2018 北京房山高三二模

数学（理）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

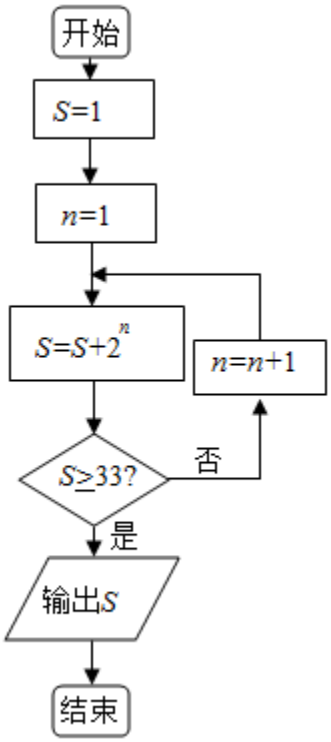
1．设集合 $A=\{x|x\leqslant 2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．$\{x|x\leqslant 2\}$　　B．$\{x|x<3\}$　　C．$\{x|2<x<3\}$　　D．$\{x|2\leqslant x<3\}$

2．若复数 $iz=-1+i$，则复数 z 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．执行如图的程序框图，输出的 S 值为（　　）



A．65　　B．64　　C．63　　D．33

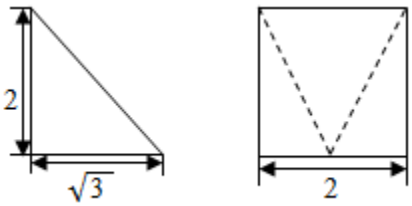
4．已知实数 x，y 满足 $\begin{cases} x+y-1\geqslant 0 \\ x\geqslant 0 \\ y\geqslant 0 \end{cases}$，则 $\sqrt{x^2+y^2}$ 的取值范围是（　　）

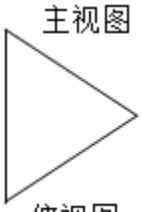
A．（0，1）　　B．（0，1]　　C．[1，+∞）　　D．$[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$

5．已知函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称，且周期为 4，若 $f(-1)=2$，则 $f(2017)=$（　　）

A．2　　B．0　　C．－2　　D．－4

6．已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的最长棱为（　　）




俯视图

A．4　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{7}$　　D．2

7．△ABC的三个内角分别为A，B，C，则“$B=\frac{\pi}{3}$”是“A，B，C成等差数列”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．定义：若存在常数k，使得对定义域D内的任意两个x_1，x_2（$x_1\neq x_2$），均有$|f(x_1)-f(x_2)|\leq k|x_1-x_2|$成立，则称函数$f(x)$在定义域$D$上满足利普希茨条件．若函数$f(x)=\sqrt{x}\ (x\geqslant 1)$满足利普希茨条件，则常数$k$的最小值为（　　）

A．4　　B．3　　C．1　　D．$\frac{1}{2}$

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分．

9．设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$的一条渐近线方程为$x-2y=0$，则该双曲线的离心率为_____．

10．若平面向量$\vec{a}=(4,\ 2)$，$\vec{b}=(-2,\ m)$，且$\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则实数$m$的值为_____．

11．在$(x+m)^5$的展开式中，含x^2项的系数为-10，则实数m的值为_____．

12．设点A是曲线$\begin{cases}x=\sqrt{3}+\cos\theta\\ y=1+\sin\theta\end{cases}$（$\theta$是参数）上的点，则点$A$到坐标原点的最大距离是_____．

13．能够说明“$e^x>x+1$恒成立”是假命题的一个x的值为_____．

14．已知函数$f(x)=x|2x-a|-1$．

①当$a=0$时，不等式$f(x)+1>0$的解集为_____；

②若函数$f(x)$有三个不同的零点，则实数a的取值范围是_____．

三、解答题共6小题，共80分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

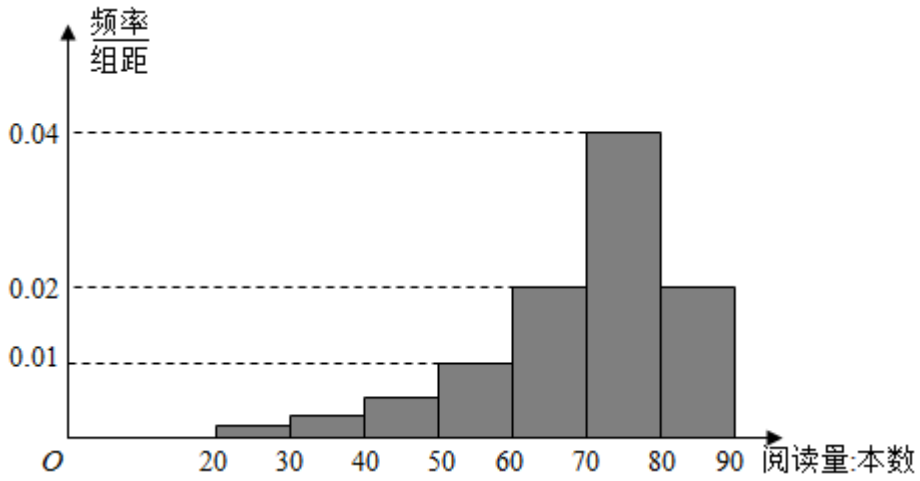
15．（13分）已知函数$f(x)=\sin x-a\cos x$的一个零点是$\frac{\pi}{4}$．

（Ⅰ）求实数a的值；

（Ⅱ）设$g(x)=f(x)\cdot f(-x)+2\sqrt{3}\sin x\cos x$，若$x\in[0,\ \frac{\pi}{2}]$，求$g(x)$的值域．

16．（13分）1995年联合国教科文组织宣布每年的4月23日为世界读书日，主旨宣言为“希望散居在全球

各地的人们，都能享受阅读带来的乐趣，都能尊重和感谢为人类文明作出巨大贡献的文学、文化、科学思想的大师们，都能保护知识产权.”为了解大学生课外阅读情况，现从某高校随机抽取 100 名学生，将他们一年课外阅读量（单位：本）的数据，分成 7 组[20，30），[30，40），…，[80，90），并整理得到如下频率分布直方图：



（Ⅰ）估计其阅读量小于 60 本的人数；

（Ⅱ）已知阅读量在[20，30），[30，40），[40，50）内的学生人数比为 2：3：5．为了解学生阅读课外书的情况，现从阅读量在[20，40）内的学生中随机选取 3 人进行调查座谈，用 X 表示所选学生阅读量在[20，30）内的人数，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替，试估计 100 名学生该年课外阅读量的平均数在第几组（只需写出结论）.

17.（14 分）如图 1，正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2，O 为中心，G 为 AB 的中点．现将四边形 $DEFC$ 沿 CF 折起到四边形 D_1E_1FC 的位置，使得平面 $ABCF\perp$ 平面 D_1E_1FC，如图 2．

（Ⅰ）证明：$D_1F\perp$ 平面 E_1OG；

（Ⅱ）求二面角 E_1-OG-F 的大小；

（Ⅲ）在线段 CD_1 上是否存在点 H，使得 $BH\parallel$ 平面 E_1OG？如果存在，求出$\frac{D_1H}{D_1C}$的值；如果不存在，请说明理由．

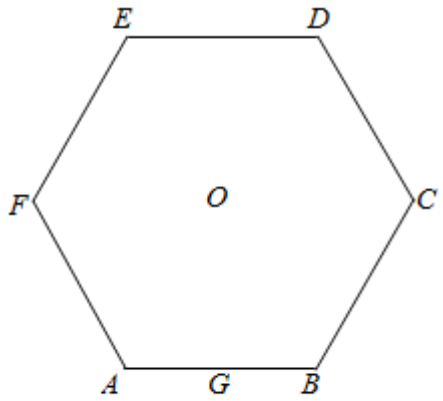


图1

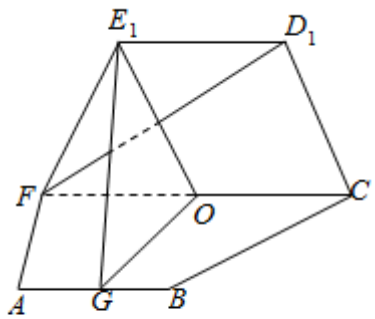


图2

18．（13 分）设函数 $f(x)=x(k-\ln x)$，（k 为常数），$g(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x}f(x)$．曲线 $y=f(x)$ 在点（1，f（1））处的切线与 x 轴平行．

（Ⅰ）求 k 的值；

（Ⅱ）求 $g(x)$ 的单调区间和最小值；

（Ⅲ）若 $g(a)-g(x)<\frac{1}{a}$ 对任意 $x>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围．

19．（14 分）椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，O 为坐标原点，F 是椭圆 C 的右焦点，A 为椭圆 C 上一点，且 $AF\perp x$ 轴，$\triangle AFO$ 的面积为 $\frac{3}{4}$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过 C 上一点 $P(x_0,y_0)(y_0\neq 0)$ 的直线 l：$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$ 与直线 AF 相交于点 M，与直线 $x=4$ 相交于点 N．证明：当点 P 在 C 上移动时，$\frac{|MF|}{|NF|}$ 恒为定值，并求此定值．

20．（13 分）已知集合 $A=a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n$，其中 $a_i\in\mathbf{R}$（$1\leqslant i\leqslant n$，$n>2$），$l(A)$ 表示和 a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）中所有不同值的个数．

（Ⅰ）设集合 $P=2,4,6,8$，$Q=2,4,8,16$，分别求 $l(P)$ 和 $l(Q)$；

（Ⅱ）若集合 $A=2,4,8,\cdots,2^n$，求证：$l(A)=\frac{n(n-1)}{2}$；

（Ⅲ）$l(A)$ 是否存在最小值？若存在，求出这个最小值；若不存在，请说明理由？

参考答案

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．【分析】根据并集的定义写出 $A\cup B$．

【解答】解：集合 $A=\{x|x\leqslant 2\}$，

$B=\{x|0<x<3\}$，

则 $A\cup B=\{x|x<3\}$．

故选：B．

【点评】本题考查了并集的定义与应用问题，是基础题．

2．【分析】把已知等式变形，利用复数代数形式的乘除运算化简，求出 z 的坐标得答案．

【解答】解：由 $iz=-1+i$，

得 $z=\frac{-1+i}{i}=\frac{(-1+i)(-i)}{-i^2}=1+i$，

∴复数 z 在复平面内对应的点的坐标为（1，1），位于第一象限．

故选：A．

【点评】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的代数表示法及其几何意义，是基础题．

3．【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 S 的值，模拟程序的运行过程，可得答案．

【解答】解：第一次执行循环体后，$S=3$，不满足退出循环的条件，$n=2$；

第二次执行循环体后，$S=7$，不满足退出循环的条件，$n=3$；

第三次执行循环体后，$S=15$，不满足退出循环的条件，$n=4$；

第四次执行循环体后，$S=31$，不满足退出循环的条件，$n=5$；

第五次执行循环体后，$S=63$，满足退出循环的条件，

故输出的 $S=63$，

故选：C．

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环的次数不多，或有规律时，常采用模拟循环的方法解答．

4．【分析】先画出可行域，利用目标函数几何意义转化求解即可．

【解答】解：实数 x，y 满足$\begin{cases}x+y-1\geqslant 0\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$

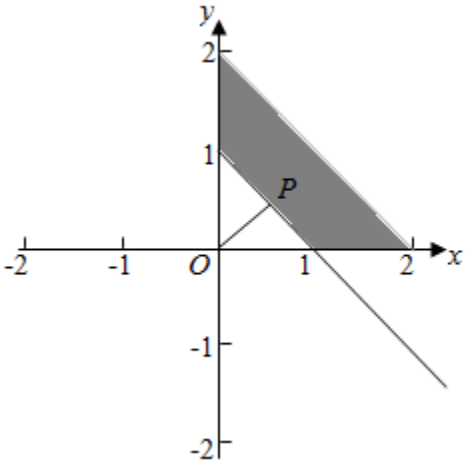
表示的可行域如图：$\sqrt{x^2+y^2}$的几何意义是

可行域内的点与坐标原点的距离，

可知 P 到原点的距离最小，即$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

则$\sqrt{x^2+y^2}$的取值范围是：$[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$．

故选：*D*.



【点评】本题主要考查线性规划的应用，结合目标函数的几何意义，利用数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法，属于中档题.

5.【分析】由题意可得 $f(-x)=-f(x)$，$f(x+4)=f(x)$，则 $f(2017)=f(1)=-f(-1)$，计算可得所求值.

【解答】解：函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称，且周期为 4，

可得 $f(-x)=-f(x)$，$f(x+4)=f(x)$，

则 $f(2017)=f(504\times4+1)=f(1)$

$=-f(-1)=-2$，

故选：*C*.

【点评】本题考查函数的对称性和周期性的判断和运用：求函数值，考查运算能力，属于基础题.

6.【分析】几何体为四棱锥，作出直观图，计算棱长即可得出答案.

【解答】解：由三视图可知几何体为四棱锥 $S-ABCD$，

由侧视图可知棱锥底面 *ABCD* 是边长为 2 的正方形，

顶点 *S* 在底面 *ABCD* 上的射影 *M* 为 *CD* 的中点，

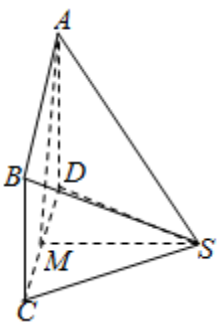
由主视图可知 $SM=\sqrt{3}$，

$\therefore AM=\sqrt{5}$，$SA=\sqrt{AM^2+SM^2}=2\sqrt{2}$.

由对称性可知 $SB=SA=2\sqrt{2}$.

∴几何体最长的棱为 $2\sqrt{2}$.

故选：*B*.



【点评】本题考查了常见几何体的结构特征与三视图，属于基础题.

7.【分析】A，B，C成等差数列$\Leftrightarrow 2B=A+C$，$A+B+C=\pi\Leftrightarrow B=\frac{\pi}{3}$，即可判断出结论.

【解答】解：A，B，C成等差数列$\Leftrightarrow 2B=A+C$，$A+B+C=\pi\Leftrightarrow B=\frac{\pi}{3}$，

∴“$B=\frac{\pi}{3}$”是“A，B，C成等差数列”的充要条件.

故选：C.

【点评】本题考查了等差数列、三角形内角和定理、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

8.【分析】首先根据函数 $f(x)=\sqrt{x}\ (x\geqslant 1)$满足利普希茨条件，得到 k 满足不等式 $k\geq\frac{|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}|}{|x_1-x_2|}=\frac{1}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$；然后由 x_1，$x_2\in[1,+\infty)$，得 $\frac{1}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$的取值范围，而 k 只需大于等于 $\frac{1}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$的最大值即可.

【解答】解：由已知中利普希茨条件的定义

若函数$f(x)=\sqrt{x}$（$x\geq 1$）满足利普希茨条件，

所以存在常数k，使得对定义域$[1,+\infty)$内的任意两个x_1，x_2（$x_1\neq x_2$），均有$|f(x_1)-f(x_2)|\leq k|x_1-x_2|$成立，

不妨设$x_1>x_2$，则$k\geq\frac{|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}|}{|x_1-x_2|}=\frac{1}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$.

而$0<\frac{1}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}<\frac{1}{2}$，所以$k$的最小值为$\frac{1}{2}$.

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是函数恒成立问题，在能力上主要考查对新信息的理解力；及分离参数利用不等式求最值的方法.

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【分析】根据题意，由双曲线的渐进性方程分析可得$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，即 $a=2b$，进而由双曲线的几何性质可得 $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}b$，由双曲线的离心率公式计算可得答案.

【解答】解：根据题意，双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的渐进性方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，

又由该双曲线的一条渐近线方程为$x-2y=0$，即$y=\frac{1}{2}x$，

则有$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，即$a=2b$，

则$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}b$，

则该双曲线的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}b}{2b}=\frac{\sqrt{5}}{2}$；

故答案为：$\frac{\sqrt{5}}{2}$.

【点评】本题考查双曲线的几何性质，关键是分析 a、b 之间的关系.

10.【分析】可求出 $\vec{a}+\vec{b}=(2,\ m+2)$，根据 $\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$ 便可得出 $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0$，进行数量积的坐标运算即可求出 m 的值.

【解答】解：$\vec{a}+\vec{b}=(2,\ m+2)$；

$\because\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$；

$\therefore\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=(4,\ 2)\cdot(2,\ m+2)=8+2(m+2)=0$；

$\therefore m=-6$.

故答案为：-6.

【点评】考查向量坐标的加法和数量积的运算，以及向量垂直的充要条件.

11.【分析】写出展开式中含 x^2 项的系数，再由已知列式求得 m 值.

【解答】解：由 $T_4=C_5^3\cdot x^2\cdot m^3$，且含 x^2 项的系数为 -10，

可得 $10m^3=-10$，即 $m=-1$.

故答案为：-1.

【点评】本题考查二项式系数的性质，关键是熟记二项展开式的通项，是基础题.

12.【分析】设 $A(\sqrt{3}+\cos\theta,\ 1+\sin\theta)$，原点 $O(0,\ 0)$，$|AO|=\sqrt{(\sqrt{3}+\cos\theta)^2+(1+\sin\theta)^2}=\sqrt{5+4\sin(\theta+\frac{\pi}{3})}$，由此能求出点 A 到坐标原点取最大距离.

【解答】解：$\because$ 点 A 是曲线 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+\cos\theta\\y=1+\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 是参数）上的点，

$\therefore$ 设 $A(\sqrt{3}+\cos\theta,\ 1+\sin\theta)$，原点 $O(0,\ 0)$，

$|AO|=\sqrt{(\sqrt{3}+\cos\theta)^2+(1+\sin\theta)^2}$

$=\sqrt{3+2\sqrt{3}\cos\theta+\cos^2\theta+1+2\sin\theta+\sin^2\theta}$

$=\sqrt{5+4\sin(\theta+\frac{\pi}{3})}$，

$\therefore$ 当 $\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=1$ 时，点 A 到坐标原点取最大距离 3.

故答案为：3.

【点评】本题考查两点间距离的最大值的求法，考查勇数方程、两点间距离公式、三角函数的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

13.【分析】利用反例判断命题的真假即可.

【解答】解：当 $x=0$ 时，$e^x>x+1$，不成立，

故答案为：0.

【点评】本题考查命题的真假的判断与应用，是基本知识的考查.

14.【分析】①把 $a=0$ 代入函数解析式，可得不等式，对 x 分类求解得答案；

②转化方程的根为两个函数的图象的交点，利用数形结合，通过函数的导数求解即可.

【解答】解：①当 $a=0$ 时，不等式 $f(x)+1>0 \Leftrightarrow x|2x|-1+1>0$，

即 $2x|x|>0$，

若 $x<0$，得 $-2x^2>0$，不合题意；

若 $x=0$，得 $0>0$，不合题意；

若 $x>0$，得 $2x^2>0$，则 $x>0$.

综上，当 $a=0$ 时，不等式 $f(x)+1>0$ 的解集为 $(0,+\infty)$；

②若函数 $f(x)$ 有三个不同的零点，即方程 $x|2x-a|-1=0$ 有 3 个不同根.

即 $|2x-a|=\frac{1}{x}$ 有三个解，

令 $y=|2x-a|$，则 $y=\frac{1}{x}\begin{cases}2x-a, & x\geqslant\frac{a}{2}\\ a-2x, & x<\frac{a}{2}\end{cases}$，画出两个函数的图象，如图：

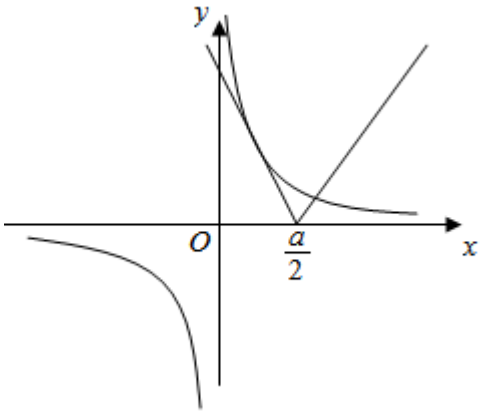
$x<\frac{a}{2}$，$y=\frac{1}{x}$，由 $y'=-\frac{1}{x^2}=-2$，解得 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$（舍去），

此时切点坐标 $(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2})$，代入 $y=a-2x$，可得 $a=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

函数 $f(x)=x|2x-a|-1$ 有三个零点，

则实数 a 的取值范围为 $(2\sqrt{2},+\infty)$.

故答案为：$(0,+\infty)$；$(2\sqrt{2},+\infty)$.



【点评】本题绝对值不等式的解法，考查函数的导数的应用，函数的零点的判断，考查数形结合的应用，是中档题.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

15.【分析】（I）根据 $f(\frac{\pi}{4})=0$ 计算 a 的值；

（*II*）化简 $f(x)$ 的解析式，再根据这些函数的单调性得出 $g(x)$ 的最值即可．

【解答】（Ⅰ）解：依题意，得 $f(\frac{\pi}{4})=0$，

即 $\sin\frac{\pi}{4}-a\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}a}{2}=0$，

解得 $a=1$．

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）得 $f(x)=\sin x-\cos x$．

$$g(x)=f(x)\cdot f(-x)+2\sqrt{3}\sin x\cos x=(\sin x-\cos x)(-\sin x-\cos x)+\sqrt{3}\sin 2x$$

$$=(\cos^2 x-\sin^2 x)+\sqrt{3}\sin 2x$$

$$=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x$$

$$=2\sin(2x+\frac{\pi}{6}).$$

由 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 得 $\frac{\pi}{6}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{7\pi}{6}$

∴当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$ 即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$g(x)$ 取得最大值 2，

当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$ 即 $x=\frac{\pi}{2}$ 时，$g(x)$ 取得最小值 - 1．

所以 $g(x)$ 的值域是[- 1，2]．

【点评】本题考查了三角函数的恒等变换与化简求值，属于中档题．

16．【分析】（Ⅰ）利用 100 - 100×10×（0.04+0.02×2）即可得出．

（Ⅱ）由已知条件可知：[20，50）内人数为：100 - 100×10×（0.04+0.02+0.02+0.01）＝10；同理可得：[20，30）人数为 2 人，[30，40）人数为 3 人，[40，50）人数为 5 人．X 的可能取值为 0，1，2．利用超几何分布列及其数学期望计算公式可得．

（Ⅲ）利用平均数的计算公式为：小矩形的面积乘以矩形底边中点的横坐标之和即可得出结论．

【解答】解：（Ⅰ）100 - 100×10×（0.04+0.02×2）＝20（人）

（Ⅱ）由已知条件可知：[20，50）内人数为：100 - 100×10×（0.04+0.02+0.02+0.01）＝10；

[20，30）人数为 2 人，[30，40）人数为 3 人，[40，50）人数为 5 人．

X 的可能取值为 0，1，2．

$$P(X=0)=\frac{C_3^3C_2^0}{C_5^3}=\frac{1}{10}\quad P(X=1)=\frac{C_3^2C_2^1}{C_5^3}=\frac{3}{5}\quad P(X=2)=\frac{C_3^1C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10},$$

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

$$EX=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}.$$

（Ⅲ）第五组．

【点评】本题考查了频率分布直方图的性质、超几何分布列及其期望计算公式、平均数的计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

17.【分析】（Ⅰ）推导出 $OG\perp CF$ 则 $OG\perp$面 CD_1E_1F，从而 $OG\perp D_1F$，再求出 $D_1F\perp OE_1$，由此能证明 $D_1F\perp$面 E_1OG．

（Ⅱ）取 OF 的中点 M，连接 E_1M，MA，以点 M 为坐标原点，建立空间直角坐标系 $M-xyz$，利用向量法能求出二面角 E_1-OG-F 的大小．

（Ⅲ）假设存在，设 $H(x, y, z)$，$\frac{D_1H}{D_1C}=\lambda$，$\lambda\in[0, 1]$，利用向量法能求出在线段 CD_1 上不存在点 H，使得 $BH\parallel$平面 E_1OG．

【解答】证明：（Ⅰ）图（1）中 $OG\perp CF$，$\therefore$图（2）中，$OG\perp CF$，

又面 $CD_1E_1F\perp$面 $ABCF$，面 $CD_1E_1F\cap$面 $ABCF=CF$，

$\therefore OG\perp$面 CD_1E_1F，$\because D_1F\subset$面 CD_1E_1F，$\therefore OG\perp D_1F$，

又 O 为 CF 的中点，$\therefore OF\parallel=D_1E_1$，又 $E_1D_1=E_1F$，

$\therefore$四边形 E_1D_1OF 为菱形，$\therefore D_1F\perp OE_1$

$\because OG\cap OE_1=O$，$\therefore D_1F\perp$面 E_1OG……

（Ⅱ）取 OF 的中点 M，连接 E_1M，MA，以点 M 为坐标原点，

建立空间直角坐标系 $M-xyz$ 如图所示．

$E_1(0, 0, \sqrt{3})$，$O(0, 1, 0)$，$G(\sqrt{3}, 1, 0)$，$F(0, -1, 0)$，

$\therefore \overrightarrow{OG}=(\sqrt{3}, 0, 0)$，$\overrightarrow{OE_1}=(0, -1, \sqrt{3})$，

设面 OE_1G 的法向量为$\vec{n}$，

$$\therefore \begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{OG}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{OE_1}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{3}x=0\\ -y+\sqrt{3}z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=\sqrt{3}z\end{cases},$$

令 $z=1$，则 $y=\sqrt{3}$，$\therefore \vec{n}=(0, \sqrt{3}, 1)$，

设面 FOG 的法向量为$\vec{m}$，则$\vec{m}=(0, 0, 1)$，

$$\therefore \cos\langle\vec{m}, \vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{1}{2},$$

$\therefore$二面角 E_1-OG-F 的大小为$\frac{\pi}{3}$．……（10分）

（Ⅲ）假设存在，设 $H(x, y, z)$，$\frac{D_1H}{D_1C}=\lambda$，$\lambda\in[0, 1]$，

$\therefore \overrightarrow{D_1H}=\lambda\overrightarrow{D_1C}$ $D_1(0, 2, \sqrt{3})$，$C(0, 3, 0)$，$B(\sqrt{3}, 2, 0)$，

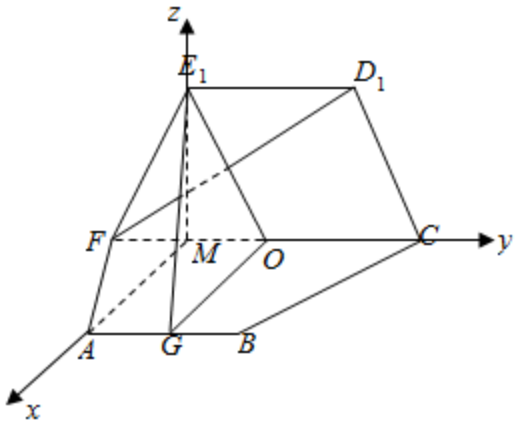
$\therefore \overrightarrow{D_1H}=(x, y-\sqrt{2}, z-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{D_1C}=(0, 1, -\sqrt{3})$，

∴

$\begin{cases} x=0 \\ y-2=\lambda \\ z-\sqrt{3}=-\lambda\sqrt{3} \end{cases}$ ∴ $\begin{cases} x=0 \\ y=2+\lambda \\ z=\sqrt{3}-\lambda\sqrt{3} \end{cases}$ ∴H(0，$2+\lambda$，$\sqrt{3}-\lambda\sqrt{3}$)∴$\overrightarrow{BH}=(-\sqrt{3}，\lambda，\sqrt{3}-\lambda\sqrt{3})$，

∵$\overrightarrow{BH}\cdot\vec{n}=0$.∴$\sqrt{3}\lambda+\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda=0$.∴$\sqrt{3}=0$矛盾，

∴在线段 CD_1 上不存在点 H，使得 BH∥平面 E_1OG．……（14 分）



【点评】本题考查线面垂直的证明，考查二面角的求法，考查满足线面平行的点是否存在的判断与求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运用求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

18.【分析】（Ⅰ）求得 $f(x)$ 的导数，可得切线的斜率，解方程可得 k 的值；

（Ⅱ）求得 $g(x)$ 的解析式和导数，以及单调区间，可得极值和最值；

（Ⅲ）由题意可得 $g(a)-g(x)_{min}<\frac{1}{a}$，代入计算即可得到所求 a 的范围．

【解答】解：（Ⅰ）$f(x)=x(k-\ln x)$ 的导数为 $f'(x)=k-\ln x-1$，

因为曲线 $y=f(x)$ 在点（1，$f(1)$）处的切线与 x 轴平行，

所以 $f'(1)=k-1=0$，

所以 $k=1$；

（Ⅱ）$g(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x}f(x)=\frac{1}{x}-1+\ln x$，定义域为{$x|x>0$}，

导数 $g'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x^2}$，

令 $g'(x)=0$ 得 $x=1$，当 x 变化时，$g'(x)$ 和 $g(x)$ 的变化如下表：

x	（0，1）	1	（1，+∞）
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	递减	0	递增

由上表可知 $g(x)$ 的单调递减区间为（0，1），单调递增区间为（1，+∞），

最小值为 $g(1)=0$；

（Ⅲ）若 $g(a)-g(x)<\frac{1}{a}$ 对任意 $x>0$ 成立，

则 $g(a)-g(x)_{min}<\frac{1}{a}$，

即 $\frac{1}{a}-1+lna-0<\frac{1}{a}$，

即 $lna<1$，解得 $0<a<e$.

【点评】本题考查导数的运用：求切线的斜率和单调区间、极值和最值，考查不等式恒成立问题解法，注意运用转化思想，考查运算能力，属于中档题.

19.【分析】（Ⅰ）设 F（c，0），A（c，d），代入可得 $\frac{c^2}{a^2}+\frac{d^2}{b^2}=1$. 又 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，$|d|=\frac{\sqrt{3}}{2}b$，根据△AFO 的面积为 $\frac{3}{4}$，可得 $\frac{1}{2}c|d|=\frac{1}{2}c\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}b=\frac{3}{4}$，$bc=\sqrt{3}$. 由 $\begin{cases}a^2-b^2=c^2\\a=2c\\bc=\sqrt{3}\end{cases}$，解出即可得出.

（Ⅱ）由（1）知直线 l 的方程为 $\frac{x_0x}{4}+\frac{y_0y}{3}=1$（$y_0\neq0$），即 $y=\frac{12-3x_0x}{4y_0}$（$y_0\neq0$）. 由直线 AF 的方程为 $x=1$，可得直线 l 与 AF 的交点为 $M(1,\frac{12-3x_0}{4y_0})$，直线 l 与直线 $x=4$ 的交点为 N（4，$\frac{3-3x_0}{y_0}$），

可得：$\frac{|MF|^2}{|NF|^2}=\frac{(\frac{12-3x_0}{4y_0})^2}{9+(\frac{3-3x_0}{y_0})^2}=\frac{(4-x_0)^2}{16y_0^2+16(1-x_0)^2}$，又 P（x_0，y_0）是 C 上一点，则 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$.

$y_0^2=3-\frac{3x_0^2}{4}$，代入化简即可得出.

【解答】解：（Ⅰ）设 F（c，0），A（c，d），则 $\frac{c^2}{a^2}+\frac{d^2}{b^2}=1$

又 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，∴ $|d|=\frac{\sqrt{3}}{2}b$，

∵△AFO 的面积为 $\frac{3}{4}$，∴ $\frac{1}{2}c|d|=\frac{1}{2}c\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}b=\frac{3}{4}$，$bc=\sqrt{3}$.

由 $\begin{cases}a^2-b^2=c^2\\a=2c\\bc=\sqrt{3}\end{cases}$，得 $\begin{cases}a=2\\b=\sqrt{3}\\c=1\end{cases}$

∴C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（Ⅱ）由（1）知直线 l 的方程为 $\frac{x_0x}{4}+\frac{y_0y}{3}=1$（$y_0\neq0$），即 $y=\frac{12-3x_0x}{4y_0}$（$y_0\neq0$）.

∵直线 AF 的方程为 $x=1$，∴直线 l 与 AF 的交点为 $M\left(1,\ \frac{12-3x_0}{4y_0}\right)$，

直线 l 与直线 $x=4$ 的交点为 $N\left(4,\ \frac{3-3x_0}{y_0}\right)$，

则 $\frac{|MF|^2}{|NF|^2}=\frac{\left(\frac{12-3x_0}{4y_0}\right)^2}{9+\left(\frac{3-3x_0}{y_0}\right)^2}=\frac{(4-x_0)^2}{16y_0^2+16(1-x_0)^2}$，

又 $P(x_0, y_0)$ 是 C 上一点，则 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1\cdot y_0^2=3-\frac{3x_0^2}{4}$

代入上式得：$\frac{|MF|^2}{|NF|^2}=\frac{(4-x_0)^2}{48-12x_0^2+16-32x_0+16x_0^2}=\frac{(4-x_0)^2}{4(x_0^2-8x_0+16)}=\frac{1}{4}\cdot\frac{(4-x_0)^2}{(4-x_0)^2}=\frac{1}{4}$，

∴$\frac{|MF|}{|NF|}=\frac{1}{2}$，为定值．

【点评】本题考查了椭圆的标准方程及其性质、直线交点、三角形面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

20．【分析】（Ⅰ）直接利用定义把集合 $P=2, 4, 6, 8$，$Q=2, 4, 8, 16$ 中的值代入即可求出 $l(P)$ 和 $l(Q)$；

（Ⅱ）先由 a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）最多有 $C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$ 个值，可得 $1(A)\leqslant\frac{n(n-1)}{2}$；再利用定义推得所有 a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）的值两两不同，即可证明结论．

（Ⅲ）$l(A)$ 存在最小值，设 $a_1<a_2<\cdots<a_n$，所以 $a_1+a_2<a_1+a_3<\cdots<a_1+a_n<a_2+a_n<\cdots<a_{n-1}+a_n$．由此即可证明 $l(A)$ 的最小值 $2n-3$．

【解答】解：（Ⅰ）根据题中的定义可知：由 $2+4=6$，$2+6=8$，$2+8=10$，$4+6=10$，$4+8=12$，$6+8=14$，得 $l(P)=5$．

由 $2+4=6$，$2+8=10$，$2+16=18$，$4+8=12$，$4+16=20$，$8+16=24$，得 $l(Q)=6$．

（Ⅱ）证明：因为 a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）最多有 $C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$ 个值，所以 $1(A)\leqslant\frac{n(n-1)}{2}$．

又集合 $A=2, 4, 8, 2^n$，任取 a_i+a_j，a_k+a_l（$1\leqslant i<j\leqslant n$，$1\leqslant k<l\leqslant n$），

当 $j\neq l$ 时，不妨设 $j<l$，则 $a_i+a_j<2a_j=2^{j+1}\leqslant a_l<a_k+a_l$，

即 $a_i+a_j\neq a_k+a_l$．当 $j=l$，$i\neq k$ 时，$a_i+a_j\neq a_k+a_l$．

因此，当且仅当 $i=k$，$j=l$ 时，$a_i+a_j=a_k+a_l$．

即所有 a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）的值两两不同，

所以 $1(A)=\frac{n(n-1)}{2}$．（9 分）

（Ⅲ）$l(A)$存在最小值，且最小值为$2n-3$.

不妨设$a_1<a_2<a_3<\cdots<a_n$，可得$a_1+a_2<a_1+a_3<\cdots<a_1+a_n<a_2+a_n<\cdots<a_{n-1}+a_n$，

所以a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）中至少有$2n-3$个不同的数，即$l(A)\geqslant 2n-3$.

事实上，设a_1，a_2，a_3，a_n成等差数列，

考虑a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$），根据等差数列的性质，

当$i+j\leqslant n$时，$a_i+a_j=a_1+a_{i+j-1}$；

当$i+j>n$时，$a_i+a_j=a_{i+j-n}+a_n$；

因此每个和a_i+a_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）等于$a_1+a_k$（$2\leqslant k\leqslant n$）中的一个，

或者等于a_l+a_n（$2\leqslant l\leqslant n-1$）中的一个.

所以对这样的A，$l(A)=2n-3$，所以$l(A)$的最小值为$2n-3$.（13分）

【点评】本题考查集合与元素的位置关系和数列的综合应用，综合性较强，解题时注意整体思想和转化思想的运用，解题时要认真审题，仔细解答，避免错误.