2017 北京昌平高三二模

数　　学（理）

第 I 卷（选择题　共 40 分）

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．)

（1）已知集合 $A=\{x\,|\,2^x>1\}$，$B=\{x\,|\,x<1\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\,|\,x>1\}$　　B. $\{x\,|\,x>0\}$　　C. $\{x\,|\,0<x<1\}$　　D. $\{x\,|\,x<1\}$

（2）已知命题 $p:\forall x\in\mathbf{R}$，$x\geqslant 2$，那么下列结论正确的是

A. 命题 $\neg p:\forall x\in\mathbf{R}$，$x\leqslant 2$　　B. 命题 $\neg p:\exists x\in\mathbf{R}$，$x<2$

C. 命题 $\neg p:\forall x\in\mathbf{R}$，$x\leqslant -2$　　D. 命题 $\neg p:\exists x\in\mathbf{R}$，$x<-2$

(3) 圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 的圆心到直线 $\begin{cases}x=3+t,\\ y=-2-t\end{cases}$（$t$ 为参数）的距离为

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

(4) 设 $\begin{cases}x+y\geq 0,\\ x-y\geq 0\end{cases}$ 与抛物线 $y^2=-4x$ 的准线围成的三角形区域（包含边界）为 D，$P(x,y)$ 为 D 内的一个动点，则目标函数 $z=x-2y$ 的最大值为

A. -1　　B. 0　　C. 2　　D. 3

(5) 在区间 $[0,\pi]$ 上随机取一个数 x，则事件“$\tan x\cdot\cos x\geq\dfrac{1}{2}$”发生的概率为

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

(6) 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的三视图如图所示，

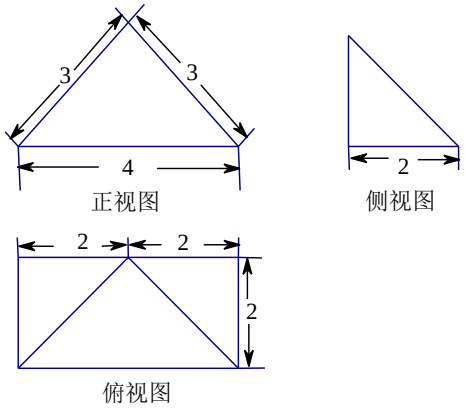
则此四棱锥的四个侧面的面积中最大的是

A. 3

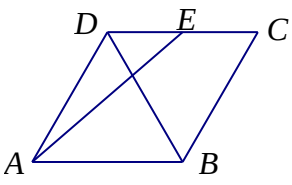
B. $2\sqrt{5}$

C. 6

D. 8



（7）如图，在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60^\circ$，E 为 CD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}$ 的值为



A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{7}$

(8)设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，其前n项的积为T_n，并且满足条件$a_1>1$，$a_{99}a_{100}-1>0$，$\dfrac{a_{99}-1}{a_{100}-1}<0$. 给出下列结论：

① $0<q<1$；　　② $a_{99}\cdot a_{101}-1>0$；

③ T_{100}的值是T_n中最大的；④ 使$T_n>1$成立的最大自然数n等于198.

其中正确的结论是

A. ①③　　B. ①④　　C. ②③　　D. ②④

第Ⅱ卷（非选择题　共110分）

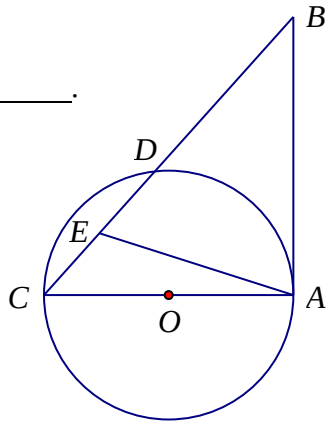
一、　填空题（本大题共6小题，每小题5分，共30分）

（9）二项式$(2x+\dfrac{1}{x})^5$的展开式中x^3的系数为_____.

（10）双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的一条渐近线方程为$y=\sqrt{3}x$，则$b=$_____.

（11） 如图，AB切圆O于点A，AC为圆O的直径，BC交圆O于点D，E为CD的中点，且$BD=5, AC=6$,则$CD=$_____；

$AE=$_____.



（12）执行如图所示的程序框图，

若①是$i<6$时，输出的S值为_____；

若①是$i<2013$时，输出的S值为_____.

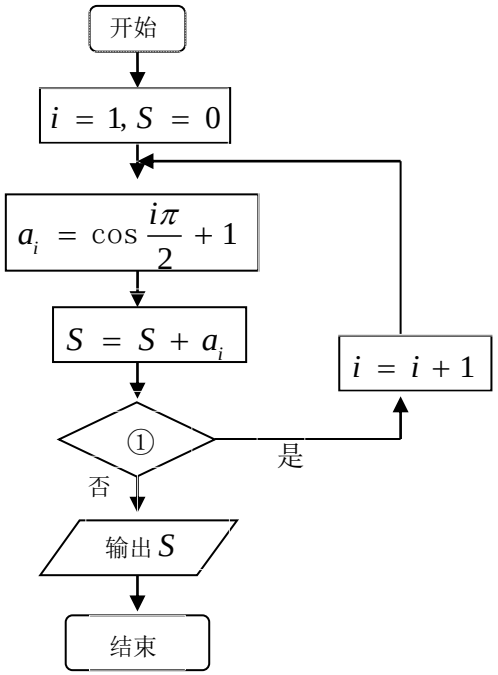


图1

（13）已知函数$f(x)=\begin{cases}1+\dfrac{4}{x}, & (x\geq 4)\\ \log_2 x, & (0<x<4)\end{cases}$

若关于x的方程$f(x)=k$有两个不同的实根，则实数k的取值范围是_____.

（14）曲线C是平面内到直线$l_1: x=-1$和直线$l_2: y=1$的距离之积等于常数$k^2(k>0)$的点的轨迹. 给出下列四个结论：

①曲线C过点$(-1,1)$；

②曲线C关于点$(-1,1)$对称；

③若点P在曲线C上，点A,B分别在直线l_1,l_2上，则$|PA|+|PB|$不小于$2k$.

④设P_0为曲线C上任意一点，则点P_0关于直线$x=-1$、点$(-1,1)$及直线$y=1$对称的点分别为P_1、P_2、P_3，

则四边形 $P_0P_1P_2P_3$ 的面积为定值 $4k^2$.

其中，所有正确结论的序号是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．)

（15）（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\sin(\pi-2x)+2\sqrt{3}\cos^2 x, x\in \mathrm{R}$.

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{6})$；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

（16）（本小题满分 14 分）

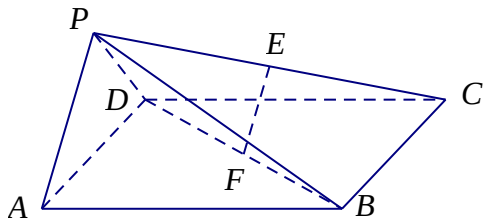
如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，侧面 PAD ⊥ 底面 $ABCD$，且 $PA=PD=\frac{\sqrt{2}}{2}AD$，$E$、$F$ 分别为 PC、BD 的中点.

（Ⅰ）求证：EF //平面 PAD；

（Ⅱ）求证：面 PAB ⊥ 平面 PDC；

(Ⅲ) 在线段 AB 上是否存在点 G, 使得

二面角 $C-PD-G$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$？说明理由.



（17）（本小题满分 13 分）

某市为了提升市民素质和城市文明程度，促进经济发展有大的提速，对市民进行了“生活满意”度的调查．现随机抽取 40 位市民，对他们的生活满意指数进行统计分析，得到如下分布表：

满意级别	非常满意	满意	一般	不满意
满意指数（分）	90	60	30	0
人数（个）	15	17	6	2

（I）求这 40 位市民满意指数的平均值；

（II）以这 40 人为样本的满意指数来估计全市市民的总体满意指数，若从全市市民（人数很多）中任选 3 人，记ξ表示抽到满意级别为“非常满意或满意”的市民人数．求ξ的分布列；

（III）从这 40 位市民中，先随机选一个人，记他的满意指数为m，然后再随机选另一个人，记他的满意指数为n，求$n \geq m+60$的概率．

（18）（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-a\ln x(a>0).$

（Ⅰ）若$a=2$, 求 $f(x)$ 在$(1, f(1))$处的切线方程；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间$[1,\mathrm{e}]$上的最小值；

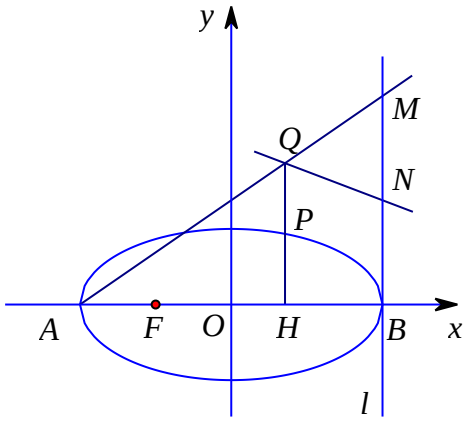
（III）若 $f(x)$ 在区间$(1,\mathrm{e})$上恰有两个零点，求a的取值范围.

（19）（本小题满分 13 分）

如图，已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的长轴为 AB，过点 B 的直线 l 与 x 轴垂直，椭圆的离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，F 为椭圆的左焦点，且 $|AF|\cdot|BF|=1$.

（I）求此椭圆的方程；

（II）设 P 是此椭圆上异于 A,B 的任意一点，$PH\perp x$ 轴，H 为垂足，延长 HP 到点 Q 使得 $HP=PQ$. 连接 AQ 并延长交直线 l 于点 M，N 为 MB 的中点，判定直线 QN 与以 AB 为直径的圆 O 的位置关系.



（20）（本小题满分 14 分）

设数列$\{a_n\}$对任意$n\in \mathrm{N}^*$都有$(kn+b)(a_1+a_n)+p=2(a_1+a_2\cdots+a_n)$（其中$k$、$b$、$p$是常数）.

（I）当$k=0$，$b=3$，$p=-4$时，求$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$；

（II）当$k=1$，$b=0$，$p=0$时，若$a_3=3$，$a_9=15$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（III）若数列$\{a_n\}$中任意（不同）两项之和仍是该数列中的一项，则称该数列是“封闭数列”. 当$k=1$，$b=0$，$p=0$时，设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_2-a_1=2$，试问：是否存在这样的“封闭数列”$\{a_n\}$，使得对任意$n\in \mathrm{N}^*$，都有$S_n\neq 0$，且$\frac{1}{12}<\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}<\frac{11}{18}$. 若存在，求数列$\{a_n\}$的首项$a_1$的所有取值；若不存在，说明理由.

参考答案

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．)

题号	（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）
答案	C	B	A	D	C	C	A	B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

（9） 80　　（10）$\sqrt{3}$

（11）4 ；$2\sqrt{6}$　　（12）5；2013

（13）$(1,\ 2)$　　（14） ②③④

三、解答题(本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．)

（15）(本小题满分 13 分)

解：（Ⅰ）$\because f(x)=\sin(\pi-2x)+2\sqrt{3}\cos^2 x=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x+\sqrt{3}=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}$ . . 4 分

$\therefore f(\frac{\pi}{6})=2\sin(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ . . 6 分

（Ⅱ） $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$. ……8 分

又由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow k\pi-\frac{5\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{12}(k\in \mathrm{Z})$ 可得

函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[k\pi-\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{\pi}{12}\right](k\in \mathrm{Z})$. ……13 分

（16）(本小题满分 14 分)

(Ⅰ)证明：连结 $AC\cap BD=F$，

$ABCD$ 为正方形， F 为 AC 中点，

E 为 PC 中点.

$\therefore$在 ΔCPA 中， $EF\ //\ PA$ ．．．

又 $PA \subset$ 面 PAB，

$\therefore$ 面 $PAB \perp$ 面 PDC . ……. . 9 分

(III) 如图, 取 AD 的中点 O， 连结 OP , OF .

$\because PA = PD$， $\therefore PO \perp AD$.

$\because$ 侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$,

平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD = AD$,

$\therefore PO \perp$ 平面 $ABCD$,

而 O, F 分别为 AD, BD 的中点, $\therefore OF // AB$,

又 $ABCD$ 是正方形, 故 $OF \perp AD$.

$\because PA = PD = \frac{\sqrt{2}}{2} AD$, $\therefore PA \perp PD$, $OP = OA = 1$.

以 O 为原点, 直线 OA, OF, OP 分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系,

则有 $A(1,0,0)$, $F(0,1,0)$, $D(-1,0,0)$, $P(0,0,1)$.

若在 AB 上存在点 G, 使得二面角 $C - PD - G$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$ ， 连结 PG, DG.

设 $G(1,a,0)(0 \le a \le 2)$.

由(II)知平面 PDC 的法向量为 $\overrightarrow{PA} = (1,0,-1)$.

设平面 PGD 的法向量为 $\vec{n} = (x,y,z)$. $\because \overrightarrow{DP} = (1,0,1), \overrightarrow{GD} = (-2,-a,0)$,

$\therefore$ 由 $\vec{n} \cdot \overrightarrow{DP} = 0, \vec{n} \cdot \overrightarrow{GD} = 0$ 可得 $\begin{cases} x + 0 \cdot y + z = 0 \\ -2 \cdot x - a \cdot y + 0 \cdot z = 0 \end{cases}$, 令 $x = 1$, 则 $y = -\frac{2}{a}, z = -1$,

故 $\vec{n} = (1, -\frac{2}{a}, -1)$ $\therefore \cos < \vec{n}, \overrightarrow{PA} >= \frac{\vec{n} \cdot \overrightarrow{PA}}{|\vec{n}||\overrightarrow{PA}|} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{2 + \frac{4}{a^2}}} = \sqrt{\frac{2}{2 + \frac{4}{a^2}}} = \frac{1}{3}$,

解得， $a = \frac{1}{2}$.

所以，在线段 AB 上存在点 $G(1, \frac{1}{2}, 0)$, 使得二面角 $C - PD - G$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$.

…… 14 分

（17）（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）记 $\overline{X}$ 表示这 40 位市民满意指数的平均值，则

$\overline{X} = \frac{1}{40}(90 \times 15 + 60 \times 17 + 30 \times 6 + 0 \times 2) = 63.75$（分）……2 分

（Ⅱ）ξ 的可能取值为0、1、2、3.

$$P(\xi=0)=C_3^0(\frac{4}{5})^0(\frac{1}{5})^3=\frac{1}{125}$$

$$P(\xi=1)=C_3^1(\frac{4}{5})^1(\frac{1}{5})^2=\frac{12}{125}$$

$$P(\xi=2)=C_3^2(\frac{4}{5})^2(\frac{1}{5})^1=\frac{48}{125}$$

$$P(\xi=3)=C_3^3(\frac{4}{5})^3(\frac{1}{5})^0=\frac{64}{125}$$

$\therefore \xi$ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{64}{125}$

……8 分

（Ⅲ）设所有满足条件 $n\geq m+60$ 的事件为 A

①满足 $m=0$ 且 $n=60$ 的事件数为：$A_2^1A_{17}^1=34$

②满足 $m=0$ 且 $n=90$ 的事件数为：$A_2^1A_{15}^1=30$

③满足 $m=30$ 且 $n=90$ 的事件数为：$A_6^1A_{15}^1=90$

$$\therefore P(A)=\frac{34+30+90}{A_{40}^2}=\frac{77}{780}$$

所以满足条件 $n\geq m+60$ 的事件的概率为 $\frac{77}{780}$. ……13 分

（18）（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）$a=2,\ f(x)=\frac{1}{2}x^2-2\ln x,\ f'(x)=x-\frac{2}{x},$

$f'(1)=-1,\ f(1)=\frac{1}{2},$

$f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $2x+2y-3=0.$ ……. . 3 分

（Ⅱ）由 $f'(x)=x-\frac{a}{x}=\frac{x^2-a}{x}.$

由 $a>0$ 及定义域为 $(0,+\infty)$，令 $f'(x)=0,$ 得 $x=\sqrt{a}.$

①若 $\sqrt{a}\leq 1,$ 即 $0<a\leq 1,$ 在 $(1,\mathrm{e})$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $[1,\mathrm{e}]$ 上单调递增，

因此，$f(x)$ 在区间 $[1,\mathrm{e}]$ 的最小值为 $f(1)=\frac{1}{2}.$

②若 $1<\sqrt{a}<\mathrm{e},$ 即 $1<a<\mathrm{e}^2,$ 在 $(1,\sqrt{a})$ 上，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；在 $(\sqrt{a},\mathrm{e})$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调

递增，因此 $f(x)$ 在区间 $[1,\mathrm{e}]$ 上的最小值为 $f(\sqrt{a})=\frac{1}{2}a(1-\ln a).$

③若 $\sqrt{a}\geq \mathrm{e}$,即 $a\geq \mathrm{e}^2$, 在 $(1,\mathrm{e})$ 上， $f'(x)<0$， $f(x)$ 在 $[1,\mathrm{e}]$ 上单调递减，

因此， $f(x)$ 在区间 $[1,\mathrm{e}]$ 上的最小值为 $f(\mathrm{e})=\frac{1}{2}\mathrm{e}^2-a$.

综上，当 $0<a\leq 1$ 时， $f_{\min}(x)=\frac{1}{2}$；当 $1<a<\mathrm{e}^2$ 时， $f_{\min}(x)=\frac{1}{2}a(1-\ln a)$；

当 $a\geq \mathrm{e}^2$ 时， $f_{\min}(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^2-a$. ……. 9 分

（III）由（II）可知当 $0<a\leq 1$ 或 $a\geq \mathrm{e}^2$ 时， $f(x)$ 在 $(1,\mathrm{e})$ 上是单调递增或递减函数，不可能存在两个零点.

当 $1<a<\mathrm{e}^2$ 时，要使 $f(x)$ 在区间 $(1,\mathrm{e})$ 上恰有两个零点，则

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{2}a(1-\ln a)<0, \\ f(1)=\frac{1}{2}>0, \\ f(\mathrm{e})=\frac{1}{2}\mathrm{e}^2-a>0, \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} a>\mathrm{e} \\ a<\frac{1}{2}\mathrm{e}^2 \end{cases}, \text{此时，} \mathrm{e}<a<\frac{1}{2}\mathrm{e}^2.$$

所以， a 的取值范围为 $(\mathrm{e},\frac{1}{2}\mathrm{e}^2).$ ……. . 13 分

（19）（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由题意可知， $A(-a,0)$， $B(a,0)$， $F(-c,0)$，

$$|AF|\bullet|BF|=(a+c)(a-c)=1$$

$$\therefore a^2-c^2=b^2=1$$

又 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$， $e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{a^2-1}{a^2}=\frac{3}{4}$ ，解得 $a^2=4$

所求椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ ……5 分

（Ⅱ）设 $P(x_0,y_0)$，则 $Q(x_0,2y_0)$ $(x_0\neq 2, x_0\neq -2)$

由 $A(-2,0)$,得 $k_{AQ}=\frac{2y_0}{x_0+2}$

所以直线 AQ 方程 $y=\frac{2y_0}{x_0+2}(x+2)$

由 $B(-2,0)$, 得直线 l 的方程为 $x=2,$

$$\therefore M(2,\frac{8y_0}{x_0+2}) \qquad \therefore N(2,\frac{4y_0}{x_0+2})$$

由 $k_{NQ}=\dfrac{\dfrac{4y_0}{x_0+2}-2y_0}{2-x_0}=\dfrac{2x_0y_0}{{x_0}^2-4}$

又点 P 的坐标满足椭圆方程得到：${x_0}^2+4{y_0}^2=4$ ，

所以 ${x_0}^2-4=-4{y_0}^2$

$$k_{NQ}=\frac{2x_0y_0}{{x_0}^2-4}=\frac{2x_0y_0}{-4{y_0}^2}=-\frac{x_0}{2y_0}$$

$\therefore$ 直线 NQ 的方程：$y-2y_0=-\dfrac{x_0}{2y_0}(x-x_0)$

化简整理得到：${x_0}x+2yy_0={x_0}^2+4{y_0}^2=4$ 即 $x_0x+2yy_0=4$

所以点 O 到直线 NQ 的距离 $d=\dfrac{4}{\sqrt{{x_0}^2+4{y_0}^2}}=2=$圆$O$的半径

$\therefore$ 直线 NQ 与 AB 为直径的圆 O 相切. ……. 13 分

（20）（本小题满分 14 分）

解：（I）当 $k=0$ ， $b=3$ ， $p=-4$ 时，

$3(a_1+a_n)-4=2(a_1+a_2\cdots+a_n)$ ，　①

用 $n+1$ 去代 n 得，$3(a_1+a_{n+1})-4=2(a_1+a_2\cdots+a_n+a_{n+1})$ ，　②

②—①得，$3(a_{n+1}-a_n)=2a_{n+1}$ ， $a_{n+1}=3a_n$ ，……2 分

在①中令 $n=1$ 得，$a_1=1$ ，则 $a_n\neq 0$ ，$\therefore \dfrac{a_{n+1}}{a_n}=3$ ，

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是以首项为 1，公比为 3 的等比数列，

$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\dfrac{3^n-1}{2}$ ……. 4 分

（II）当 $k=1$ ， $b=0$ ， $p=0$ 时， $n(a_1+a_n)=2(a_1+a_2\cdots+a_n)$ ，　③

用 $n+1$ 去代 n 得，$(n+1)(a_1+a_{n+1})=2(a_1+a_2\cdots+a_n+a_{n+1})$ ，　④

④—③得，　$(n-1)a_{n+1}-na_n+a_1=0$ ，　⑤.

用 $n+1$ 去代 n 得，$na_{n+2}-(n+1)a_{n+1}+a_1=0$ ，　⑥

⑥—⑤得，$na_{n+2}-2na_{n+1}+na_n=0$ ，即 $a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n$ ，.

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列. $\because a_3=3$ ， $a_9=15$ ，

$\therefore$ 公差 $d=\dfrac{a_9-a_3}{9-3}=2$ ， $\therefore a_n=2n-3$ ……9 分

（III）由（II）知数列$\{a_n\}$是等差数列，$\because a_2-a_1=2$，$\therefore a_n=a_1+2(n-1)$.

又$\{a_n\}$是“封闭数列”，得：对任意$m,n\in \mathrm{N}^*$，必存在$p\in \mathrm{N}^*$使

$a_1+2(n-1)+a_1+2(m-1)=a_1+2(p-1)$，

得$a_1=2(p-m-n+1)$，故a_1是偶数，　・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 10 分

又由已知，$\frac{1}{12}<\frac{1}{S_1}<\frac{11}{18}$，故$\frac{18}{11}<a_1<12$. 一方面，当$\frac{18}{11}<a_1<12$时，$S_n=n(n+a_1-1)>0$，对任意$n\in \mathrm{N}^*$，

都有$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}\geq\frac{1}{S_1}>\frac{1}{12}$.

另一方面，当$a_1=2$时，$S_n=n(n+1)$，$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

则$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}=1-\frac{1}{n+1}$，

取$n=2$，则$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}>\frac{11}{18}$，不合题意.

当$a_1=4$时，$S_n=n(n+3)$，$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{3}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3})$，则

$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}=\frac{11}{18}-\frac{1}{3}(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3})<\frac{11}{18}$，

当$a_1\geq 6$时，$S_n=n(n+a_1-1)>n(n+3)$，$\frac{1}{S_n}<\frac{1}{3}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3})$，

$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\frac{1}{S_3}+\cdots+\frac{1}{S_n}<\frac{11}{18}-\frac{1}{3}(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3})<\frac{11}{18}$，

又$\frac{18}{11}<a_1<12$，$\therefore a_1=4$或$a_1=6$或$a_1=8$或$a_1=10$……. 14 分