2016 北京西城高三二模

数　　学（理）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

1.（5 分）设全集 U=R，集合 A={x|0＜x＜2}，B={x|x＜1}，则集合（$\complement_U A$）∩B=（　　）

A.（－∞，0）　B.（－∞，0]　C.（2，+∞）　D.［2，+∞）

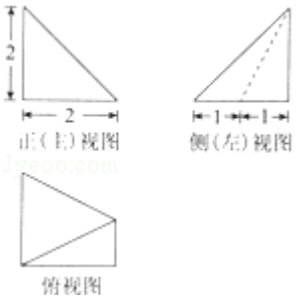
2.（5 分）若复数 z 满足 z+z•i=2+3i，则在复平面内 z 对应的点位于（　　）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3.（5 分）在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 sin（A+B）=$\frac{1}{3}$，a=3，c=4，则 sinA=（　　）

A. $\frac{2}{3}$　B. $\frac{1}{4}$　C. $\frac{3}{4}$　D. $\frac{1}{6}$

4.（5 分）某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥最长棱的棱长为（　　）



A. 2　B. $\sqrt{5}$　C. 3　D. $2\sqrt{2}$

5.（5 分）“a，b，c，d 成等差数列”是“a+d=b+c”的（　　）

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

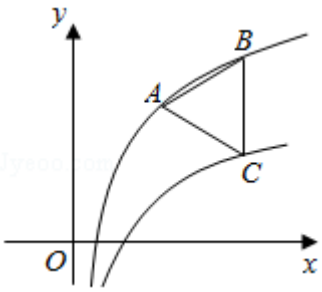
6.（5 分）某市家庭煤气的使用量 x（m^3）和煤气费 f（x）（元）满足关系 f（x）=$\begin{cases} C, & 0<x\leqslant A \\ C+B(x-A), & x>A \end{cases}$，已知某家庭今年前三个月的煤气费如表

月份	用气量	煤气费
一月份	$4m^3$	4 元
二月份	$25m^3$	14 元
三月份	$35m^3$	19 元

若四月份该家庭使用了 $20m^3$ 的煤气，则其煤气费为（　　）

A. 11.5 元　B. 11 元 C. 10.5 元　D. 10 元

7.（5 分）如图，点 A，B 在函数 $y=\log_2 x+2$ 的图象上，点 C 在函数 $y=\log_2 x$ 的图象上，若△ABC 为等边三角形，且直线 BC∥y 轴，设点 A 的坐标为（m，n），则 m=（　　）



A．2　　B．3　　C．$\sqrt{2}$　D．$\sqrt{3}$

8．（5 分）设直线 l：3x+4y+a=0，圆 C：（x－2）^{2}+y^2=2，若在圆 C 上存在两点 P，Q，在直线 l 上存在一点 M，使得∠PMQ=90°，则 a 的取值范围是（　　）

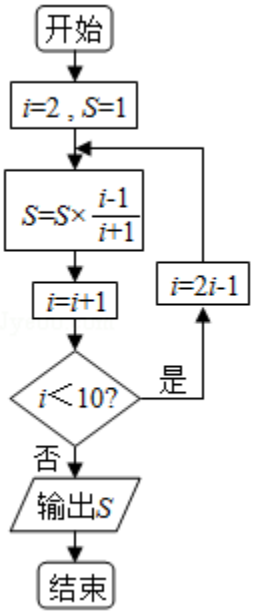
A．[－18，6]　　B．[6－5$\sqrt{2}$，6+5$\sqrt{2}$] C．[－16，4]　　D．[－6－5$\sqrt{2}$，－6+5$\sqrt{2}$]

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9．（5 分）在二项式 $(x+\frac{2}{x})^6$ 的展开式中，常数项等于_____.

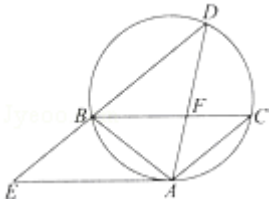
10．（5 分）设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} y\leqslant 2x \\ x+y\leqslant 1 \\ y+1\geqslant 0 \end{cases}$，则 z=x+3y 的最大值是_____.

11．（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为_____.



12．（5 分）设双曲线 C 的焦点在 x 轴上，渐近线方程为 y=$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$x，则其离心率为_____；若点（4，2）在 C 上，则双曲线 C 的方程为_____.

13．（5 分）如图，△ABC 为圆内接三角形，BD 为圆的弦，且 BD∥AC，过点 A 做圆的切线与 DB 的延长线交于点 E，AD 与 BC 交于点 F，若 AB=AC=4，BD=5，则$\frac{AF}{FD}$=_____；AE=_____.



14．（5 分）在某中学的“校园微电影节”活动中，学校将从微电影的“点播量”和“专家评分”两个角度来进行评

优．若 A 电影的“点播量”和“专家评分”中至少有一项高于 B 电影，则称 A 电影不亚于 B 电影，已知共有 10 部微电影参展，如果某部电影不亚于其他 9 部，就称此部电影为优秀影片，那么在这 10 部微电影中，最多可能有部优秀影片．

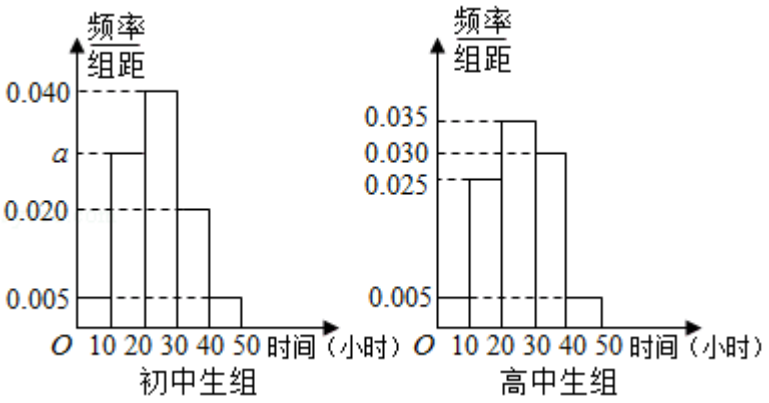
三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15．（13 分）已知函数 f（x）=（1+$\sqrt{3}$tanx）$\cos^2 x$．

（1）若 α 为第二象限角，且 sina=$\frac{\sqrt{6}}{3}$，求 f（α）的值；

（2）求函数 f（x）的定义域和值域．

16．（13 分）某中学有初中学生 1800 人，高中学生 1200 人，为了解学生本学期课外阅读时间，现采用分成抽样的方法，从中抽取了 100 名学生，先统计了他们课外阅读时间，然后按“初中学生”和“高中学生”分为两组，再将每组学生的阅读时间（单位：小时）分为 5 组：[0，10），[10，20），[20，30），[30，40），[40，50]，并分别加以统计，得到如图所示的频率分布直方图．



（1）写出 a 的值；

（2）试估计该校所有学生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生人数；

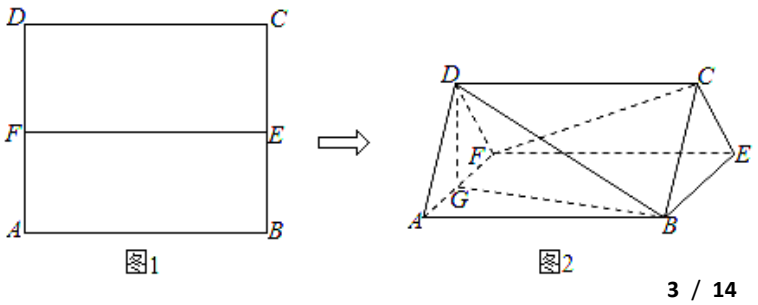
（3）从阅读时间不足 10 个小时的样本学生中随机抽取 3 人，并用 X 表示其中初中生的人数，求 X 的分布列和数学期望．

17．（14 分）如图，正方形 ABCD 的边长为 4，E，F 分别为 BC，DA 的中点，将正方形 ABCD 沿着线段 EF 折起，使得∠DFA=60°，设 G 为 AF 的中点．

（1）求证：DG⊥EF；

（2）求直线 GA 与平面 BCF 所成角的正弦值；

（3）设 P，Q 分别为线段 DG，CF 上一点，且 PQ∥平面 ABEF，求线段 PQ 长度的最小值．



18.（13 分）设 a∈R，函数 f（x）=$\frac{x-a}{(x+a)^2}$.

（1）若函数 f（x）在（0，f（0））处的切线与直线 y=3x﹣2 平行，求 a 的值；

（2）若对于定义域内的任意 x_1，总存在 x_2 使得 f（x_2）＜f（x_1），求 a 的取值范围.

19.（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的两个焦点和短轴的两个顶点构成的四边形是一个正方形，且其周长为 $4\sqrt{2}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设过点 B（0，m）（m＞0）的直线 l 与椭圆 C 相交于 E，F 两点，点 B 关于原点的对称点为 D，若点 D 总在以线段 EF 为直径的圆内，求 m 的取值范围.

20.（13 分）已知任意的正整数 n 都可唯一表示为 $n=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^1+a_k\cdot 2^0$，其中 $a_0=1$，a_1，a_2，…，$a_k\in\{0,1\}$，$k\in N$.

对于 $n\in N^*$，数列 $\{b_n\}$ 满足：当 a_0，a_1，…，a_k 中有偶数个 1 时，$b_n=0$；否则 $b_n=1$，如数 5 可以唯一表示为 $5=1\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0$，则 $b_5=0$.

（1）写出数列 $\{b_n\}$ 的前 8 项；

（2）求证：数列 $\{b_n\}$ 中连续为 1 的项不超过 2 项；

（3）记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求满足 $S_n=1026$ 的所有 n 的值.（结论不要求证明）

参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

1.【解答】∵全集 U=R，集合 A={x|0＜x＜2}=（0，2），

B={x|x＜1}=（－∞，1），

∴$\complement_U$A=（－∞，0]∪[2，+∞）；

∴（$\complement_U$A）∩B=（－∞，0].

故选：B.

2.【解答】由 z+z•i=2+3i，

得 $z=\frac{2+3i}{1+i}=\frac{(2+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{5+i}{2}=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$，

则在复平面内 z 对应的点的坐标为：（$\frac{5}{2}$，$\frac{1}{2}$），位于第一象限.

故选：A.

3.【解答】∵A+B+C=π，

∴sin（A+B）=sinC=$\frac{1}{3}$，

又∵a=3，c=4，

∴$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，

即$\frac{3}{\sin A}=\frac{4}{\frac{1}{3}}$，

∴sinA=$\frac{1}{4}$，

故选 B.

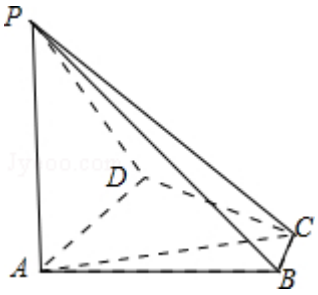
4.【解答】根据三视图可知几何体是一个四棱锥，

底面是一个直角梯形，AD⊥AB、AD∥BC，AD=AB=2、BC=1，

PA⊥底面 ABCD，且 PA=2，

∴该四棱锥最长棱的棱长为 PC=$\sqrt{PA^2+AC^2}=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$，

故选：C.



5.【解答】由 a，b，c，d 成等差数列，可得：a+d=b+c，反之不成立：例如 a=0，d=5，b=1，c=4.

∴“a，b，c，d 成等差数列”是“a+d=b+c”的充分不必要条件.

故选：A.

6.【解答】由题意得：C=4，

将（25，14），（35，19）代入 f（x）=4+B（x﹣A），得：

$\begin{cases}4+B(25-A)=14\\4+B(35-A)=19\end{cases}$，解得$\begin{cases}A=5\\B=\frac{1}{2}\end{cases}$，

∴f（x）=$\begin{cases}4,\ 0<x\leqslant 5\\4+\frac{1}{2}(x-5),\ x>5\end{cases}$，

故 x=20 时：f（20）=11.5，

故选：A.

7.【解答】根据题意，设 B（x_0，$2+\log_2 x_0$），A（m，n），C（x_0，$\log_2 x_0$），

∵线段 BC∥y 轴，△ABC 是等边三角形，

∴BC=2，$2+\log_2 m=n$，

∴$m=2^{n-2}$，∴$4m=2^n$；

又 $x_0-m=\sqrt{3}$，

∴$m=x_0-\sqrt{3}$，

∴$x_0=m+\sqrt{3}$；

又 $2+\log_2 x_0-n=1$，

∴$\log_2 x_0=n-1$，$x_0=2^{n-1}$；

∴$m+\sqrt{3}=2^{n-1}$；$2m+2\sqrt{3}=2^n=4m$，

∴$m=\sqrt{3}$，

故选：D.

8.【解答】圆 C：$(x-2)^2+y^2=2$，圆心为：（2，0），半径为$\sqrt{2}$，

∵在圆 C 上存在两点 P，Q，在直线 l 上存在一点 M，使得∠PMQ=90°，

∴在直线 l 上存在一点 M，使得 M 到 C（2，0）的距离等于 2，

∴只需 C（2，0）到直线 l 的距离小于或等于 2，

故$\frac{|3\times 2+4\times 0+a|}{\sqrt{9+16}}\leqslant 2$，解得 - 16≤a≤4.

故选：C.

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9.【解答】展开式的通项为$T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}(\frac{2}{x})^r=2^r C_6^r x^{6-2r}$

令 6 - 2r=0 可得 r=3

常数项为$2^3 C_6^3$=160

故答案为：160

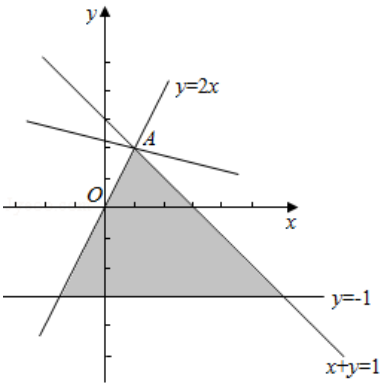
10.【解答】画出满足条件的平面区域，如图示：

由$\begin{cases}y=2x\\x+y=1\end{cases}$，解得 A（$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$），

由 z=x+3y 得：y= - $\frac{1}{3}$x+$\frac{z}{3}$，

显然直线过 A 时，z 最大，z 的最大值是 z=$\frac{1}{3}$+3×$\frac{2}{3}$=$\frac{7}{3}$，

故答案为：$\frac{7}{3}$.



11.【解答】模拟执行程序，可得

i=2，S=1

S=$\frac{1}{3}$，i=3

满足条件 i＜10，执行循环体，i=5，S=$\frac{1}{3}\times\frac{5-1}{5+1}$=$\frac{2}{9}$，i=6

满足条件 i＜10，执行循环体，i=11，$S=\frac{2}{9}\times\frac{11-1}{11+1}=\frac{5}{27}$，i=12

不满足条件 i＜10，退出循环，输出 S 的值为$\frac{5}{27}$.

故答案为：$\frac{5}{27}$.

12.【解答】∵双曲线 C 的焦点在 x 轴上，渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

$\therefore\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即$\frac{b^2}{a^2}=\frac{c^2-a^2}{a^2}=e^2-1=\frac{2}{4}$，

则 $e^2=\frac{6}{4}$，则 $e=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

设双曲线方程为$\frac{x^2}{2}-y^2=\lambda$，$\lambda>0$，

∵若点（4，2）在 C 上，

$\therefore\lambda=\frac{4^2}{2}-2^2=8-4=4$，

即双曲线方程为$\frac{x^2}{2}-y^2=4$，

即 $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$，

故答案为：$\frac{\sqrt{6}}{2}$ $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$

13.【解答】∵BD∥AC，AC=4，BD=5

$\therefore\frac{AF}{FD}=\frac{AC}{BD}=\frac{4}{5}$.

由弦切角定理得∠EAB=∠ACB，又因为，AB=AC，所以∠EAB=∠ABC，

所以直线 AE∥直线 BC，又因为 AC∥BE，所以是平行四边形.

所以 BE=AC=4.

由切割线定理，可得 $AE^2=EB\cdot ED=4\times(4+5)=36$，

所以 AE=6.

故答案为：$\frac{4}{5}$；6.

14.【解答】记这 10 部微电影为 A_1-A_{10}，

设这 10 部微电影为先退到两部电影的情形，若 A_1的点播量＞A_2的点播量，且 A_2的专家评分＞A_1的专家评分，则优秀影片最多可能有 2 部；

再考虑 3 部电影的情形，若 A_1 的点播量＞A_2 的点播量＞A_3 的点播量，且 A_3 的专家评分＞A_2 的专家评分＞A_1 的专家评分，则优秀影片最多可能有 3 部.

以此类推可知：这 10 部微电影中，优秀影片最多可能有 10 部.

故答案为：10.

三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15.【解答】（1）∵α 为第二象限角，且 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

∴$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴$\tan\alpha=-\sqrt{2}$,

∴$f(\alpha)=(1+\sqrt{3}\tan\alpha)\cos^2\alpha=\frac{1-\sqrt{6}}{3}$

（2）函数 f（x）的定义域为$\{x|x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in Z\}$,

化简 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$,

∵$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in Z$

∴$2x+\frac{\pi}{6}\neq 2k\pi+\frac{7\pi}{6}, k\in Z$

∴$-1\leqslant\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leqslant 1$

∴$-\frac{1}{2}\leqslant f(x)\leqslant\frac{3}{2}$

∴f（x）的值域为$[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

16.【解答】（1）由频率直方图的性质，（0.005+0.02+a+0.04+0.005）×10=1，

a=0.03，

（2）由分层抽样可知：抽取的初中生有 60 名，高中有 40 名，

∵初中生中，阅读时间不小于 30 小时的学生的频率为（0.03+0.005）×10=0.25，

∴所有的初中生阅读时间不小于 30 小时的学生约有 0.25×1800=450 人，

同理，高中生阅读时间不小于 30 小时的学生的频率为（0.03+0.005）×10=0.035，

学生人数约为 0.35×1200=420 人，

所有的学生阅读时间不小于 30 小时的学生约有 450+420=870，

（3）初中生中阅读时间不足 10 个小时的学生的频率为 0.005×10=0.05，样本人数为 0.05×60=3 人，

同理，高中生中阅读时间不足 10 个小时的学生的频率为 0.005×10×40=2，

故 X 的可能取值为：1，2，3，

P（X=1）=$\frac{C_3^1 \cdot C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$，P（X=2）=$\frac{C_3^2 \cdot C_2^1}{C_5^3}=\frac{3}{5}$，P（X=3）=$\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$，

∴X 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

∴E（X）=1×$\frac{3}{10}$+2×$\frac{3}{5}$+3×$\frac{1}{10}$=$\frac{9}{5}$.

17.【解答】（1）证明：∵E，F 分别正方形 ABCD 的边 BC，DA 的中点，

∴EF⊥DF，EF⊥AF，

又 DF⊂平面 ADF，AF⊂平面 ADF，DF∩AF=F，

∴EF⊥平面 ADF，

∵DG⊂平面 ADF，

∴DG⊥EF.

（2）∵DF=AF，∠DFA=60°，

∴△ADF 是等边三角形，

∵G 是 AF 的中点，∴DG⊥AF.

又 EF⊥DG，EF，AF⊂平面 ABEF，AF∩EF=F，

∴DG⊥平面 ABEF.

设 BE 中点为 H，连结 GH，则 GA，GD，GH 两两垂直，

以 G 为原点，以 GA，GH，GD 为坐标轴建立空间直角坐标系如图：

则 G（0，0，0），A（1，0，0），B（1，4，0）. C（0，4，$\sqrt{3}$），F（-1，0，0）.

∴$\overrightarrow{GA}$=（1，0，0），$\overrightarrow{BC}$=（-1，0，$\sqrt{3}$），$\overrightarrow{BF}$=（-2，-4，0）.

设平面 BCF 的法向量为$\vec{n}$=（x，y，z），则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0\end{cases}$，

∴$\begin{cases}-x+\sqrt{3}z=0\\ -2x-4y=0\end{cases}$，令 z=2 得$\vec{n}$=（$2\sqrt{3}$，$-\sqrt{3}$，2）.

∴$\vec{n}\cdot\overrightarrow{GA}=2\sqrt{3}$，$|\vec{n}|=\sqrt{19}$，$|\overrightarrow{GA}|=1$.

∴$\cos\langle\vec{n},\overrightarrow{GA}\rangle=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{GA}}{|\vec{n}||\overrightarrow{GA}|}=\frac{2\sqrt{57}}{19}$.

∴直线 GA 与平面 BCF 所成角的正弦值为$\frac{2\sqrt{57}}{19}$.

（3）设 P（0，0，k）（0≤k≤$\sqrt{3}$），$\overrightarrow{FQ}=\lambda\overrightarrow{FC}$（0≤λ≤1），

则$\overrightarrow{FP}$=（1，0，k），$\overrightarrow{FC}$=（1，4，$\sqrt{3}$），∴$\overrightarrow{FQ}$=（λ，4λ，$\sqrt{3}$λ），

∴$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{FQ}-\overrightarrow{FP}$=（λ－1，4λ，$\sqrt{3}$λ－k）.

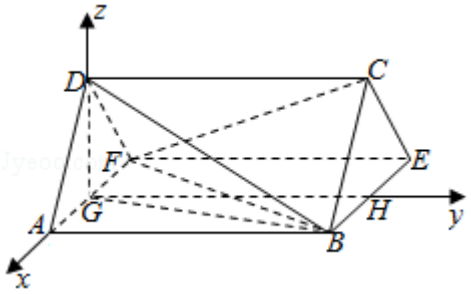
∵DG⊥平面 ABEF，∴$\overrightarrow{GD}$=（0，0，$\sqrt{3}$）为平面 ABEF 的一个法向量.

∵PQ∥平面 ABEF，∴$\overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{GD}$，∴$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{GD}=\sqrt{3}(\sqrt{3}\lambda-k)=0$，

∴$k=\sqrt{3}\lambda$.

∴$|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{(\lambda-1)^2+16\lambda^2+(\sqrt{3}\lambda-k)^2}=\sqrt{17\lambda^2-2\lambda+1}=\sqrt{17(\lambda-\frac{1}{17})^2+\frac{16}{17}}$.

∴当 $\lambda=\frac{1}{17}$时，$|\overrightarrow{PQ}|$取得最小值$\frac{4\sqrt{17}}{17}$.



18.【解答】（1）函数 f（x）=$\frac{x-a}{(x+a)^2}$的导数为 f′（x）=$\frac{3a-x}{(x+a)^3}$，x≠－a，

可得函数 f（x）在（0，f（0））处的切线斜率为$\frac{3}{a^2}$，

由题意可得$\frac{3}{a^2}$=3，解得 a=±1；

（2）对于定义域内的任意 x_1，总存在 x_2使得 f（x_2）＜f（x_1），

即为 f（x）在 x≠－a 不存在最小值，

①a=0 时，f（x）=$\frac{1}{x}$无最小值，显然成立；

②a＞0 时，f（x）的导数为 f′（x）=$\frac{3a-x}{(x+a)^2}$，

可得 f（x）在（－∞，－a）递减；在（－a，3a）递增，在（3a，+∞）递减，

即有 f（x）在 x=3a 处取得极大值，

当 x＞a 时，f（x）＞0；x＜a 时，f（x）＜0．取 x_1＜a，x_2≠－a 即可，

当 x_1＜－a 时，f（x）在（－∞，－a）递减，且 x_1＜$x_1+\frac{1}{2}|x_1+a|$＜－a，

f（x_1）＞f（$x_1+\frac{1}{2}|x_1+a|$），故存在 $x_2=x_1+\frac{1}{2}|x_1+a|$，使得 f（$x_2$）＜f（$x_1$）；

同理当－a＜x_1＜a 时，令 $x_2=x_1-\frac{1}{2}|x_1+a|$，使得 f（$x_2$）＜f（$x_1$）也符合；

则有当 a＞0 时，f（x_2）＜f（x_1）成立；

③当 a＜0 时，f（x）在（－∞，3a）递减；在（3a，a）递增，在（－a，+∞）递减，

即有 f（x）在 x=3a 处取得极小值，

当 x＞a 时，f（x）＞0；x＜a 时，f（x）＜0.

$f(x)_{min}=f(3a)$，当 $x_1=3a$ 时，不存在 x_2，使得 $f(x_2)<f(x_1)$.

综上可得，a 的范围是[0，+∞).

19.【解答】（1）由题意，得$\begin{cases}4a=4\sqrt{2}\\ b=c\end{cases}$，

又∵$a^2=b^2+c^2$，解得 $a=\sqrt{2}$，b=1，c=1，

∴椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

（2）当直线 l 的斜率不存在时，由题意知 l 的方程为 x=0，

此时，E，F 为椭圆的上下顶点，且|EF|=2，

∵点 D 总在以线段 EF 为直径的圆内，且 m＞0，

∴0＜m＜1，∴点 B 在椭圆内，

由方程组$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，得$(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，

∵直线 l 与椭圆 C 有两个公共点，

∴$\triangle=(4km)^2-4(2k^2+1)(2m^2-2)>0$，

设 $E(x_1，y_1)$，$F(x_2，y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{-4km}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-2}{2k^2+1}$，

设 EF 的中点 $G(x_0，y_0)$，

则 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2km}{2k^2+1}$，$y_0=kx_0+m=\frac{m}{2k^2+1}$，

∴$G(\frac{-2km}{2k^2+1}，\frac{m}{2k^2+1})$，

∴$|DG|=\sqrt{(\frac{-2km}{2k^2+1})^2+(\frac{m^2}{2k^2+1}+m^2)}=\frac{m\sqrt{4k^2+12k^2+4}}{2k^2+1}$，

$|EF|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=2\sqrt{2}\cdot\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{\sqrt{2k^2+1-m^2}}{2k^2+1}$，

∵点 D 总位于以线段 EF 为直径的圆内，

∴$|DG|<\frac{|EF|}{2}$对于 k∈R 恒成立，

$\therefore \frac{m\sqrt{4k^2+12k^2+4}}{2k^2+1} < \sqrt{2}\cdot\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{\sqrt{2k^2+1-m^2}}{2k^2+1}$,

化简，得 $2m^2k^4+7m^2k^2+3m^2<2k^4+3k^2+1$，

整理，得 $m^2<\frac{k^2+1}{k^2+3}$,

而 g（k）$=\frac{k^2+1}{k^2+3}=1-\frac{2}{k^2+3}\geqslant 1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$,

当且仅当 k=0 时，等号成立，

$\therefore m^2<\frac{1}{3}$，由 m>0，. 解得 $0<m<\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴m 的取值范围是（0，$\frac{\sqrt{3}}{3}$）.

20.【解答】（1）数列$\{b_n\}$的前 8 项为 1，1，0，1，0，0，1，1.

（2）设数列$\{b_n\}$ 中某段连续为 1 的项从 b_m开始，则 $b_m=1$．由题意，令 $m=a_0\times 2^k+a_1\times 2^{k-1}+a_2\times 2^{k-2}+\cdots+a_{k-1}\times 2^1+a_k\times 2^0$,

则 a_1，a_2，…，a_k中有奇数个 1.

当 $a_0=1$，a_1，a_2，…，a_k，中无 0 时，

∵$m=2^k+2^{k-1}+\cdots+2^1+2^0$,

∴$m+1=1\times 2^{k+1}+0\times 2^k+\cdots+0\times 2^1+0\times 2^0$,

$m+2=1\times 2^{k+1}+0\times 2^k+\cdots+0\times 2^1+1\times 2^0$,

∴$b_m=1$，$b_{m+1}=1$，$b_{m+2}=0$，此时连续 2 项为 1，

当 $a_0=1$，a_1，a_2，…，a_k，中有 0 时，

①若 $a_k=0$，即 $m=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^1+0\times 2^0$

则 $m+1=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^1+1\times 2^0$,、

∵a_1，a_2，…，a_k中有奇数个 1，

∴$b_{m+1}=0$，此时连续 1 项为 1，

②若 $a_k=1$，即 $m=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+0\times 2^s+\underbrace{1\times 2^{s-1}+\cdots+1\times 2^1+1\times 2^0}_{\text{连续}s\text{个}1\text{乘以}2^i}$,

则 $m+1=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+1\times 2^s+\underbrace{0\times 2^{s-1}+\cdots+0\times 2^1+0\times 2^0}_{\text{连续}s\text{个}0\text{乘以}2^i}$,

$m+2=a_0\cdot 2^k+a_1\cdot 2^{k-1}+\cdots+1\times 2^s+\underbrace{0\times 2^{s-1}+\cdots+0\times 2^1}_{\text{连续}(s-1)\text{个}0\text{乘以}2^i}+1\times 2^0$，（其中 i∈N）

如果 s 为奇数，那么，$b_{m+1}=1$，$b_{m+2}=0$，此时连续 2 项为 1．

如果 s 为偶数，那么 $b_{m+1}=0$，此时仅有 1 项 $b_m=1$．

综上所述，连续为 1 的项不超过 2 项，

（3）n=2051 或 n=2052．