2018 北京东城高三二模

数学（文）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

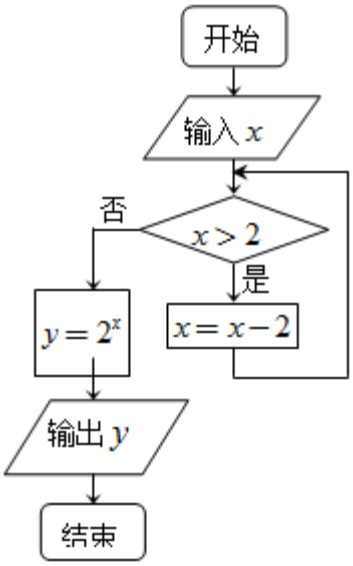
1．已知全集 $U=R$，集合 $A=\{x|x+1<0\}$，$B=\{x|x-4\leqslant 0\}$，则$\complement_U(A\cap B)=$（　　）

A．$\{x|x\leqslant -1$ 或 $x>4\}$　　B．$\{x|x\geqslant -1$ 或 $x<4\}$　　C．$\{x|x\geqslant -1\}$　　D．$\{x|x>4\}$

2．某校高一年级有 400 名学生，高二年级有 360 名学生，现用分层抽样的方法在这 760 名学生中抽取一个样本．已知在高一年级中抽取了 60 名学生，则在高二年级中应抽取的学生人数为（　　）

A．66　　B．54　　C．40　　D．36

3．执行如图所示的程序框图，若输入的 x 值为 9，则输出的 y 值为（　　）



A．0　　B．1　　C．2　　D．4

4．若 $x^2<\log_2(x+1)$，则 x 的取值范围是（　　）

A．（0，1）　　B．（1，+∞）　　C．（－1，0）　　D．（0，+∞）

5．已知圆 $x^2+y^2-4x+a=0$ 截直线 $x-\sqrt{3}y=0$ 所得弦的长度为 $2\sqrt{3}$，则实数 a 的值为（　　）

A．－2　　B．0　　C．2　　D．6

6．设 a，b，$c\in\mathbf{R}$，则“$a+b>c$”是“$a>c$ 且 $b>c$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知 m 是平面 α 的一条斜线，直线 l 过平面 α 内一点 A，那么下列选项中能成立的是（　　）

A．$l\subset\alpha$，且 $l\perp m$　　B．$l\perp\alpha$，且 $l\perp m$　　C．$l\perp\alpha$，且 $l\parallel m$　　D．$l\subset\alpha$，且 $l\parallel m$

8．已知函数 $f(x)=x\sin x$，现给出如下命题：

①当 $x\in(-4,-3)$ 时，$f(x)\geqslant 0$；

②$f(x)$ 在区间（0，1）上单调递增；

③$f(x)$ 在区间（1，3）上有极大值；

④存在 $M>0$，使得对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有$|f(x)|\leqslant M$.

其中真命题的序号是（　　）

A．①②　　B．②③　　C．②④　　D．③④

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9．若复数$(a+i)(1+i)$为纯虚数，则实数 $a=$_____.

10．若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的一条渐近线方程为 $2x-y=0$，则双曲线的离心率为_____.

11．若 x，y 满足$\begin{cases}2\leqslant x\leqslant 4\\ y\geqslant 3\\ x+y\leqslant 8\end{cases}$，则 $3x+2y$ 的最小值为_____.

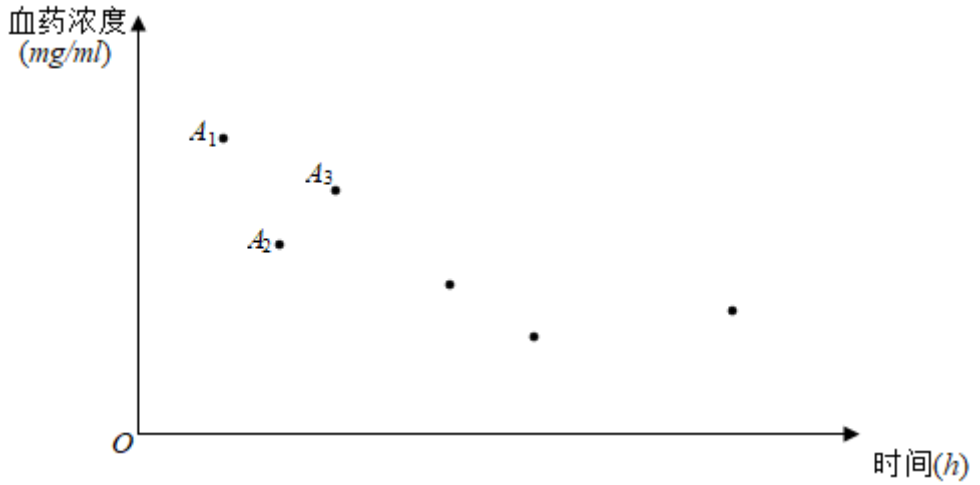
12．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，且$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{a})=-\frac{1}{2}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角的大小为_____.

13．在$\triangle ABC$中，$\cos C=\frac{1}{4}$，$a=2b$，则$\frac{c}{b}=$_____；$\sin B=$_____.

14．血药浓度（*SerumDrugConcentration*）是指药物吸收后在血浆内的总浓度（单位：*mg/ml*），通常用血药浓度来研究药物的作用强度．如图为服用同等剂量的三种新药后血药浓度的变化情况，其中点 A_i 的横坐标表示服用第 i 种药后血药浓度达到峰值时所用的时间，其它点的横坐标分别表示服用三种新药后血药浓度第二次达到峰值一半时所用的时间（单位：h），点 A_i 的纵坐标表示第 i 种药的血药浓度的峰值．（$i=1$，2，3）

①记 V_i 为服用第 i 种药后达到血药浓度峰值时，血药浓度提高的平均速度，则 V_1，V_2，V_3 中最大的是_____；

②记 T_i 为服用第 i 种药后血药浓度从峰值降到峰值的一半所用的时间，则 T_1，T_2，T_3 中最大的是_____.



三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15．（13 分）已知$\{a_n\}$是公差为 2 等差数列，数列$\{b_n\}$满足 $b_1=1$，$b_2=\frac{1}{2}$，且$(a_n+1)b_{n+1}=nb_n$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

16.（13 分）已知函数 $f(x)=2\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4})+2\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 的对称轴方程；

（Ⅱ）当 $x\in[0,\frac{3\pi}{2}]$ 时，$f(x)\geqslant m$ 恒成立，求实数 m 的最大值.

17.（13 分）2017 年北京市百项疏堵工程基本完成．有关部门为了解疏堵工程完成前后早高峰时段公交车运行情况，调取某路公交车早高峰时段全程所用时间（单位：分钟）的数据，从疏堵工程完成前的数据中随机抽取 5 个数据，记为 A 组，从疏堵工程完成后的数据中随机抽取 5 个数据，记为 B 组．

A 组：128，100，151，125，120．B 组：100，102，96，101，a．

已知 B 组数据的中位数为 100，且从中随机抽取一个数不小于 100 的概率是 $\frac{4}{5}$.

（Ⅰ）求 a 的值；

（Ⅱ）该路公交车全程所用时间不超过 100 分钟，称为“正点运行”．从 A，B 两组数据中各随机抽取一个数据，求这两个数据对应的两次运行中至少有一次“正点运行”的概率；

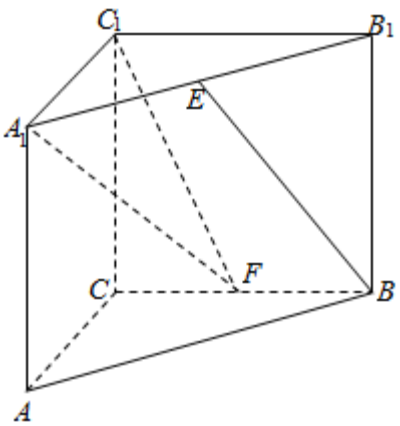
（Ⅲ）试比较 A，B 两组数据方差的大小（不要求计算），并说明其实际意义.

18.（14 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱垂直于底面，$AC\perp BC$，$AC=BC=CC_1$，E，F 分别为 A_1B_1，BC 的中点.

（Ⅰ）求证：$AC\perp C_1F$；

（Ⅱ）求证：$BE\parallel$ 平面 A_1C_1F；

（Ⅲ）在棱 CC_1 上是否存在一点 G，使得平面 $B_1EG\perp$ 平面 A_1C_1F？说明理由.



19.（13 分）设函数 $f(x)=2\ln x-x^2+ax+2$.

（Ⅰ）当 $a=3$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（Ⅱ）若直线 $y=-x+1$ 是曲线 $y=f(x)$ 的切线，求 a 的值.

20.（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F（1，0），离心率为 $\frac{1}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）A，B 是椭圆 C 在 y 轴右侧部分上的两个动点，若原点 O 到直线 AB 的距离为 $\sqrt{3}$，证明：$\triangle ABF$ 的周长为定值.

参考答案

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．【分析】可求出集合 A，B，然后进行交集、补集的运算即可．

【解答】解：$A=\{x|x<-1\}$，$B=\{x|x\leqslant 4\}$；

$\therefore A\cap B=\{x|x<-1\}$；

$\therefore \complement_U(A\cap B)=\{x|x\geqslant -1\}$．

故选：C．

【点评】考查描述法表示集合的概念，以及交集、补集的概念及运算．

2．【分析】设在高二年级中应抽取的学生人数为x，则由分层抽样的性质得$\frac{60}{400}=\frac{x}{360}$，由此能求出在高二年级中应抽取的学生人数．

【解答】解：某校高一年级有 400 名学生，高二年级有 360 名学生，

现用分层抽样的方法在这 760 名学生中抽取一个样本．

在高一年级中抽取了 60 名学生，

设在高二年级中应抽取的学生人数为 x，

则$\frac{60}{400}=\frac{x}{360}$，解得 $x=54$．

$\therefore$在高二年级中应抽取的学生人数为 54 人．

故选：B．

【点评】本题考查在高二年级中应抽取的学生人数的求法，考查分层抽样等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

3．【分析】由已知中的程序语句可知：该程序的功能是利用循环结构计算 x 的值并输出变量 y 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：模拟程序的运行，可得

$x=9$

满足条件 $x>2$，执行循环体，$x=7$

满足条件 $x>2$，执行循环体，$x=5$

满足条件 $x>2$，执行循环体，$x=3$

满足条件 $x>2$，执行循环体，$x=1$

不满足条件 $x>2$，退出循环，$y=2^1=2$，输出 y 的值为 2．

故选：C．

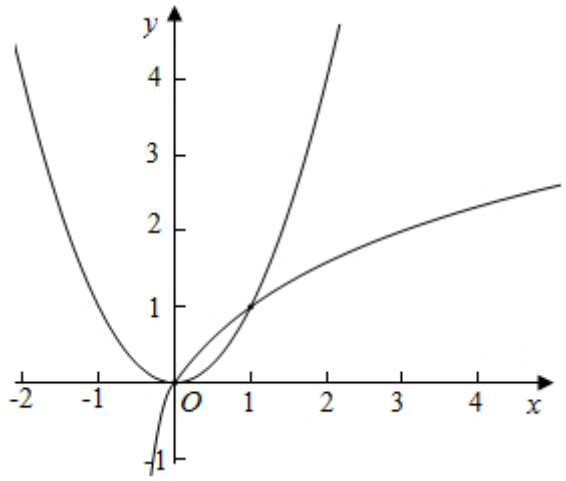
【点评】本题考查了程序框图的应用问题，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，是基础题．

4．【分析】分别画出 $y=x^2$ 与 $y=\log_2(x+1)$ 的图象，如图所示，结合图象可得答案．

【解答】解：分别画出 $y=x^2$ 与 $y=\log_2(x+1)$ 的图象，如图所示：

结合图象可得满足 $x^2<\log_2(x+1)$ 时 x 的取值范围是（0，1），

故选：A.



【点评】本题考查了幂函数和对数函数的图象和性质，属于基础题

5.【分析】圆 $x^2+y^2-4x+a=0$ 的圆心 C（2，0），半径 $r=\sqrt{4-a}$，圆心 C（2，0）到直线 $x-\sqrt{3}y=0$的距离 $d=\frac{2}{\sqrt{1+3}}=1$，从而 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{4-a-1}=2\sqrt{3}$，由此能求出 a.

【解答】解：圆 $x^2+y^2-4x+a=0$ 的圆心 C（2，0），半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{16-4a}=\sqrt{4-a}$，

∵圆 $x^2+y^2-4x+a=0$ 截直线 $x-\sqrt{3}y=0$所得弦的长度为 $2\sqrt{3}$，

圆心 C（2，0）到直线 $x-\sqrt{3}y=0$的距离 $d=\frac{2}{\sqrt{1+3}}=1$，

∴$2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{4-a-1}=2\sqrt{3}$，解得 $a=0$.

故选：B.

【点评】本题考查实数值的求法，考查点到直线的距离公式、圆的性质等基础知识，考查运用求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

6.【分析】由“$a>c$ 且 $b>c$”⇒$a+b>2c$，不一定得出 $a+b>c$，反之也不成立.

【解答】解：由“$a>c$ 且 $b>c$”⇒$a+b>2c$，不一定得出 $a+b>c$，反之也不成立，例如取 $a=1$，$b=3$，$c=2$.

∴“$a+b>c$”是“$a>c$ 且 $b>c$”的既不充分也不必要条件.

故选：D.

【点评】本题考查了不等式的性质、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

7.【分析】在 A 中，$l\subset\alpha$，且 l 与 m 相交或异面，有可能垂直；在 B 中，$l\subset\alpha$；在 C 中，$l\subset\alpha$；在 D 中，l 与 m 平行或相交.

【解答】解：由 m 是平面 α 的一条斜线，直线 l 过平面 α 内一点 A，知：

在 A 中，$l\subset\alpha$，且 l 与 m 相交或异面，有可能垂直，故 A 正确；

在 B 中，$l\subset\alpha$，故 B 错误；

在 C 中，$l\subset\alpha$，故 C 错误；

在 D 中，l 与 m 平行或相交，故 D 错误．

故选：A．

【点评】本题考查命题真假的判断，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，是基础题．

8．【分析】分析函数 $f(x)=x\sin x$ 的图象和性质，进而逐一分析给定四个命题的真假，可得答案．

【解答】解：当 $x\in(-4,-\pi)$ 时，$\sin x>0$，$f(x)<0$，故①为假命题；

$f'(x)=\sin x+x\cos x$，当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)>0$ 恒成立，

故 $f(x)$ 在区间（0，1）上单调递增，故②为真命题；

$\because f'(1)=\sin1+\cos1>0$，$f'(3)=\sin3+3\cos3<0$，且 $f'(x)$ 在区间（1，3）上连续，

故存在 $x_0\in(1,3)$，使 $x\in(1,x_0)$ 时，$f'(x)>0$，$x\in(x_0,3)$ 时，$f'(x)<0$，

故当 $x=x_0$ 时，$f(x)$ 取极大值，故③为真命题；

由函数 $f(x)=x\sin x$ 不存在最大值和最小值，

故不存在 $M>0$，使得对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $|f(x)|\leq M$．故④为假命题，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是利用导数研究函数的单调性，利用导数研究函数的极值，难度中档．

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．【分析】利用复数代数形式的乘法运算化简，再由实部为 0 且虚部不为 0 求解．

【解答】解：$\because(a+i)(1+i)=(a-1)+(a+1)i$ 为纯虚数，

$\therefore\begin{cases}a-1=0\\a+1\neq0\end{cases}$，即 $a=1$．

故答案为：1．

【点评】本题考查复数代数形式的乘法运算，考查复数的基本概念，是基础题．

10．【分析】利用双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线方程为 $2x-y=0$，可得 $b=2a$，$c=\sqrt{5}a$，即可求出双曲线的离心率．

【解答】解：$\because$ 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线方程为 $2x-y=0$，

$\therefore b=2a$，

$\therefore c=\sqrt{5}a$，

$\therefore$ 双曲线的离心率是 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$．

故答案为：$\sqrt{5}$．

【点评】本题主要考查了双曲线的简单性质．解题的关键是熟练掌握双曲线方程中的 a，b 和 c 基本关系．

11．【分析】画出满足条件的平面区域，结合图象求出 $3x+2y$ 的最小值即可．

【解答】解：画出满足条件的平面区域，如图示：

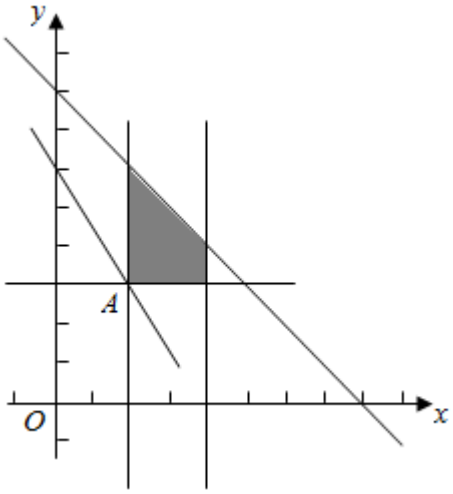
令 $z=3x+2y$，

则 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{z}{2}$，

显然直线过 A（2，3）时，z 最小，

故 z 是最小值是 12，

故答案为：12．



【点评】本题考查了简单的线性规划问题，考查数形结合思想，考查转化思想，是一道基础题．

12．【分析】根据题意，设向量$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为 θ，结合向量数量积的计算公式可得$\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}^2=\cos\theta-1=-\frac{1}{2}$，

解可得 $\cos\theta=\frac{1}{2}$，结合 θ 的范围，分析可得答案．

【解答】解：根据题意，设向量$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为 θ，

向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，若$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{a})=-\frac{1}{2}$，

则有$\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}^2=\cos\theta-1=-\frac{1}{2}$，解可得 $\cos\theta=\frac{1}{2}$，

又由 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$，

则 $\theta=\frac{\pi}{3}$；

故答案为：$\frac{\pi}{3}$．

【点评】本题考查向量数量积的计算，关键是掌握向量数量积的计算公式，属于基础题．

13．【分析】根据题意，设 $b=t$，则 $a=2b=2t$，由余弦定理计算可得 $c=2t$，即可得$\frac{c}{b}=\frac{2t}{t}=2$；据此由余弦定理可得 $\cos B$ 的值，结合同角三角函数的基本关系式计算可得答案．

【解答】解：根据题意，设 $b=t$，则 $a=2b=2t$，

则 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=4t^2+t^2-2\times2t\times\frac{1}{4}=4t^2$，则 $c=2t$，

则$\frac{c}{b}=\frac{2t}{t}=2$；

则 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{4t^2+4t^2-t^2}{2\times 2t\times 2t}=\frac{7}{8}$,

则 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{\sqrt{15}}{8}$;

故答案为：2，$\frac{\sqrt{15}}{8}$.

【点评】本题考查三角形中的几何计算，关键是求出 c 与 b 的关系.

14.【分析】根据图象，依据题意逐个判断得答案.

【解答】解：由图可知，第一种新药在最短时间内达到峰值，且峰值最大，

则服用第一种药后达到血药浓度峰值时，血药浓度提高的平均速度 V_1 最大；

服用第三种新药后血药浓度达到峰所有时间最长，

则服用第 3 种药后血药浓度从峰值降到峰值的一半所用的时间 T_3 最大.

故答案为：V_1；T_3.

【点评】本题考查了函数图象的性质和对新定义函数的理解，考查根据图象解决实际问题，是基础题.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.【分析】（Ⅰ）由（a_n+1）$b_{n+1}=nb_n$，$n=1$ 时，（a_1+1）$b_2=b_1$，又 $b_1=1$，$b_2=\frac{1}{2}$，可得（a_1+1）$\times\frac{1}{2}$ $=1$，解得 a_1．利用等差数列的通项公式可得 a_n.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知：$a_n=2n-1$．而（a_n+1）$b_{n+1}=nb_n$．可得 $b_{n+1}=\frac{1}{2}b_n$．利用等比数列的求和公式即可得出.

【解答】解：（Ⅰ）∵（a_n+1）$b_{n+1}=nb_n$，∴$n=1$ 时，（a_1+1）$b_2=b_1$，

∵$b_1=1$，$b_2=\frac{1}{2}$，∴（a_1+1）$\times\frac{1}{2}=1$，解得 $a_1=1$.

∵$\{a_n\}$是公差为 2 等差数列，

∴$a_n=1+2(n-1)=2n-1$．$n\in\mathbf{N}^*$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知：$a_n=2n-1$.

∵（a_n+1）$b_{n+1}=nb_n$.

∴$2nb_{n+1}=nb_n$.

∴$b_{n+1}=\frac{1}{2}b_n$.

∴数列$\{b_n\}$是首项为 1，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列.

∴$S_n=\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}=2\left[1-(\frac{1}{2})^n\right]$，$n\in\mathbf{N}^*$.

【点评】本题考查了等差数列与等比数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

16.【分析】（Ⅰ）利用三角恒等变换，化简函数 $f(x)$ 的解析式，再利用正弦函数的图象的对称性，求出曲线 $y=f(x)$ 的对称轴方程.

（Ⅱ）当 $x\in[0,\frac{3\pi}{2}]$ 时，求得 $f(x)$ 的最小值，再结合 $f(x)\geq m$ 恒成立，求出实数 m 的最大值.

【解答】解：（Ⅰ）函数 $f(x)=2\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4})+2\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}=2\sin\frac{x}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-2\cos\frac{x}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}$

$=\sqrt{2}\sin\frac{x}{2}+\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}=2\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})$，

因为 $y=\sin x$ 的对称轴方程为 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，

所以，$\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，

所以，曲线 $y=f(x)$ 的对称轴方程为 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$.

（Ⅱ）当 $x\in[0,\frac{3\pi}{2}]$ 时，$\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{4},\pi]$，

所以当 $\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}=\pi$，即当 $x=\frac{3\pi}{2}$ 时，$f(x)$ 取得最小值为 0.

根据 $f(x)\geq m$ 恒成立，可得实数 m 的最大值为 0.

【点评】本题主要考查三角恒等变换，正弦函数的图象的对称性，函数的恒成立问题，正弦函数的定义域和值域，属于中档题.

17.【分析】（Ⅰ）由 B 组数据的中位数为 100，得 $a\leqslant 100$. 由从 B 组中随机抽取一个数不小于 100 的概率是 $\frac{4}{5}$，得到 $a\geqslant 100$. 由此能求出 a.

（Ⅱ）从 A 组中取到 128，151，125，120 时，B 组中符合题意的取法为 100，96，100，共 $4\times3=12$ 种；从 A 组中取到 100 时，B 组中符合题意的取法为 100，102，96，101，100，共 $1\times5=5$ 种；所有不同的取法共有 $5\times5=25$ 种，由此能求出该路公交车至少有一次“正点运行”的概率.

（Ⅲ）B 组的方差小于 A 组的方差，说明疏堵工程完成后，该路公交车全程所用时间更加稳定，而且“正点运行”率高，运行更加有保障.

【解答】（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 B 组数据的中位数为 100，

所以 $a\leqslant 100$.

因为从 B 组中随机抽取一个数不小于 100 的概率是 $\frac{4}{5}$，

所以 $a\geqslant 100$.

所以 $a=100$. ……

（Ⅱ）从 A 组中取到 128，151，125，120 时，B 组中符合题意的取法为 100，96，100，

共 $4\times3=12$ 种；

从 A 组中取到 100 时，B 组中符合题意的取法为 100，102，96，101，100，

共 1×5＝5 种；

因此符合题意的取法共有 12+5＝17 种，

而所有不同的取法共有 5×5＝25 种，

所以该路公交车至少有一次“正点运行”的概率 $P=\frac{17}{25}$．……（10 分）

（Ⅲ）*B* 组的方差小于 *A* 组的方差，说明疏堵工程完成后，该路公交车全程所用时间更加稳定，而且“正点运行”率高，运行更加有保障．　　……（13 分）

【点评】本题考查实数值、概率的求法，考查古典概型等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

18.【分析】（Ⅰ）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，由侧棱垂直于底面，可得 $CC_1\perp$ 平面 ABC，则 $CC_1\perp AC$，再由 $AC\perp BC$，结合线面垂直的判定可得 $AC\perp$ 平面 BCC_1B_1．从而得到 $AC\perp C_1F$；

（Ⅱ）取 A_1C_1 的中点 H，连结 EH，FH．可得 $EH\parallel BF$，且 $EH=BF$．则四边形 $BEHF$ 为平行四边形，则 $BE\parallel FH$．再由线面平行的判定可得 $BE\parallel$ 平面 A_1C_1F；

（Ⅲ）在棱 CC_1 上存在点 G，且 G 为 CC_1 的中点．连接 EG，GB_1．首先证明 $\triangle B_1C_1G\cong\triangle C_1CF$．可得 $\angle C_1CF+\angle B_1GC_1=90°$，则 $B_1G\perp C_1F$．由（Ⅰ）可得 $AC\perp$ 平面 BB_1C_1C，得到 $A_1C_1\perp$ 平面 BB_1C_1C．即 $A_1C_1\perp B_1G$．由线面垂直的判定可得 $B_1G\perp$ 平面 A_1C_1F．进一步得到平面 $B_1EG\perp$ 平面 A_1C_1F．

【解答】（Ⅰ）证明：在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，

∵侧棱垂直于底面，∴$CC_1\perp$ 平面 ABC，则 $CC_1\perp AC$．

∵$AC\perp BC$，$CC_1\cap BC=C$，∴$AC\perp$ 平面 BCC_1B_1．

∵$C_1F\subset$ 平面 BCC_1B_1，∴$AC\perp C_1F$；

（Ⅱ）证明：取 A_1C_1 的中点 H，连结 EH，FH．

则 $EH\parallel B_1C_1$，且 $EH=\frac{1}{2}B_1C_1$，

又∵$BF\parallel B_1C_1$，且 $BF=\frac{1}{2}B_1C_1$，

∴$EH\parallel BF$，且 $EH=BF$．

∴四边形 $BEHF$ 为平行四边形，则 $BE\parallel FH$．

又 $BE\not\subset$ 平面 A_1C_1F，$FH\subset$ 平面 A_1C_1F，

∴$BE\parallel$ 平面 A_1C_1F；

（Ⅲ）解：在棱 CC_1 上存在点 G，且 G 为 CC_1 的中点．

证明：连接 EG，GB_1．

在正方形 BB_1C_1C 中，

∵F 为 BC 中点，∴$\triangle B_1C_1G\cong\triangle C_1CF$．

∴$\angle C_1CF+\angle B_1GC_1=90°$，则 $B_1G\perp C_1F$．

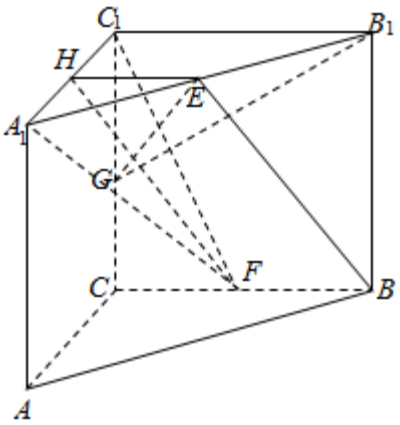
由（Ⅰ）可得 $AC\perp$ 平面 BB_1C_1C，

∵$AC\parallel A_1C_1$，∴$A_1C_1\perp$ 平面 BB_1C_1C．

∵$B_1G\subset$平面BB_1C_1C，∴$A_1C_1\perp B_1G$.

∵$A_1C_1\cap C_1F=C_1$，∴$B_1G\perp$平面A_1C_1F.

∵$B_1G\subset$平面B_1EG，∴平面$B_1EG\perp$平面A_1C_1F.



【点评】本题考查直线与平面、平面与平面垂直的判定，考查空间想象能力与思维能力，考查数学转化思想方法与数形结合的解题思想方法，是中档题.

19.【分析】（Ⅰ）根据题意，当$a=3$时，求出函数的导数，结合函数的导数与函数单调性的关系，分析函数的单调性，进而分析可得函数的极值；

（Ⅱ）根据题意，取出函数的导数，设直线$y=-x+1$与曲线$y=f(x)$的切点为$(x_0,f(x_0))$，由导数的几何意义求出切线的方程，分析可得答案.

【解答】解：函数$f(x)=2\ln x-x^2+ax+2$，则$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

（Ⅰ）当$a=3$时，$f(x)=2\ln x-x^2+3x+2$，

所以$f'(x)=\frac{2}{x}-2x+3=\frac{-2x^2+3x+2}{x}$.

令$f'(x)=\frac{-2x^2+3x+2}{x}=0$，得$-2x^2+3x+2=0$，

因为$x>0$，所以$x=2$.$f(x)$与$f'(x)$在区间$(0,+\infty)$上的变化情况如下：

x	$(0,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$2\ln 2+4$	

所以$f(x)$的单调递增区间为$(0,2)$，单调递减区间$(2,+\infty)$.$f(x)$有极大值$2\ln 2+4$，$f(x)$无极小值，

（Ⅱ）因为$f(x)=2\ln x-x^2+ax+2$，

所以$f'(x)=\frac{2}{x}-2x+a$.

设直线$y=-x+1$与曲线$y=f(x)$的切点为$(x_0,f(x_0))$，

所以$f'(x_0)=\frac{2}{x_0}-2x_0+a=\frac{-2x_0^2+ax_0+2}{x_0}=-1$，即$2x_0^2-(a+1)x_0-2=0$.

又因为$f(x_0)=2\ln x_0-x_0^2+ax_0+2=-x_0+1$，

即$2\ln x_0-x_0^2+(a+1)x_0+1=0$

所以$2\ln x_0+x_0^2-1=0$．

设$g(x)=2\ln x+x^2-1$，

因为$g'(x)=\frac{2(1+x^2)}{x}>0(x>0)$，

所以$g(x)$在区间（0，+∞）上单调递增．

所以$g(x)$在区间（0，+∞）上有且只有唯一的零点．

所以$g(1)=0$，即$x_0=1$．

所以$a=-1$．

【点评】本题考查利用导数分析函数的单调性以及切线方程．

20．【分析】（Ⅰ）由题意得$\begin{cases}a^2=b^2+1\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2}\end{cases}$，解得即可得到椭圆的方程，

（Ⅱ）①当AB垂直于x轴时，易求出$|AF|+|BF|+|AB|=4$．

②当AB不垂直于x轴时，设AB程为$y=kx+m$，根据原点O到直线AB的距离为$\sqrt{3}$，得到m与k的关系式，再根据韦达定理和弦长公式可得$|AB|$，再求出$|AF|$，$|BF|$，即可得到

$\triangle ABF$的周长为4，即可证明

【解答】解：（Ⅰ）由题意得$\begin{cases}a^2=b^2+1\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2}\end{cases}$

解得$\begin{cases}a^2=4\\ b^2=3.\end{cases}$

所以椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

证明：（Ⅱ）①当AB垂直于x轴时，AB方程为$x=\sqrt{3}$，$A(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$B(\sqrt{3},-\frac{\sqrt{3}}{2})$，$F$（1，0），

$|AF|=|BF|=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2+(\frac{3}{2})^2}=2-\frac{\sqrt{3}}{2}$

因为$|AB|=\sqrt{3}$，

所以$|AF|+|BF|+|AB|=4$．

②当AB不垂直于x轴时，设AB程为$y=kx+m$，

原点O到直线AB的距离为$\sqrt{3}$，

所以$\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{3}$，即$m^2=3(1+k^2)$．

由$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$得（$3+4k^2$）$x^2+8kmx+4m^2-12=0$，

即（$3+4k^2$）$x^2+8kmx+12k^2=0$.

设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则$x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{12k^2}{3+4k^2}$.

所以$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(\frac{-8km}{1+4k^2})^2-\frac{48k^2}{3+4k^2}}=\frac{4|mk|}{3+4k^2}$

因为A，B在y轴右侧，所以$mk<0$，所以$|AB|=-\frac{4mk}{3+4k^2}$.

所以$|AF|^2=（x_1-1）^2+y_1^2=（x_1-1）^2+3（1-\frac{x_1^2}{4}）=（\frac{1}{2}x_1-2）^2$，

所以$|AF|=2-\frac{1}{2}x_1$，同理$|BF|=2-\frac{1}{2}x_2$.

所以$|AF|+|BF|=4-\frac{1}{2}（x_1+x_2）=4+\frac{4km}{3+4k^2}$.

所以$|AF|+|BF|+|AB|=4+\frac{4km}{3+4k^2}-\frac{4km}{3+4k^2}=4$.

综上，$\triangle ABF$的周长为4

【点评】本题考查直线与圆锥曲线的位置关系、椭圆方程的求解，考查学生分析解决问题的能力，弦长公式、韦达定理，属于难题