b_1=a_2=3$，$b_3=a_1+a_2+a_3=13$，$b_3-b_1=10\Rightarrow d=5$，

$$\therefore T_{20}=20\times 3+\frac{20\times 19}{2}\times 15=1010.$$ ----------13 分

16.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）$f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$． ----------5 分

（Ⅱ）$g(x)=f(x)f(-x)=(\sin x+\cos x)[\sin(-x)+\cos(-x)]$

$=(\sin x+\cos x)(-\sin x+\cos x)$

$=\cos^2 x-\sin^2 x=\cos 2x$

$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，$g(x)$ 的最小正周期为 π．

$\therefore -1\le\cos 2x\le 1$，

因此，函数 $g(x)$ 的最大值是1．----------13 分

17．（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由题意 $(0.0002+0.0008+a+0.0025+0.0035+0.0008)\times 100=1\Rightarrow a=0.0022$．

所以 100 位员工每人手机月平均使用流量不超过 900M 的概率为 $1-(0.0002+0.0008)\times 100=0.9$

----------6 分

（Ⅱ）若该企业选择A套餐，则100位员工每人所需费用可能为20元，30元，40元，每月

使用流量的平均费用为 $20\times(0.08+0.22)+30\times(0.25+0.35)+40\times(0.08+0.02)=28$

若该企业选择B套餐，则100位员工每人所需费用可能为30元，40元，每月使用流量的平均费用为

$30\times(0.08+0.22+0.25+0.35+0.08)+40\times 0.02=30.2$

所以该企业订购 A 套餐更经济．----------13 分

18．（本小题满分 14 分）

证明：（Ⅰ）因为点 E 是 AC 中点，点 D 为 PA 的中点，

所以 $DE\ //\ PC$．

又因为 $DE\not\subset$ 面 PBC，$PC\subset$面 PBC，

所以 $DE\ //$平面 PBC．----------5 分

（Ⅱ）因为平面 $PAC\perp$ 面 ABC，平面 $PAC\cap$ 平面 $ABC=AC$，又 $PA\subset$ 平面 PAC，$PA\perp AC$，所以 $PA\perp$ 面 ABC．

所以 $PA\perp BC$．

又因为 $AB\perp BC$，且 $PA\cap AB=A$，

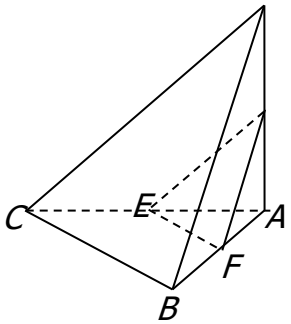
所以 $BC\perp$面 PAB．----------10 分

（Ⅲ）当点 F 是线段 AB 中点时，过点 D，E，F 的平面内的任一条直线都与平面 PBC 平行．

取 AB 中点 F，连 EF，连 DF．

由（Ⅰ）可知 $DE\ //$平面 PBC．

因为点 E 是 AC 中点，点 F 为 AB 的中点，



所以 $EF \parallel BC$.

又因为 $EF \not\subset$ 平面 PBC ， $BC \subset$ 平面 PBC ，

所以 $EF \parallel$ 平面 PBC .

又因为 $DE \cap EF = E$ ，

所以平面 $DEF \parallel$ 平面 PBC ，

所以平面 DEF 内的任一条直线都与平面 PBC 平行.

故当点 F 是线段 AB 中点时，过点 D , E , F 所在平面内的任一条直线都与平面 PBC 平行. ----------14 分

19. （本小题满分 13 分）

解 （Ⅰ） 椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$ ，点 $B(0,b)$ 满足 $|FB|=2$ ，

则 $\sqrt{1+b^2}=2$ ，解得 $b=\sqrt{3}(b>0)$.

由公式 $c^2=a^2-b^2$ ，得 $a^2=1+3=4, a=2(a>0)$

所以 $\begin{cases} a=2, \\ b=\sqrt{3}. \end{cases}$

所以椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ----------5 分

（Ⅱ）直线 l 的斜率不存在时， $|FM| = |FM|$, $S_{\Delta BFM} = S_{\Delta BFN}$,不符合题意；

设直线 l 的方程为 y=k(x-1)，

由 $\begin{cases} y = k(x-1) \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 得， $(3+4k^2)x^2 - 8k^2x + 4k^2 - 12 = 0$

设 $M(x_1y_1), N(x_2, y_2)$ ，

$\Delta > 0$恒成立。

$x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{3+4k^2}$ ① $x_1x_2 = \frac{4k^2-12}{3+4k^2}$ ②

由 $\frac{S_{\Delta BFM}}{S_{\Delta BFN}}=2$，得 $|FM|=2|FN|$，即 $\overrightarrow{FM}=2\overrightarrow{NF}$．

可得 $(x_1-1,y_1)=2(1-x_2,-y_2)$，

即 $x_1+2x_2=3$ ③

由① ③ 得，$x_1=\frac{4k^2-9}{3+4k^2}$，$x_2=\frac{4k^2+9}{3+4k^2}$

代入② 得，$\frac{4k^2-9}{3+4k^2}\cdot\frac{4k^2+9}{3+4k^2}=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$

解得，$k=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

所以，所求直线 l 的方程为 $l:y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}(x-1)$．----------13 分

20．（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）$f(x)$ 的定义域为 R，

当 $a=0$ 时，$f(x)=2x^3+1$，$f'(x)=6x$，

$f'(1)=6$，$f(1)=3$，

所以 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程是 $6x-y-3=0$．----------5 分

（Ⅱ）f’（x）=6x（x+a），

①当 - a=0 时，f’（x）=6x²≥0，则 f（x）在（ - ∞，+∞）上为增函数；

②当 - a＜0，即 a＞0 时，由 f’（x）=6x（x+a）＞0

得 x＜ - a 或 x＞0，所以 f（x）的单调增区间为（ - ∞， - a）和（0，+∞）；

由 f’（x）=6x（x+a）＜0 得 - a＜x＜0，

所以 f（x）的单调减区间为（ - a，0）；

③当 - a＞0 即 a＜0 时，

由 f’（x）=6x（x+a）＞0 得 x＞ - a 或 x＜0，

所以 f（x）的单调增区间为（ - ∞，0）和（ - a，+∞）；

由 f’（x）=6x（x+a）＜0，得 0＜x＜－a，

所以 f（x）的单调减区间为（0，－a）.

综上所述，当 a=0 时，f（x）的单调增区间为（－∞，+∞）；

当 a＞0 时，f（x）的单调增区间为（－∞，－a）和（0，+∞），f（x）的单调减区间为（－a，0）；当 a＜0 时，f（x）的单调增区间为（－∞，0）和（－a，+∞），f（x）的单调减区间为（0，－a）.

----------10 分

（Ⅲ）①当－a≤0 即 a≥0 时，由（Ⅱ）可知，f（x）在[0，2]上单调递增，所以 f（x）的最小值为 f（0）=1；

②当 0＜－a＜2，即－2＜a＜0 时，由（Ⅱ）可知，f（x）在[0，－a）上单调递减，在（－a，2]

上单调递增，所以 f（x）的最小值为 f（－a）=a^3+1；

③当－a≥2 即 a≤－2 时，由（Ⅱ）可知，f（x）在[0，2]上单调递减，所以 f（x）的最小值为 f（2）=17+12a.

综上所述，当 a≥0 时，f（x）的最小值为 f（0）=1；－2＜a＜0 时，f（x）的最小值为 f（－a）=a^3+1；a≤－2 时，f（x）的最小值为 f（2）=17+12a. ----------14 分