2016 北京西城高三二模

数　　学（文）

一. 选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.（5 分）设全集 U=R，集合 A={x|x＞0}，B={x|x＜1}，则集合（$\complement_U$A）∩B=（　　）

A.（－∞，0）　B.（－∞，0]　C.（1，+∞）　D.［1，+∞）

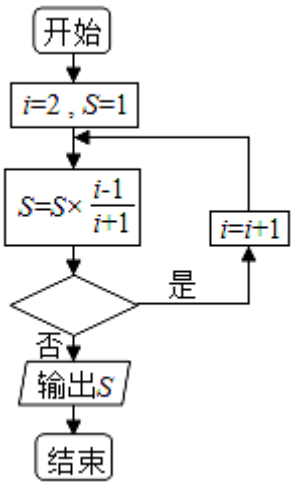
2.（5 分）下列函数中，既是奇函数又在 R 上单调递减的是（　　）

A. $y=\frac{1}{x}$　B. $y=e^{-x}$　C. $y=-x^3$　D. y=lnx

3.（5 分）设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} y\leqslant 2x \\ x+y\leqslant 1 \\ y+1\geqslant 0 \end{cases}$，则 z=x+3y 的最大值是（　　）

A. $\frac{4}{3}$　B. $\frac{7}{3}$　C. $-\frac{1}{3}$　D. 1

4.（5 分）执行如图所示的程序框图，如果输出的 $S=\frac{1}{15}$，那么判断框内应填入的条件是（　　）



A. i＜3　B. i＜4　C. i＜5　D. i＜6

5.（5 分）在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $\sin(A+B)=\frac{1}{3}$，a=3，c=4，则 sinA=（　　）

A. $\frac{2}{3}$　B. $\frac{1}{4}$　C. $\frac{3}{4}$　D. $\frac{1}{6}$

6.（5 分）“m＞n＞0”是“曲线 $mx^2+ny^2=1$ 为焦点在 x 轴上的椭圆”的（　　）

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

7.（5 分）某市家庭煤气的使用量 x（m^3）和煤气费 f（x）（元）满足关系 $f(x)=\begin{cases} C, & 0<x\leqslant A \\ C+B(x-A), & x>A \end{cases}$，已知某家庭今年前三个月的煤气费如表

月份	用气量	煤气费
一月份	$4m^3$	4 元
二月份	$25m^3$	14 元
三月份	$35m^3$	19 元

若四月份该家庭使用了 $20m^3$ 的煤气，则其煤气费为（　　）

A．11.5 元　B．11 元 C．10.5 元　D．10 元

8．（5 分）设直线 l：3x+4y+a=0，圆 C：$(x-2)^2+y^2=2$，若在直线 l 上存在一点 M，使得过 M 的圆 C 的切线 MP，MQ（P，Q 为切点）满足∠PMQ=90°，则 a 的取值范围是（　　）

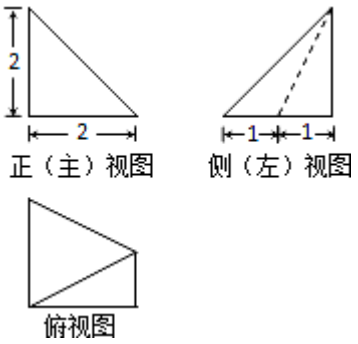
A．[－18，6]　B．$[6-5\sqrt{2}, 6+5\sqrt{2}]$ C．[－16，4]　D．$[-6-5\sqrt{2}, -6+5\sqrt{2}]$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．（5 分）已知复数 z=（2－i）（1+i），则在复平面内，z 对应点的坐标为_____．

10．（5 分）设平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=7$，则向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夹角的余弦值为_____．

11．（5 分）某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥最长棱的棱长为_____．



12．（5 分）设双曲线 C 的焦点在 x 轴上，渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，则其离心率为_____；若点（4，2）在 C 上，则双曲线 C 的方程为_____．

13．（5 分）设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, & x<1\\ \log_2 x, & x\geqslant 1\end{cases}$ 那么 $f[f(-\frac{1}{2})]$=_____；若函数 y=f（x）－k 有且只有两个零点，则实数 k 的取值范围是_____．

14．（5 分）在某中学的“校园微电影节”活动中，学校将从微电影的“点播量”和“专家评分”两个角度来进行评优，若 A 电影的“点播量”和“专家评分”中至少有一项高于 B 电影，则称 A 电影不亚于 B 电影，已知共有 5 部微电影参展，如果某部电影不亚于其他 4 部，就称此部电影为优秀影片，那么在这 5 部微电影中，最多可能有_____部优秀影片．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（13 分）已知函数 f（x）=（1+$\sqrt{3}$tanx）$\cos^2 x$．

（Ⅰ）求函数 f（x）的定义域和最小正周期；

（Ⅱ）当 x∈（0，$\frac{\pi}{2}$）时，求函数 f（x）的值域．

16．（13 分）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n满足 $4a_n-3S_n=2$，其中 $n\in N^*$．

（Ⅰ）求证：数列$\{a_n\}$为等比数列；

（Ⅱ）设 $b_n=\frac{1}{2}a_n-4n$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n．

17．（14 分）如图，在周长为 8 的矩形 ABCD 中，E，F 分别为 BC，DA 的中点．将矩形 ABCD 沿着线段 EF 折起，使得∠DFA=60°．设 G 为 AF 上一点，且满足 CF∥平面 BDG．

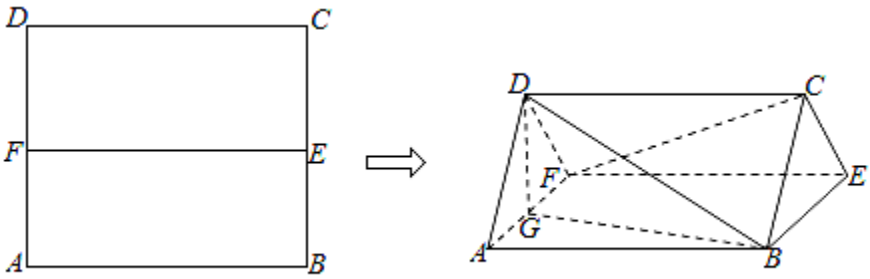


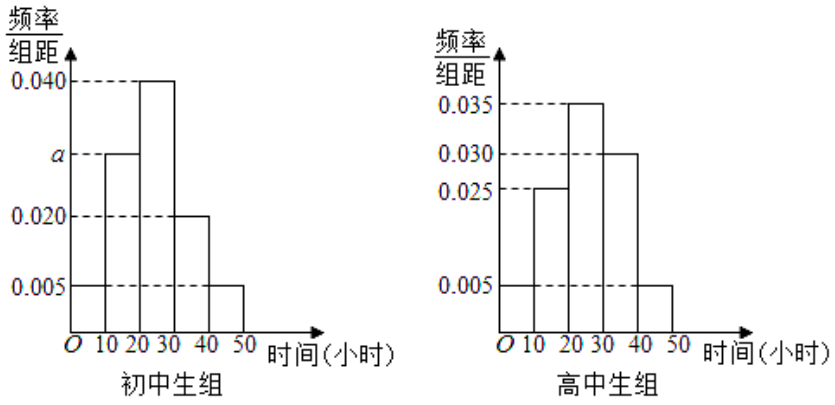
图1　　图2

（Ⅰ）求证：EF⊥DG；

（Ⅱ）求证：G 为线段 AF 的中点；

（Ⅲ）求线段 CG 长度的最小值．

18.（13 分）某中学有初中学生 1800 人，高中学生 1200 人．为了解学生本学期课外阅读时间，现采用分层抽样的方法，从中抽取了 100 名学生，先统计了他们课外阅读时间，然后按“初中学生”和“高中学生”分为两组，再将每组学生的阅读时间（单位：小时）分为 5 组：[0，10），[10，20），[20，30），[30，40），[40，50]，并分别加以统计，得到如图所示的频率分布直方图．



（Ⅰ）写出 a 的值；

（Ⅱ）试估计该校所有学生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生人数；

（Ⅲ）从阅读时间不足 10 个小时的样本学生中随机抽取 2 人，求至少抽到 1 名高中生的概率．

19.（13 分）已知函数 f（x）=$\frac{x-a}{(x+a)^2}$．

（Ⅰ）若 f′（a）=1，求 a 的值；

（Ⅱ）设 a≤0，若对于定义域内的任意 x_1，总存在 x_2 使得 f（x_2）＜f（x_1），求 a 的取值范围．

20.（14 分）已知抛物线 C：$x^2=4y$，过点 P（0，m）（m＞0）的动直线 l 与 C 相交于 A，B 两点，抛物线 C 在点 A 和点 B 处的切线相交于点 Q，直线 AQ，BQ 与 x 轴分别相交于点 E，F．

（Ⅰ）写出抛物线 C 的焦点坐标和准线方程；

（Ⅱ）求证：点 Q 在直线 y=﹣m 上；

（Ⅲ）判断是否存在点 P，使得四边形 PEQF 为矩形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由．

参考答案

一.选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【解答】∵集合A={x|x＞0}，∴ $\complement_U A$={x|x≤0}，

∵B={x|x＜1}，

∴（$\complement_U A$）∩B={x|x≤0}，

故选：B.

2.【解答】A．反比例函数$y=\frac{1}{x}$在R上没有单调性，∴该选项错误；

B. $y=e^{-x}=(\frac{1}{e})^x$，图象不关于原点对称，不是奇函数，∴该选项错误；

C．y=﹣x^3的定义域为R，且﹣（﹣x）^{3}=﹣（﹣x^3）；

∴该函数为奇函数；

x增大时，x^3增大，﹣x^3减小，即y减小，∴该函数在R上单调递减；

∴该选项正确；

D．对数函数y=lnx的图象不关于原点对称，不是奇函数，∴该选项错误.

故选C.

3.【解答】由z=x+3y得$y=\frac{1}{3}x+\frac{z}{3}$，

作出不等式组对应的平面区域如图（阴影部分）：

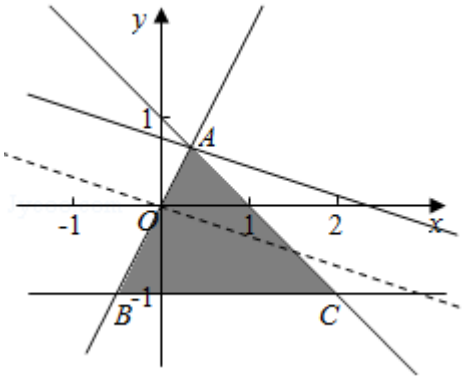
平移直线$y=\frac{1}{3}x+\frac{z}{3}$由图象可知当直线$y=\frac{1}{3}x+\frac{z}{3}$经过点A时，直线$y=\frac{1}{3}x+\frac{z}{3}$的截距最大，

此时z也最大，$\begin{cases}x+y=1\\y=2x\end{cases}$，解$\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\y=\frac{2}{3}\end{cases}$，即A（$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$），

代入目标函数z=x+3y，得z=$\frac{1}{3}$+3×$\frac{2}{3}$=$\frac{7}{3}$.

故z=x+3y的最大值为$\frac{7}{3}$.

故选：B.



4.【解答】进行循环前 i=2，S=1，

计算 S=$\frac{1}{3}$，应满足循环条件，i=3；

执行循环后 S=$\frac{1}{6}$，应满足循环条件，i=4；

执行循环后 S=$\frac{1}{10}$，应满足循环条件，i=5；

执行循环后 S=$\frac{1}{15}$，应不满足条件循环条件，输出 S=$\frac{1}{15}$；

故判断框内应填入的条件是 i＜5；

故选：C.

5.【解答】∵A+B+C=π，

∴sin（A+B）=sinC=$\frac{1}{3}$，

又∵a=3，c=4，

∴$\frac{a}{sinA}=\frac{c}{sinC}$，

即$\frac{3}{sinA}=\frac{4}{\frac{1}{3}}$，

∴sinA=$\frac{1}{4}$，

故选 B.

6.【解答】∵“m＞n＞0”⇒“方程 $mx^2+ny^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆”，

“方程 $mx^2+ny^2=1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆”⇒“n＞m＞0”，

∴“m＞n＞0”是“方程 $mx^2+ny^2=1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆”的既不充分也不必要条件.

故选 D.

7.【解答】由题意得：C=4，

将（25，14），（35，19）代入 f（x）=4+B（x﹣A），得：

$\begin{cases}4+B(25-A)=14\\4+B(35-A)=19\end{cases}$，解得$\begin{cases}A=5\\B=\frac{1}{2}\end{cases}$，

∴f（x）=$\begin{cases}4，\ 0<x\leqslant 5\\4+\frac{1}{2}(x-5)，\ x>5\end{cases}$，

故 x=20 时：f（20）=11.5，

故选：A.

8.【解答】圆 C：（x﹣2）^{2}+y^2=2，圆心为：（2，0），半径为$\sqrt{2}$，

∵在直线 l 上存在一点 M，使得过 M 的圆 C 的切线 MP，MQ（P，Q 为切点）满足∠PMQ=90°，

∴在直线 l 上存在一点 M，使得 M 到 C（2，0）的距离等于 2，

∴只需 C（2，0）到直线 l 的距离小于或等于 2，

故$\frac{|3\times 2+4\times 0+a|}{\sqrt{3^2+4^2}}\leqslant 2$，解得﹣16≤a≤4，

故选：C.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【解答】z=（2﹣i）（1+i）=3+i，

则在复平面内，z 对应点的坐标为：（3，1）.

故答案为：（3，1）.

10.【解答】∵$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}=7$，即 4+$\vec{a}\cdot\vec{b}$=7，

∴$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$，

∴$\cos<\vec{a},\ \vec{b}>=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{3}{4}$.

故答案为：$\frac{3}{4}$.

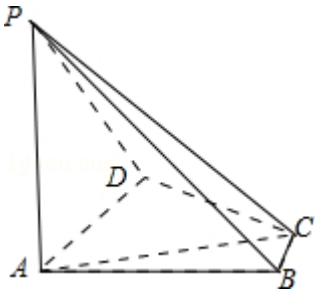
11.【解答】根据三视图可知几何体是一个四棱锥，

底面是一个直角梯形，AD⊥AB、AD∥BC，AD=AB=2、BC=1，

PA⊥底面 ABCD，且 PA=2，

∴该四棱锥最长棱的棱长为 PC=$\sqrt{PA^2+AC^2}$=$\sqrt{2^2+2^2+1^2}$=3，

故答案为：3.



12.【解答】∵双曲线 C 的焦点在 x 轴上，渐近线方程为 y=$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$x，

∴$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即$\frac{b^2}{a^2}=\frac{c^2-a^2}{a^2}=e^2-1=\frac{2}{4}$，

则 $e^2=\frac{6}{4}$，则 $e=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

设双曲线方程为$\frac{x^2}{2}-y^2=\lambda$，$\lambda>0$，

∵若点（4，2）在 C 上，

∴$\lambda=\frac{4^2}{2}-2^2=8-4=4$，

即双曲线方程为$\frac{x^2}{2}-y^2=4$，

即 $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$，

故答案为：$\frac{\sqrt{6}}{2}$ $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$

13.【解答】由分段函数可知 f（$-\frac{1}{2}$）=$2^{\frac{1}{2}}$，

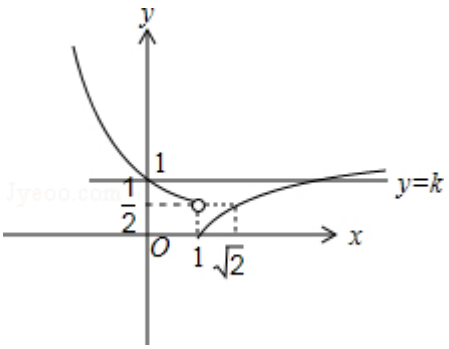
∴f[f（$-\frac{1}{2}$）]=f（$2^{\frac{1}{2}}$）=$\log_2 2^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$；

由 y=f（x）-k=0，

得 f（x）=k.

令 y=k 与 y=f（x），

作出函数 y=k 与 y=f（x）的图象如图：



由图可知，函数 y=f（x）－k 有且只有两个零点，则实数 k 的取值范围是 $(\frac{1}{2}, +\infty)$.

故答案为：$\frac{1}{2}$；$(\frac{1}{2}, +\infty)$.

14.【解答】记这 5 部微电影为 A_1－A_5，

设这 5 部微电影为先退到两部电影的情形，若 A_1 的点播量＞A_2 的点播量，

且 A_2 的专家评分＞A_1 的专家评分，则优秀影片最多可能有 2 部；

再考虑 3 部电影的情形，若 A_1 的点播量＞A_2 的点播量＞A_3 的点播量，

且 A_3 的专家评分＞A_2 的专家评分＞A_1 的专家评分，则优秀影片最多可能有 3 部.

以此类推可知：这 5 部微电影中，优秀影片最多可能有 5 部.

故答案为：5.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.【解答】（Ⅰ）函数 f（x）的定义域为 $\{x|x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z\}$，

∵$f(x)=(1+\sqrt{3}\tan x)\cos^2 x=\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$，

$=\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$，

∴f（x）的最小正周期为 T=π.

（Ⅱ）∵$x\in(0, \frac{\pi}{2})$，

∴$\frac{\pi}{6}<2x+\frac{\pi}{6}<\frac{7\pi}{6}$，

∴$\sin(2x+\frac{\pi}{6})\in(-\frac{1}{2}, 1]$，

∴$f(x)\in(0, \frac{3}{2}]$，

即当 $x\in(0, \frac{\pi}{2})$ 时，求函数 f（x）的值域为 $(0, \frac{3}{2}]$.

16.【解答】（Ⅰ）证明：因为 $4a_n-3S_n=2$，①

所以当 n=1 时，$4a_1-3S_1=2$，解得 $a_1=2$；

当 $n\geqslant 2$ 时，$4a_{n-1}-3S_{n-1}=2$，②…3 分

由①－②，得 $4a_n-4a_{n-1}-3(S_n-S_{n-1})=0$，

所以 $a_n=4a_{n-1}$，

由 $a_1=2$，得 $a_n\neq 0$，

故 $\{a_n\}$ 是首项为 2，公比为 4 的等比数列.

（Ⅱ）解：由（Ⅰ），得 $a_n=2\times 4^{n-1}$.

所以 $b_n=\frac{1}{2}a_n-4n=4^{n-1}-4n$，

则 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n=(4^0+4^1+\cdots+4^{n-1})-4(1+2+3+\cdots+n)=\frac{1-4^n}{1-4}-4\times\frac{n(n+1)}{2}=\frac{4^n}{3}-2n^2-2n-\frac{1}{3}$.

17.【解答】（Ⅰ）证明：因为在折起前的矩形 ABCD 中，E，F 分别为 BC，DA 的中点，

所以 EF⊥FD，EF⊥FA，

又因为 FD∩FA=F，

所以 EF⊥平面 DFA.…（2 分）

又因为 DG⊂平面 DFA，

所以 EF⊥DG.…（4 分）

（Ⅱ）证明：因为在折起前的矩形 ABCD 中，E，F 分别为 BC，DA 的中点，

所以在立体图中，AB∥EF∥CD.

即在立体图中，四边形 ABCD 为平行四边形.

连接 AC，设 AC∩BD=O，则 AO=CO.…（6 分）

又因为 CF∥平面 BDG，CF⊂平面 ACF，平面 ACF∩平面 BDG=OG，

所以 CF∥OG，

所以在△ACF 中，OG 为中位线，

即 G 为线段 AF 的中点.…（9 分）

（Ⅲ）解：因为 G 为线段 AF 的中点，∠DFA=60°.

所以△DFA 为等边三角形，且 DG⊥FA，

又因为 EF⊥DG，EF∩FA=F，

所以 DG⊥平面 ABEF.

设 BE 的中点为 H，连接 GH，CH，

易得四边形 DGHC 为平行四边形，

所以 CH⊥平面 ABEF，

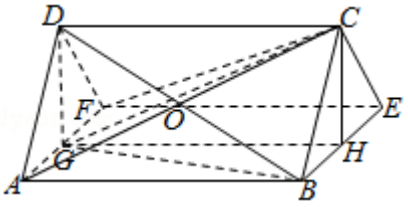
所以 $CG^2=GH^2+CH^2$．…（11 分）

设 DF=x，由题意得 $CH=DG=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，GH=CD=4﹣2x，

所以 $CG^2=(4-2x)^2+(\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2=\frac{19}{4}x^2-16x+16$，…（13 分）

所以当 $x=\frac{32}{19}$时，$CG^2_{min}=\frac{48}{19}$．

所以线段 CG 长度的最小值为$\frac{4\sqrt{57}}{19}$．…（14 分）



18．【解答】（Ⅰ）由频率分布直方图得（0.005+0.020+a+0.040）×10=1，

∴a=0.03．…（3 分）

（Ⅱ）由分层抽样，知抽取的初中生有 60 名，高中生有 40 名．…（4 分）

∵初中生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生频率为（0.02+0.005）×10=0.25，

∴所有的初中生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生约有 0.25×1800=450 人，…（6 分）

同理，高中生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生频率为（0.03+0.005）×10=0.35，

学生人数约有 0.35×1200=420 人．

∴该校所有学生中，阅读时间不小于 30 个小时的学生人数约有 450+420=870 人．…（8 分）

（Ⅲ）记“从阅读时间不足 10 个小时的样本学生中随机抽取 2 人，至少抽到 1 名高中生”为事件 A，…（9 分）

初中生中，阅读时间不足 10 个小时的学生频率为 0.005×10=0.05，样本人数为 0.05×60=3 人．

高中生中，阅读时间不足 10 个小时的学生频率为 0.005×10=0.05，样本人数为 0.05×40=2 人．…（10 分）

记这 3 名初中生为 A_1，A_2，A_3，这 2 名高中生为 B_1，B_2，

则从阅读时间不足 10 个小时的样本学生中随机抽取 2 人，所有可能结果有 10 种，

即：（A_1，A_2），（A_1，A_3），（A_1，B_1），（A_1，B_2），（A_2，A_3），（A_2，B_1），（A_2，B_2），（A_3，B_1），（A_3，B_2），（B_1，B_2），

而事件 A 的结果有 7 种，它们是：（A_1，B_1），（A_1，B_2），（A_2，B_1），（A_2，B_2），（A_3，B_1），（A_3，B_2），（B_1，B_2），

∴至少抽到 1 名高中生的概率 P（A）=$\frac{7}{10}$．…（13 分）

19．【解答】（Ⅰ）解：函数 y=f（x）的定义域 D={x|x∈R 且 x≠﹣a}，

由题意，f′（a）有意义，所以 a≠0．

求导，得 $f'(x)=-\frac{(x+a)(x-3a)}{(x+a)^4}$．…（3 分）

所以 f′（a）=$\frac{1}{4a^2}$=1，解得：a=±$\frac{1}{2}$．…（5 分）

（Ⅱ）解：“对于定义域内的任意 x_1，总存在 x_2 使得 f（x_2）＜f（x_1），

等价于“f（x）不存在最小值”．　　…（6 分）

①当 a=0 时，

由 f（x）=$\frac{1}{x}$，得 f（x）无最小值，符合题意．　　…（8 分）

②当 a＜0 时，

令 f′（x）=0，得 x=－a 或 x=3a．…（9 分）

随着 x 的变化时，f′（x）与 f（x）的变化情况如下表：

x	（－∞，3a）	3a	（3a，－a）	－a	（－a，+∞）
f′（x）	－	0	+	不存在	－
f（x）	↘	极小	↗	不存在	↘

…（11 分）

所以函数 f（x）的单调递减区间为（－∞，3a），（－a，+∞），单调递增区间为（3a，－a）．

因为当 x＞a 时，f（x）=$\frac{x-a}{(x+a)^2}$＞0，当 x＜a 时，f（x）＜0，所以 $f(x)_{min}$=f（3a）．

所以当 x_1=3a 时，不存在 x_2 使得 f（x_2）＜f（x_1）．

综上所述，a 的取值范围为 a∈{0}．…（13 分）

20.【解答】（Ⅰ）解：焦点坐标为（0，1），准线方程为 Y=－1．…（2 分）

（Ⅱ）证明：由题意，知直线 l 的斜率存在，故设 l 的方程为 y=kx+m．

由方程组$\begin{cases}y=kx+m\\x^2=4y\end{cases}$ 得 x^2－4kx－4m=0，

由题意，得△=$16k^2$+16m＞0．

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则 x_1+x_2=4k，x_1x_2=－4m，…（4 分）

由抛物线方程 x^2=4y，得 y=$\frac{1}{4}x^2$，所以 y′=$\frac{1}{2}$x，

所以抛物线在点 A 处的切线方程为 y－$\frac{1}{4}x_1^2$=$\frac{1}{2}x_1$（x－x_1），

化简，得 y=$\frac{1}{2}x_1x-\frac{1}{4}x_1^2$

同理，抛物线在点 B 处的切线方程为 y=$\frac{1}{2}x_2x-\frac{1}{4}x_2^2$　　…（6 分）

联立方程，得$\frac{1}{2}x_1x-\frac{1}{4}x_1^2=\frac{1}{2}x_2x-\frac{1}{4}x_2^2$

即$\frac{1}{2}$（x_1-x_2）$x=\frac{1}{4}$（x_1-x_2）（x_1+x_2），

因为 $x_1\neq x_1$，所以 $x=\frac{1}{2}$（x_1+x_2），

代入，得 $y=\frac{1}{4}x_1x_2=-m$，

所以点 Q（$\frac{1}{2}$（x_1+x_2），$-m$），即 Q（2k，$-m$）

点 Q 在直线 $y=-m$ 上．…（8 分）

（Ⅲ）解：假设存在点 P，使得四边形 PEQF 为矩形，

由四边形 PEQF 为矩形，得 EQ⊥FQ，AQ⊥BQ

∴$k_{AQ}\cdot k_{BQ}=-1$，$\frac{1}{2}x_1\cdot\frac{1}{2}x_2=-1$，

∴$\frac{1}{4}x_1x_2=\frac{1}{4}$（$-4m$）$=-1$，

∴$m=1$，P（0，1）

下面验证此时的四边形 PEQF 为平行四边形即可．

令 $y=0$，得 E（$\frac{1}{2}x_1$，0）．

同理得 F（$\frac{1}{2}x_2$，0）．

所以直线 EP 的斜率为 $k_{EP}=\frac{1-0}{0-\frac{1}{2}x_1}=\frac{-2}{x_1}$，

直线 FQ 的斜率 $k_{FQ}=\frac{0-(-1)}{\frac{1}{2}x_2-\frac{x_1+x_2}{2}}=\frac{-2}{x_1}$，…（12 分）

所以 $k_{EP}=k_{FQ}$，即 EP∥FQ．

同理 PF∥EQ．所以四边形 PEQF 为平行四边形．

综上所述，存在点 P（0，1），使得四边形 PEQF 为矩形．…（14 分）