2016 北京海淀高三二模

数　　学（理）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

1.（5 分）已知全集 U=R，M={x|x≤1}，P={x|x≥2}，则$\complement_U$（M∪P）=（　　）

A．{x|1＜x＜2}B．{x|x≥1}　　C．{x|x≤2}　　D．{x|x≤1 或 x≥2}

2.（5 分）数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=2$，且（n+1）$a_n=na_{n+1}$，则 a_3 的值为（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

3.（5 分）若点 P（2，4）在直线 l：$\begin{cases}x=1+t\\y=3-at\end{cases}$（t 为参数）上，则 a 的值为（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．－1

4.（5 分）在△ABC 中，$\cos A=\frac{3}{5}$，$\cos B=\frac{4}{5}$，则 sin（A－B）=（　　）

A．$-\frac{7}{25}$　　B．$\frac{7}{25}$　　C．$-\frac{9}{25}$　　D．$\frac{9}{25}$

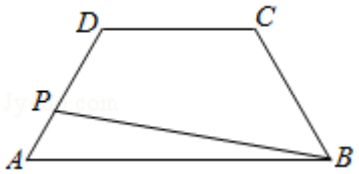
5.（5 分）在$(x+a)^5$（其中 a≠0）的展开式中，x^2 的系数与 x^3 的系数相同，则 a 的值为（　　）

A．－2　　B．－1　　C．1　　D．2

6.（5 分）函数 f（x）=lnx－x+1 的零点个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

7.（5 分）如图，在等腰梯形 ABCD 中，AB=8，BC=4，CD=4，点 P 在线段 AD 上运动，则$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|$的取值范围是（　　）



A．[6，$4+4\sqrt{3}$]B．[$4\sqrt{2}$，8]　　C．[$4\sqrt{3}$，8]　　D．[6，12]

8.（5 分）直线 l：$ax+\frac{1}{a}y-1=0$ 与 x，y 轴的交点分别为 A，B，直线 l 与圆 O：$x^2+y^2=1$ 的交点为 C，D，给出下面三个结论：

①∀a≥1，$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}$；②∃a≥1，|AB|＜|CD|；③∃a≥1，$S_{\triangle COD}<\frac{1}{2}$.

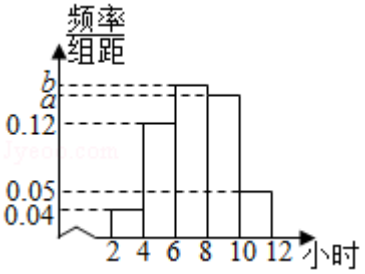
其中，所有正确结论的序号是（　　）

A．①②　　B．②③　　C．①③　　D．①②③

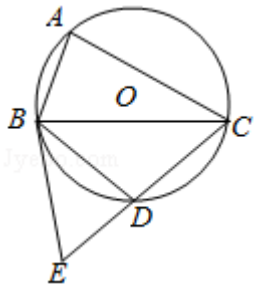
二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9.（5 分）已知$\frac{2}{a+i}$=1﹣i，其中 i 为虚数单位，a∈R，则 a=_____.

10.（5 分）某校为了解全校高中学生五一小长假参加实践活动的情况，抽查了 100 名学生，统计他们假期参加实践活动的实践，绘成的频率分布直方图如图所示，这 100 名学生中参加实践活动时间在 6﹣10 小时内的人数为_____.



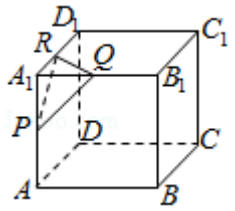
11.（5 分）如图，A，B，C 是⊙O 上的三点，点 D 是劣弧$\overset{\frown}{BC}$的中点，过点 B 的切线交弦 CD 的延长线于点 E．若∠BAC=80°，则∠BED=_____.



12.（5 分）若点 P（a，b）在不等式组$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\ x-y-2\leqslant 0\\ x\geqslant 1\end{cases}$所表示的平面区域内，则原点 O 到直线 ax+by﹣1=0 的距离的取值范围是_____.

13.（5 分）已知点 A（$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），B（$\frac{\pi}{4}$，1），C（$\frac{\pi}{2}$，0），若这三个点中有且仅有两个点在函数 f（x）=sinωx 的图象上，则正数 ω 的最小值为_____.

14.（5 分）正方体 ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，点 P，Q，R 分别是棱 A_1A，A_1B_1，A_1D_1 的中点，以△PQR 为底面作正三棱柱．若此三棱柱另一底面的三个顶点也都在该正方体的表面上，则这个正三棱柱的高 h=_____.



三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15.（13 分）已知函数 f（x）=﹣2sinx﹣cos2x.

（1）比较 f（$\frac{\pi}{4}$），f（$\frac{\pi}{6}$）的大小；

（2）求函数 f（x）的最大值．

16．（13 分）某空调专卖店试销 A、B、C 三种新型空调，销售情况如表所示：

	第一周	第二周	第三周	第四周	第五周
A 型数量（台）	11	10	15	A_4	A_5
B 型数量（台）	10	12	13	B_4	B_5
C 型数量（台）	15	8	12	C_4	C_5

（1）求 A 型空调前三周的平均周销售量；

（2）根据 C 型空调前三周的销售情况，预估 C 型空调五周的平均周销售量为 10 台，当 C 型空调周销售量的方差最小时，求 C_4，C_5 的值；

（注：方差 $s^2=\frac{1}{n}[x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2]$，其中 $\bar{x}$ 为 x_1，x_2，…，x_n 的平均数）

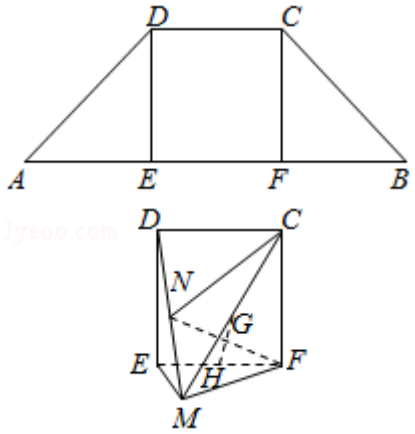
（3）为跟踪调查空调的使用情况，根据销售记录，从第二周和第三周售出的空调中分别随机抽取一台，求抽取的两台空调中 A 型空调台数 X 的分布列及数学期望．

17．（14 分）如图，等腰梯形 ABCD 中，AB∥CD，DE⊥AB 于 E，CF⊥AB 于 F，且 AE=BF=EF=2，DE=CF=2．将△AED 和△BFC 分别沿 DE，CF 折起，使 A，B 两点重合，记为点 M，得到一个四棱锥 M－CDEF，点 G，N，H 分别是 MC，MD，EF 的中点．

（1）求证：GH∥平面 DEM；

（2）求证：EM⊥CN；

（3）求直线 GH 与平面 NFC 所成角的大小．



18．（14 分）已知函数 f（x）=e^x（x^2+ax+a）．

（1）当 a=1 时，求函数 f（x）的单调区间；

（2）若关于 x 的不等式 f（x）≤e^a 在[a，+∞）上有解，求实数 a 的取值范围；

（3）若曲线 y=f（x）存在两条互相垂直的切线，求实数 a 的取值范围．（只需直接写出结果）

19.（13 分）已知点 A（x_1，y_1），D（x_2，y_2）（其中 $x_1<x_2$）是曲线 $y^2=4x$（$y\geqslant 0$）上的两点，A，D 两点在 x 轴上的射影分别为点 B，C，且 $|BC|=2$.

（Ⅰ）当点 B 的坐标为（1，0）时，求直线 AD 的斜率；

（Ⅱ）记△OAD 的面积为 S_1，梯形 ABCD 的面积为 S_2，求证：$\frac{S_1}{S_2}<\frac{1}{4}$.

20.（13 分）已知集合 $\Omega_n=\{X|X=(x_1，x_2，…，x_i，…，x_n)，x_i\in\{0，1\}，i=1，2，…，n\}$，其中 $n\geqslant 3$．$\forall X=\{x_1，x_2，…，x_i，…，x_n\}\in\Omega_n$，称 x_i 为 X 的第 i 个坐标分量．若 $S\subseteq\Omega_n$，且满足如下两条性质：

①S 中元素个数不少于 4 个；

②$\forall X，Y，Z\in S$，存在 $m\in\{1，2，…，n\}$，使得 X，Y，Z 的第 m 个坐标分量是 1；

则称 S 为 Ω_n 的一个好子集.

（1）$S=\{X，Y，Z，W\}$ 为 Ω_3 的一个好子集，且 X=（1，1，0），Y=（1，0，1），写出 Z，W；

（2）若 S 为 Ω_n 的一个好子集，求证：S 中元素个数不超过 2^{n-1}；

（3）若 S 为 Ω_n 的一个好子集，且 S 中恰有 2^{n-1} 个元素，求证：一定存在唯一一个 $k\in\{1，2，…，n\}$，使得 S 中所有元素的第 k 个坐标分量都是 1.

参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分）

1.【解答】M={x|x≤1}，P={x|x≥2}，

∴M∪P={x|x≤1 或 x≥2}，

∁$_U$（M∪P）={x|1＜x＜2}，

故选：A.

2.【解答】数列{a_n}的首项 a_1=2，且（n+1）a_n=na_{n+1}，

∴$a_{n+1}=\frac{n+1}{n}a_n$，

∴$a_2=\frac{1+1}{1}a_1=2\times2=4$，

∴$a_3=\frac{2+1}{2}\times a_2=\frac{3}{2}\times4=6$，

故选：B.

3.【解答】∵$\begin{cases}2=1+t\\4=3-at\end{cases}$，解得 a=﹣1.

故选：D.

4.【解答】∵0＜A＜π，0＜B＜π，cosA=$\frac{3}{5}$，cosB=$\frac{4}{5}$，

∴sinA=$\frac{4}{5}$，sinB=$\frac{3}{5}$，

∴sin（A﹣B）=sinAcosB﹣cosAsinB=$\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{7}{25}$.

故选：B.

5.【解答】在（x+a）^{5}（其中 a≠0）的展开式中，通项 $T_{k+1}=C_5^k x^{5-k}a^k$，

∵x^2 的系数与 x^3 的系数相同，

∴$C_5^3a^3=C_5^2a^2$，

又∵a≠0，

∴a=1，

故选：C.

6.【解答】f′（x）=$\frac{1}{x}$－1=$\frac{1-x}{x}$，∴当 x=1 时，函数 f（x）取得最大值，f（1）=0－1+1=0，

因此函数 f（x）有且仅有一个零点 1.

故选：A.

7.【解答】如图，过 D 作 AB 的垂线，垂足为 E，分别以 EB，ED 为 x，y 轴，建立平面直角坐标系；

根据条件可得，AE=2，EB=6，DE= $2\sqrt{3}$；

∴ $A(-2,\ 0),\ B(6,\ 0),\ D(0,\ 2\sqrt{3})$；

∴直线 AD 方程为： $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$；

∴设 $P(x,\ \sqrt{3}x+2\sqrt{3})$，（－2≤x≤0）；

∴ $\overrightarrow{PA}=(-2-x,\ -\sqrt{3}x-2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{PB}=(6-x,\ -\sqrt{3}x-2\sqrt{3})$；

∴ $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=(4-2x,\ -2\sqrt{3}-4\sqrt{3})$；

∴ $(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})^2=(4-2x)^2+(-2\sqrt{3}x-4\sqrt{3})^2$

$=16(x^2+2x+4)$

$=16(x+1)^2+48$；

∵ －2≤x≤0；

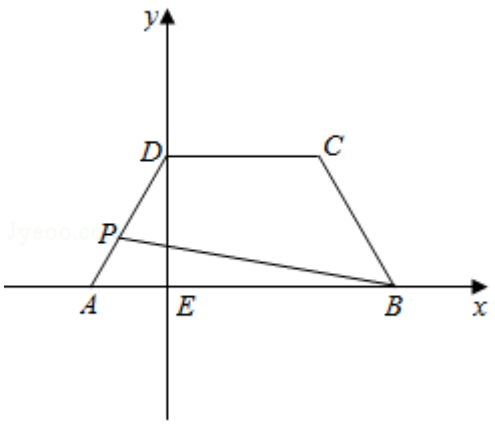
∴48≤$16(x+1)^2+48$≤64；

即 $48\leqslant(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})^2\leqslant 64$；

∴ $4\sqrt{3}\leqslant|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|\leqslant 8$；

∴ $|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|$的范围为 $[4\sqrt{3},\ 8]$.

故选：C.



8.【解答】①当 a≥1 时，把 x=0 代入直线方程可得 y=a，把 y=0 代入直线方程可得 x=$\frac{1}{a}$，

∴$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$，故结论①正确；

②当 a≥1 时，$|AB|=\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}}$，故$|AB|^2=a^2+\frac{1}{a^2}$，

直线 l 可化为 $a^2x+y-a=0$，圆心 O 到 l 的距离 $d=\frac{|-a|}{\sqrt{a^4+1}}$

$=\frac{a}{\sqrt{a^4+1}}=\frac{1}{\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}}}$，故$|CD|^2=4(1-d^2)=4[1-(a^2+\frac{1}{a^2})]$，

假设$|AB|<|CD|$，则$|AB|^2<|CD|^2$，即 $a^2+\frac{1}{a^2}<4(1-\frac{1}{a^2+\frac{1}{a^2}})$，

整理可得$(a^2+\frac{1}{a^2})^2-4(a^2+\frac{1}{a^2})+4<0$，即$(a^2+\frac{1}{a^2}-2)^2<0$，

显然矛盾，故结论②错误；

$S_{\triangle COD}=\frac{1}{2}|OA||OC|\sin\angle AOC=\frac{1}{2}\sin\angle AOC\leqslant\frac{1}{2}$，

故∃a≥1，使得 $S_{\triangle COD}<\frac{1}{2}$，结论③正确.

故选：C.

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分）

9.【解答】∵$\frac{2}{a+i}=1-i$，

∴$a+i=\frac{2}{1-i}$

∴$a=\frac{2}{1-i}-i=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}-i=1$.

故答案为：1.

10.【解答】由频率分布直方图知：(0.04+0.12+a+b+0.05)×2=1，

∴a+b=0.29，

∴参加实践活动时间在 6-10 小时内的频率为 0.29×2=0.58，

∴这 100 名学生中参加实践活动时间在 6-10 小时内的人数为 100×0.58=58.

故答案为：58

11.【解答】由 BE 为圆的切线，由弦切角定理可得

∠EBC=∠A=80°，

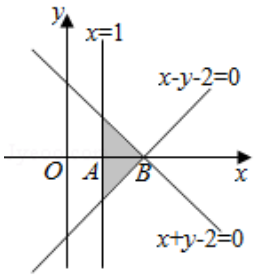
由 D 是劣弧 $\overset{\frown}{BC}$的中点，可得∠BCE=$\frac{1}{2}$∠A=40°，

在△BCE 中，∠BEC=180°﹣∠EBC﹣∠BCE

=180°﹣80°﹣40°=60°.

故答案为：60°.

12.【解答】由约束条件$\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\ x-y-2\leqslant 0\\ x\geqslant 1\end{cases}$作出可行域如图，



原点 O 到直线 ax+by﹣1=0 的距离为$\frac{|-1|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

由图可知$\sqrt{a^2+b^2}$的最小值为|OA|=1，最大值为|OB|=2，

∴原点 O 到直线 ax+by﹣1=0 的距离的取值范围是[$\frac{1}{2}$，1].

故答案为：[$\frac{1}{2}$，1].

13.【解答】①若只有 A、B 两点在函数 f（x）=sinωx 的图象上，

则有 sin（ω•$\frac{\pi}{6}$）=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，sin（ω•$\frac{\pi}{4}$）=1，sinω•$\frac{\pi}{2}$≠0，

则$\begin{cases}\omega\cdot\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{\pi}{3}，或\omega=2k\pi+\frac{2\pi}{3}，k\in Z\\ \omega\cdot\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\\ \omega\cdot\frac{\pi}{2}\neq k\pi，k\in Z\end{cases}$，

即$\begin{cases}\omega=12k+2，或\omega=12k+4，k\in Z\\ \omega=8k+2，k\in Z\\ \omega\neq 2k，k\in Z\end{cases}$，求得 ω 无解.

②若只有点 A（$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），C（$\frac{\pi}{2}$，0）在函数 f（x）=sin（ωx）的图象上，

则有 sin（$\omega\cdot\frac{\pi}{6}$）=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，sin（$\omega\cdot\frac{\pi}{2}$）=0，sin（$\omega\cdot\frac{\pi}{4}$）≠1，

故有 $\begin{cases}\omega\cdot\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{\pi}{3}，或\omega\cdot\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{2\pi}{3}，k\in Z\\ \omega\cdot\frac{\pi}{2}=k\pi，k\in Z\\ \omega\cdot\frac{\pi}{4}\neq 2k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\end{cases}$，

即 $\begin{cases}\omega=12k+2，或\omega=12k+4，k\in Z\\ \omega=2k，k\in Z\\ \omega\neq 8k+2，k\in Z\end{cases}$，求得 ω 的最小值为 4．

③若只有点 B（$\frac{\pi}{4}$，1）、C（$\frac{\pi}{2}$，0）在函数 f（x）=sinωx 的图象上，

则有 sinω$\cdot\frac{\pi}{6}\neq\frac{\sqrt{3}}{2}$，sinω$\frac{\pi}{4}$=1，sinω$\frac{\pi}{2}$=0，

故有 $\begin{cases}\omega\cdot\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\\ \omega\cdot\frac{\pi}{2}=k\pi，k\in Z\\ \omega\cdot\frac{\pi}{6}\neq 2k\pi+\frac{\pi}{3}，且\omega\cdot\frac{\pi}{6}\neq 2k\pi+\frac{2\pi}{3}，k\in Z\end{cases}$，即 $\begin{cases}\omega=8k+2，k\in Z\\ \omega=2k，k\in Z\\ \omega\neq 12k+2且\omega\neq 12k+4，k\in Z\end{cases}$，

求得 ω 的最小正值为 10，

综上可得，ω 的最小正值为 4，

故答案为：4．

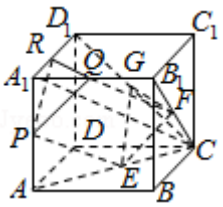
14．【解答】连结 A_1C，AC，B_1C，D_1C，分别取 AC，B_1C，D_1C 的中点 E，F，G，连结 EF，EG，FG．

由中位线定理可得 PE$\overset{//}{=}A_1C$，QF$\overset{//}{=}A_1C$，RG$\overset{//}{=}A_1C$．

又 $A_1C\perp$平面 PQR，∴三棱柱 PQR－EFG 是正三棱柱．

∴三棱柱的高 h=PE=$\frac{1}{2}A_1C=\frac{\sqrt{3}}{2}$．

故答案为$\frac{\sqrt{3}}{2}$．



三、解答题（共 6 小题，满分 80 分）

15.【解答】（1）f（$\frac{\pi}{4}$）=﹣$\sqrt{2}$，

f（$\frac{\pi}{6}$）=﹣$\frac{3}{2}$，

∵﹣$\sqrt{2}$>﹣$\frac{3}{2}$，

∴f（$\frac{\pi}{4}$）>f（$\frac{\pi}{6}$），

（2）∵f（x）=﹣2sinx﹣cos2x．

=﹣2sinx﹣1+2$\sin^2$x，

=2（sinx﹣$\frac{1}{2}$）^{2}﹣$\frac{3}{2}$，

∴函数 f（x）的最大值为 3．

16.【解答】（1）A 型空调前三周的平均周销售量$\overline{x}$=$\frac{1}{5}$（11+10+15）=12 台，

（2）因为 C 型空调平均周销量为 10 台，

所以 c_4+c_5=10×15﹣15﹣8﹣12=15，

又 S^2=$\frac{1}{5}$[（15﹣10）^{2}+（8﹣10）^{2}+（12﹣10）^{2}+（c_4﹣10）^{2}+（c_5﹣10）^{2}]，

化简得到 S^2=$\frac{1}{5}$[2（c_4﹣$\frac{15}{2}$）+$\frac{91}{2}$]，

因为 c_4∈N，

所以 c_4=7 或 c_4=8 时，S^2 取得最小值，

此时 C_5=8 或 C_5=7，

（3）依题意，随机变量 ξ 的可能取值为 0，1，2，

P（X=0）=$\frac{20}{30}$×$\frac{25}{40}$=$\frac{5}{12}$，

P（X=1）=$\frac{10}{30}$×$\frac{25}{40}$+$\frac{20}{30}$×$\frac{15}{40}$=$\frac{11}{24}$，

P（X=2）=$\frac{10}{30}$×$\frac{15}{40}$=$\frac{1}{8}$，

随机变量的 X 的分布列，

X	0	1	2
P	$\frac{5}{12}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{8}$

随机变量的期望 E（X）=0×$\frac{5}{12}$+1×$\frac{11}{24}$+2×$\frac{1}{8}$=$\frac{17}{24}$．

17.【解答】（1）连结 NG，EN，

∵N，G 分别是 MD，MC 的中点，∴NG∥CD，NG=$\frac{1}{2}$CD.

∵H 是 EF 的中点，EF∥CD，EF=CD，∴EH∥CD，EH=$\frac{1}{2}$CD

∴NG∥EH，NG=EH，

∴四边形 ENGH 是平行四边形，

∴GH∥EN，又 GH⊄平面 DEM，EN⊂平面 DEM，

∴GH∥平面 DEM.

（2）∵ME=EF=MF，∴△MEF 是等边三角形

∴MH⊥EF，

取 CD 的中点 P，连结 PH，则 PH∥DE，

∵DE⊥ME，DE⊥EF，ME∩EF=E，

∴DE⊥平面 MEF，

∴PH⊥平面 MEF.

以 H 为原点，以 HM，HF，HP 为坐标轴建立空间直角坐标系，如图所示：

则 E（0，﹣1，0），M（$\sqrt{3}$，0，0），C（0，1，2），N（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，﹣$\frac{1}{2}$，1）.

∴$\overrightarrow{EM}$=（$\sqrt{3}$，1，0），$\overrightarrow{NC}$=（﹣$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{3}{2}$，1）.

∴$\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{NC}=\sqrt{3}\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})+1\times\frac{3}{2}+0\times1=0$.

∴$\overrightarrow{EM}\perp\overrightarrow{NC}$.

∴EM⊥NC.

（3）F（0，1，0），H（0，0，0），G（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$，1），

∴$\overrightarrow{HG}$=（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$，1），$\overrightarrow{FC}$=（0，0，2），$\overrightarrow{NC}$=（﹣$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{3}{2}$，1），

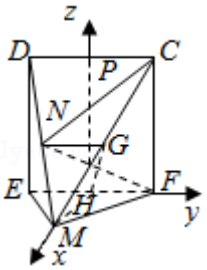
设平面 NFC 的法向量为$\vec{n}$=（x，y，z），则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{FC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{NC}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}2z=0\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{3}{2}y+z=0\end{cases}$.

令 y=1 得$\vec{n}$=（$\sqrt{3}$，1，0），

∴$\cos<\vec{n},\overrightarrow{HG}>=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{HG}}{|\vec{n}||\overrightarrow{HG}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

∴直线 GH 与平面 NFC 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴直线 GH 与平面 NFC 所成角为$\frac{\pi}{4}$.



18.【解答】（1）当 a=1 时，f（x）=e^x（x^2+x+1），

则 f′（x）=e^x（x^2+3x+2），

令 f′（x）＞0 得 x＞－1 或 x＜－2；令 f′（x）＜0 得－2＜x＜－1.

∴函数 f（x）的单调增区间（－∞，－2）与（－1，+∞），单调递减区间是（－2，－1）；

（2）f（x）≤e^a，即 e^x（x^2+ax+a）≤e^a，可变为 x^2+ax+a≤e^{a-x}，

令 r（x）=x^2+ax+a，t（x）=e^{a-x}，

当 a＞0 时，在[a，+∞）上，由于 r（x）的对称轴为负，

故 r（x）在[a，+∞）上增，t（x）在[a，+∞）上减，

欲使 x^2+ax+a≤e^{a-x}有解，

则只须 r（a）≤t（a），即 2a^2+a≤1，

解得－1≤a≤$\frac{1}{2}$，故 0＜a≤$\frac{1}{2}$；

当 a≤0 时，在[a，+∞）上，由于 r（x）的对称轴为正，

故 r（x）在[a，+∞）上先减后增，t（x）在[a，+∞）上减，

欲使 x^2+ax+a≤e^{a-x}有解，只须 r（－$\frac{a}{2}$）≤t（－$\frac{a}{2}$），

即－$\frac{a^2}{4}$+a≤$e^{\frac{3}{2}a}$，

当 a≤0 时，－$\frac{a^2}{4}$+a≤$e^{\frac{3}{2}a}$显然成立.

综上知，a≤$\frac{1}{2}$即为符合条件的实数 a 的取值范围；

（3）a 的取值范围是{a|a≠2，a∈R}.

19.【解答】（Ⅰ）由 B（1，0），可得 A（1，y_1），

代入 y^2=4x，得到 y_1=2，

又|BC|=2，则 x_2－x_1=2，可得 x_2=3，

代入 $y^2=4x$，得到 $y_2=2\sqrt{3}$，

则 $k_{AD}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2\sqrt{3}-2}{2}=\sqrt{3}-1$；

（Ⅱ）证法一：设直线 AD 的方程为 $y=kx+m$．M（0，m），

则 $S_1=S_{\triangle OMD}-S_{\triangle OMA}=\frac{1}{2}|m(x_2-x_1)|=|m|\cdot$

由 $\begin{cases}y=kx+m\\y^2=4x\end{cases}$，得 k^2x^2+（2km－4）$x+m^2=0$，

所以 $\begin{cases}\triangle=(2km-4)^2-4k^2m^2=16-16km>0\\x_1+x_2=\frac{4-2km}{k^2}\\x_1x_2=\frac{m^2}{k^2}\end{cases}$，

又 $S_2=\frac{1}{2}(y_1+y_2)(x_2-x_1)=y_1+y_2=kx_1+m+kx_2+m=\frac{4}{k}$，

又注意到 $y_1y_2=\frac{km}{4}>0$，所以 k＞0，m＞0，

所以 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{m}{y_1+y_2}=\frac{km}{4}$，

因为△=16－16km＞0，所以 0＜km＜1，

所以 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{km}{4}<\frac{1}{4}$.

证法二：设直线 AD 的方程为 $y=kx+m$.

由 $\begin{cases}y=kx+m\\y^2=4x\end{cases}$，得 k^2x^2+（2km－4）$x+m^2=0$，

所以 $\begin{cases}\triangle=(2km-4)^2-4k^2m^2=16-16km>0\\x_1+x_2=\frac{4-2km}{k^2}\\x_1x_2=\frac{m^2}{k^2}\end{cases}$，

$|AD|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=2\sqrt{1+k^2}$，

点 O 到直线 AD 的距离为 $d=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$，

所以 $S_1=\frac{1}{2}|AD|\cdot d=|m|=|m|$，

又 $S_2=\frac{1}{2}(y_1+y_2)(x_2-x_1)=y_1+y_2=kx_1+m+kx_2+m=\frac{4}{k}$,

又注意到 $y_1y_2=\frac{km}{4}>0$，所以 k＞0，m＞0，

所以 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{m}{y_1+y_2}=\frac{km}{4}$,

因为△=16﹣16km＞0，所以 0＜km＜1，

所以 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{km}{4}<\frac{1}{4}$.

20.【解答】（Ⅰ）Z=（1，0，0），W=（1，1，1），…2 分

（Ⅱ）对于 X⊆Ω，考虑元素 X′=（1﹣x_1，1﹣x_2，…，1﹣x_i，…，1﹣x_n），

显然 X′∈Ω_n，∀X，Y，X′，对于任意的 i∈{1，2，…，n}，x_i，y_i，1﹣x_i 不可能都为 1，

可得 X，X′不可能都在好子集 S 中…4 分

又因为取定 X，则 X′一定存在且唯一，而且 X≠X′，

且由 X 的定义知道，∀X，Y∈Ω，X′=Y′⇔X=Y…6 分

这样，集合 S 中元素的个数一定小于或等于集合 Ω_n 中元素个数的一半，

而集合 Ω_n 中元素个数为 2^n，所以 S 中元素个数不超过 2^{n-1}；…8 分

（Ⅲ）∀X={x_1，x_2，…，x_i，…，x_n}，．∀Y={y_1，y_2，…，y_i，…，y_n}∈Ω_n，

定义元素 X，Y 的乘积为：XY={x_1y_1，x_2y_2，…，x_iy_i，…，x_ny_n}，显然 XY∈Ω_n，．

我们证明：

“对任意的 X={x_1，x_2，…，x_i，…，x_n}∈S，

都有 XY∈S．”

假设存在 X，Y∈S，使得 XY∉S，

则由（Ⅱ）知，（XY）′={1﹣x_1y_1，1﹣x_2y_2，…，1﹣x_iy_i，…1﹣$x_{n-1}y_{n-1}$，1﹣x_ny_n}∈S，

此时，对于任意的 k∈{1，2，…n}，x_k，y_k，1﹣x_ky_k 不可能同时为 1，矛盾，

所以 XS∈S．

因为 S 中只有 2^{n-1} 个元素，我们记 Z={z_1，z_2，…，z_i，…，z_n}为 S 中所有元素的乘积，

根据上面的结论，我们知道={z_1，z_2，…，z_i，…，z_n}∈S，

显然这个元素的坐标分量不能都为 0，不妨设 z_k=1，

根据 Z 的定义，可以知道 S 中所有元素的 k 坐标分量都为 1 …11 分

下面再证明 k 的唯一性：

若还有 z_t=1，即 S 中所有元素的 t 坐标分量都为 1，

所以此时集合 S 中元素个数至多为 2^{n-2} 个，矛盾．

所以结论成立…13 分