2016 北京朝阳高三二模

数　　学（文）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.（5 分）已知集合 A={0，1，2}，B={x|x（x﹣2）＜0}，则 A∩B（　　）

A．{0，1，2}　　B．{1，2}　　C．{0，1}　　D．{1}

2.（5 分）复数 z=$\frac{1+i}{i}$（i 是虚数单位）在复平面内对应的点在（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

3.（5 分）设 x∈R，且 x≠0，“（$\frac{1}{2}$）^{x}＞1”是“$\frac{1}{x}$＜1”的（　　）

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

4.（5 分）已知 m，n，l 为三条不同的直线，α，β，γ 为三个不同的平面，则下列命题中正确的是（　　）

A．若 m⊥l，n⊥l，则 m∥n　　B．若 m∥α，n∥α，则 m∥n

C．若 m⊥α，n⊥α，则 m∥n　D．若 α⊥γ，β⊥γ，则 α∥β

5.（5 分）同时具有性质：

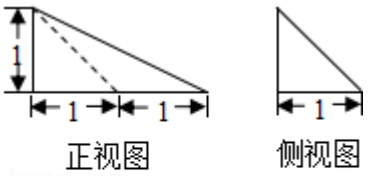
①最小正周期是 π；

②图象关于直线 x=$\frac{\pi}{3}$对称；

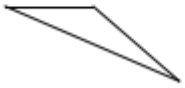
③在区间 [$\frac{5\pi}{6}$，π]上是单调递增函数”的一个函数可以是（　　）

A．$y=\cos(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6})$　B．$y=\sin(2x+\frac{5\pi}{6})$　C．$y=\cos(2x-\frac{\pi}{3})$　D．$y=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

6.（5 分）已知某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的最长棱的长是（　　）



正视图　　侧视图


俯视图

A．$\sqrt{6}$　B．$\sqrt{5}$　C．2　　D．$\sqrt{2}$

7.（5 分）已知函数 f（x）=$\begin{cases} x-1, & x\leqslant 2 \\ 2+\log_a x, & x>2 \end{cases}$（a＞0 且 a≠1）的最大值为 1，则 a 的取值范围是（　　）

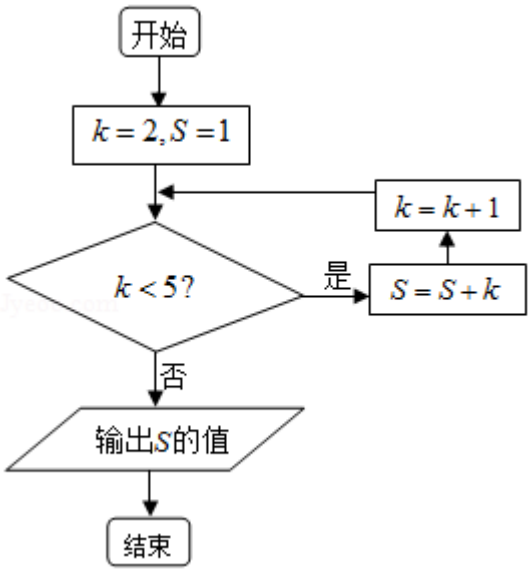
A．$[\frac{1}{2}, 1)$ B．（0，1）　C．$(0, \frac{1}{2}]$ D．（1，+∞）

8.(5 分)在边长为 1 的正方形 ABCD 中，已知 M 为线段 AD 的中点，P 为线段 AD 上的一点，若线段 BP=CD+PD，则(　　)

A．∠MBA=$\frac{3}{4}$∠PBCB．∠MBA=$\frac{2}{3}$∠PBCC．∠MBA=$\frac{1}{2}$∠PBCD．∠MBA=$\frac{1}{3}$∠PBC

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.把答案填在答题卡上.

9.（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S=_____.



10.（5 分）已知向量$\vec{a}$=（1，2），向量$\vec{b}$=（2，m），若$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$垂直，则实数 m 的值为_____.

11.（5 分）已知过点 M（1，1）的直线 l 与圆（x+1）^{2}+（y－2）^{2}=5 相切，且与直线 ax+y－1=0 垂直，则实数 a=_____；直线 l 的方程为_____.

12.（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 y^2=8x 的准线 l 的方程是_____；若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$=1（a＞0，b＞0）的两条渐近线与直线 l 交于 M，N 两点，且△MON 的面积为 8，则此双曲线的离心率为_____.

13.（5 分）已知关于 x，y 的不等式组$\begin{cases}x\geqslant 0\\ y\geqslant x\\ x+y\leqslant 2\\ 2x-y\geqslant k\end{cases}$所表示的平面区域 D 为三角形区域，则实数 k 的取值范围是_____.

14.（5 分）为了响应政府推进“菜篮子”工程建设的号召，某经销商投资 60 万元建了一个蔬菜生产基地．第一年支出各种费用 8 万元，以后每年支出的费用比上一年多 2 万元．每年销售蔬菜的收入为 26 万元．设 f（n）表示前 n 年的纯利润（f（n）=前 n 年的总收入－前 n 年的总费用支出－投资额），则 f（n）=_____（用 n 表示）；从第_____年开始盈利.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.（13 分）在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，已知 cos2A=－$\frac{1}{3}$，c=$\sqrt{3}$，sinA=$\sqrt{6}$sinC.

（Ⅰ）求 a 的值；

（Ⅱ） 若角 A 为锐角，求 b 的值及△ABC 的面积.

16.（13 分）某城市要建宜居的新城，准备引进优秀企业进行城市建设．这个城市的甲区、乙区分别对 6 个企业进行评估，综合得分情况如茎叶图所示.

（Ⅰ）根据茎叶图，分别求甲、乙两区引进企业得分的平均值；

（Ⅱ）规定 85 分以上（含 85 分）为优秀企业．若从甲、乙两个区准备引进的优秀企业中各随机选取 1 个，求这两个企业得分的差的绝对值不超过 5 分的概率．

甲区企业			乙区企业			
	5	3	9	5	6	
9	8	4	8	3	4	6
		9	7	8		

17．（13 分）已知等差数列$\{a_n\}$的首项 a_1 和公差 d（d≠0）均为整数，其前 n 项和为 S_n．

（Ⅰ）若 $a_1=1$，且 a_2，a_4，a_9 成等比数列，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

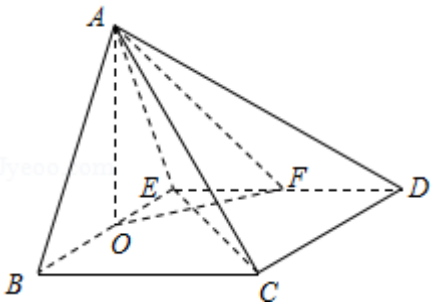
（Ⅱ）若对任意 $n\in N^*$，且 n≠6 时，都有 $S_n<S_6$，求 a_1 的最小值．

18．（14 分）在四棱锥 A－BCDE 中，底面 BCDE 为菱形，侧面 ABE 为等边三角形，且侧面 ABE⊥底面 BCDE，O，F 分别为 BE，DE 的中点．

（Ⅰ）求证：AO⊥CD；

（Ⅱ）求证：平面 AOF⊥平面 ACE；

（Ⅲ）侧棱 AC 上是否存在点 P，使得 BP∥平面 AOF？若存在，求出$\frac{AP}{PC}$的值；若不存在，请说明理由．



19．（13 分）已知函数 f（x）=ax－$\frac{1}{x}$－（a+1）lnx，a∈R．

（Ⅰ）求函数 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）当 a≥1 时，若 f（x）＞1 在区间[$\frac{1}{e}$，e]上恒成立，求 a 的取值范围．

20．（14 分）在平面直角坐标系 xOy 中，P（x_0，y_0）（$y_0\neq0$）是椭圆 C：$\frac{x^2}{2\lambda^2}+\frac{y^2}{\lambda^2}=1$（λ＞0）上的点，过点 P 的直线 l 的方程为$\frac{x_0x}{2\lambda^2}+\frac{y_0y}{\lambda^2}=1$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的离心率；

（Ⅱ）当 λ=1 时，设直线 l 与 x 轴、y 轴分别相交于 A，B 两点，求△OAB 面积的最小值；

（Ⅲ）设椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 Q 与点 F_1 关于直线 l 对称，求证：点 Q，P，F_2 三点共线．

参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【解答】B={x|x（x﹣2）＜0}=（0，2），

∵A={0，1，2}，

∴A∩B={1}，

故选：D.

2.【解答】复数 z=$\frac{1+i}{i}$=$\frac{-i(1+i)}{-i\cdot i}$=1﹣i 在复平面内对应的点（1，﹣1）位于第四象限．

故选：D.

3.【解答】由（$\frac{1}{2}$）^{x}＞1 解得：x＜0.

由$\frac{1}{x}$＜1 化为：$\frac{x-1}{x}$＞0，即 x（x﹣1）＞0，解得 x＞1 或 x＜0.

∴“（$\frac{1}{2}$）^{x}＞1”是“$\frac{1}{x}$＜1”的充分不必要条件，

故选：A.

4.【解答】对于 A，当 l⊥α，m⊂α，n⊂α 时，显然有 m⊥l，n⊥l，单 m 与 n 可能平行，也可能相交，故 A 错误．

对于 B，若 α∥β，m⊂β，n⊂β，则 m∥α，n∥α，但 m，n 可能平行也可能相交，故 B 错误．

对于 C，由线面平行的性质“垂直于同一个平面的两条直线平行“可知 C 正确．

对于 D，当三个平面 α，β，γ 两两垂直时，显然结论错误．

故选：C.

5.【解答】对于 y=cos（$\frac{x}{2}$+$\frac{\pi}{6}$），它的周期为$\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}$=4π，故不满足条件．

对于 y=sin（2x+$\frac{5\pi}{6}$），在区间[$\frac{5\pi}{6}$，π]上，2x+$\frac{5\pi}{6}$∈[$\frac{5\pi}{2}$，$\frac{17\pi}{6}$]，故该函数在区间[$\frac{5\pi}{6}$，π]上不是单调递增函数，故不满足条件．

对于 y=cos（2x﹣$\frac{\pi}{3}$），当 x=$\frac{\pi}{3}$时，函数 y=$\frac{1}{2}$，不是最值，故不满足②它的图象关于直线 x=$\frac{\pi}{3}$对称，故不满足条件．

对于 y=sin（2x﹣$\frac{\pi}{6}$），它的周期为$\frac{2\pi}{2}$=π，当 x=$\frac{\pi}{3}$时，函数 y=1，是函数的最大值，满足它的图象关于直线 x=$\frac{\pi}{3}$对称；

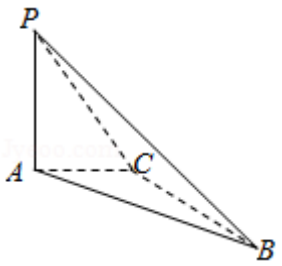
且在区间 $[\frac{5\pi}{6}, \pi]$上，$2x-\frac{\pi}{6}\in[\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}]$，故该函数在区间 $[\frac{5\pi}{6}, \pi]$上是单调递增函数，满足条件.

故选：D.

6.【解答】由三视图可知：该几何体是一个三棱锥．其中 PA⊥底面 ABC，PA=AC=CB=1.

则该三棱锥的最长棱的长是 PB，$PB=\sqrt{PA^2+AB^2}=\sqrt{1^2+2^2+1^2}=\sqrt{6}$.

故选；A.



7.【解答】∵当 x≤2 时，f（x）=x－1，

∴$f(x)_{max}=f(2)=1$

∵函数 $f(x)=\begin{cases}x-1, & x\leqslant 2\\ 2+\log_a x, & x>2\end{cases}$（a>0 且 a≠1）的最大值为 1

∴当 x>2 时，$2+\log_a x\leqslant 1$.

∴$\begin{cases}0<a<1\\ \log_a 2\leqslant -1\end{cases}$，

解得 $a\in[\frac{1}{2}, 1)$

故选：A

8.【解答】延长 AD 到点 E，使得 DE=CD，连接 BE 交 CD 于点 F，则

PB=PD+CD=PD+DE=PE

∴∠E=∠PBF，

∵DE∥BC，

∴∠CBF=∠E=∠PBF，

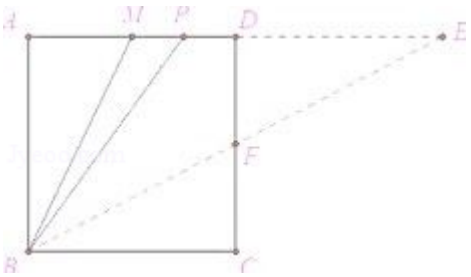
∴∠PBC=∠PBF+∠CBF=2∠E，

∵△DEF≌△CBF，

∴$DF=CF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AD=AM$，

∴△DEF≌△ABM，

∴∠MBA=∠E=$\frac{1}{2}$∠PBC.



二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.把答案填在答题卡上.

9.【解答】模拟程序的运行，可得

k=2，S=1

满足条件 k＜5，执行循环体，S=3，k=3

满足条件 k＜5，执行循环体，S=6，k=4

满足条件 k＜5，执行循环体，S=10，k=5

不满足条件 k＜5，退出循环，输出 S 的值为 10.

故答案为：10.

10.【解答】∵向量$\vec{a}$=（1，2），向量$\vec{b}$=（2，m），

∴$\vec{a}+\vec{b}$=（3，2+m），

又$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$垂直，

∴（$\vec{a}+\vec{b}$）•$\vec{a}$=0，

即 1×3+2（2+m）=0，

解得 m=-$\frac{7}{2}$.

故答案为：$-\frac{7}{2}$.

11.【解答】因为点 M（1，1）满足圆（x+1）^{2}+（y-2）^{2}=5 的方程，所以 M 在圆上，

又过点 M（1，1）的直线 l 与圆（x+1）^{2}+（y-2）^{2}=5 相切，且与直线 ax+y-1=0 垂直，

所以切点与圆心连线与直线 ax+y-1=0 平行，

所以直线 ax+y-1=0 的斜率为：-a=$\frac{2-1}{-1-1}$=-$\frac{1}{2}$，所以 a=$\frac{1}{2}$.

直线 l 的方程为 y-1=2（x-1），即 2x-y-1=0

故答案为：$\frac{1}{2}$，2x﹣y﹣1=0.

12.【解答】由 $y^2=8x$ 得抛物线的焦点在 x 轴，且 2p=8，则 p=4，$\frac{p}{2}=2$，

即抛物线的准线方程为 x=﹣2，

双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$，

当 x=﹣2 时，$y=\pm\frac{2b}{a}$，

即 M（﹣2，$\frac{2b}{a}$），N（﹣2，$-\frac{2b}{a}$），则 $KN=\frac{4b}{a}$，

∵△MON 的面积为 8，

∴$S=\frac{1}{2}\times2\times\frac{4b}{a}=\frac{4b}{a}=8$，

即 b=2a，则 $c^2=a^2+b^2=a^2+4a^2=5a^2$，

即 $c=\sqrt{5}a$，

则离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$，

故答案为：x=﹣2，$\sqrt{5}$

13.【解答】关于 x，y 不等式组$\begin{cases}x\geqslant0\\y\geqslant x\\x+y\leqslant2\end{cases}$表示的平面区域为如图三角形 ABO：

可知 A（1，21），B（2，0）

而不等式 2x﹣y≥k 表示直线 2x﹣y﹣k=0 的左下方，

直线 2x﹣y﹣k=0 与 y 轴交点坐标为（0，﹣k），

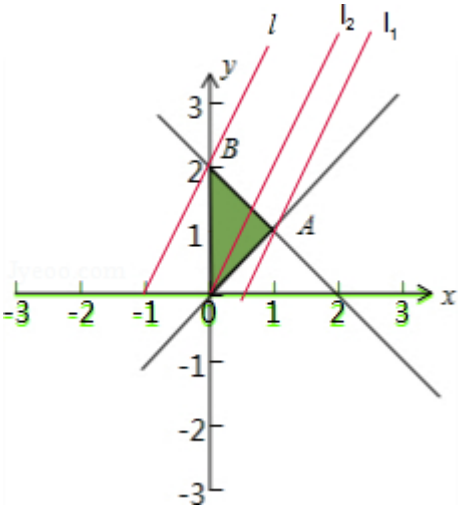
若直线 2x﹣y﹣k=0 与 y 轴交点在线段 OB 上（不包括 B 点，不包括 O 点），直线 2x﹣y﹣k=0 在 l 的左上方，或夹在 l_1 与 l_2 之间.

或直线 2x﹣y﹣k=0 与直线 x+y=2 的交点在 AB 内，

关于 x，y 的不等式组$\begin{cases}x\geqslant0\\y\geqslant x\\x+y\leqslant2\\2x-y\geqslant k\end{cases}$所表示的平面区域 D 不为三角形区域.

﹣k≥2，0≤﹣k≤2﹣1，解得：k≤﹣2 或﹣1≤k≤0.

故答案为：k≤﹣2 或﹣1≤k≤0.



14.【解答】每年支出的费用构成以 8 为首项，d=2 为公差的等差数列，

则 f（n）=26n - （8n+$\frac{n(n-1)}{2}$×2） - 60= - n^2+19n - 60，

由 f（n）= - n^2+19n - 60＞0 得 n^2 - 19n+60＜0，

即（n - 4）（n - 15）＜0，

得 4＜n＜15，

故当 n=5 时，开始盈利，

故答案为： - n^2+19n - 60，5

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.【解答】（Ⅰ）在△ABC 中，因为 $c=\sqrt{3}$，$\sin A=\sqrt{6}\sin C$，

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，

得 $a=\sqrt{6}\cdot c=\sqrt{6}\times\sqrt{3}=3\sqrt{2}$. …（6 分）

（Ⅱ） 由$\cos 2A=1-2\sin^2 A=-\frac{1}{3}$得，$\sin^2 A=\frac{2}{3}$，

由$0<A<\frac{\pi}{2}$得，$\sin A=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

则$\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2$ - 2bccosA，

化简得，b^2 - 2b - 15=0，解得 b=5 或 b= - 3（舍负）.

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 5\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.　　…（13 分）

16.【解答】（Ⅰ）$\overline{x}_{甲}=\frac{79+84+88+89+93+95}{6}=88$，$\overline{x}_{乙}=\frac{78+83+84+86+95+96}{6}=87$. …4 分

（Ⅱ）甲区优秀企业得分为88，89，93，95共4个，乙区优秀企业得分为86，95，96共3个.

从两个区各选一个优秀企业，所有基本事件为：

（88，86），（88，95），（88，96），（89，86），（89，95），（89，96），

（93，86），（93，95），（93，96），（95，86），（95，95），（95，96），共12个.

其中得分的绝对值的差不超过5分有：

（88，86），（89，86），（93，95），（93，96），（95，95），（95，96）共6个.

则这两个企业得分差的绝对值不超过5分的概率 $p=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$. …13分

17.【解答】（Ⅰ）因为 a_2，a_4，a_9 成等比数列，所以 $a_4^2=a_2\cdot a_9$.

将 $a_1=1$ 代入得 $(1+3d)^2=(1+d)\cdot(1+8d)$，

解得 $d=0$ 或 $d=3$.

因为数列 $\{a_n\}$ 为公差不为零的等差数列，

所以 $d=3$.

数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=1+(n-1)\cdot 3=3n-2$.

（Ⅱ）因为对任意 $n\in N^*$，$n\neq 6$ 时，都有 $S_n<S_6$，所以 S_6 最大，

则 $\begin{cases}S_5<S_6\\S_7<S_6\end{cases}$，所以 $\begin{cases}a_6>0\\a_7<0\end{cases}$ 则 $\begin{cases}a_1+5d>0\\a_1+6d<0\end{cases}$，

因此 $-5d<a_1<-6d$.

因为 a_1，$d\in Z$，$d<0$，

故当 $d=-1$ 时，$5<a_1<6$，此时 a_1 不满足题意.

当 $d=-2$ 时，$10<a_1<12$，则 $a_1=11$，

当 $d=-3$ 时，$15<a_1<18$，$a_1=16$，17，

易知 $d\leqslant -3$ 时，$a_1\geqslant 16$，则 a_1 的最小值为11.

18.【解答】（Ⅰ）因为△ABE 为等边三角形，O 为BE 的中点，

所以 AO⊥BE. 又因为平面 ABE⊥平面 BCDE，平面 ABE∩平面 BCDE=BE，AO⊂平面 ABE，

所以 AO⊥平面 BCDE. 又因为 CD⊂平面 BCDE，

所以 AO⊥CD.

（Ⅱ）连结 BD，因为四边形 BCDE 为菱形，

所以 CE⊥BD.

因为 O，F 分别为 BE，DE 的中点，

所以 OF∥BD，所以 CE⊥OF.

由（Ⅰ）可知，AO⊥平面 BCDE.

因为 CE⊂平面 BCDE，所以 AO⊥CE.

因为 AO∩OF=O，所以 CE⊥平面 AOF.

又因为 CE⊂平面 ACE，

所以平面 AOF⊥平面 ACE.

（Ⅲ）当点 P 为 AC 上的三等分点（靠近 A 点）时，BP∥平面 AOF.

证明如下：

设 CE 与 BD，OF 的交点分别为 M，N，连结 AN，PM.

因为四边形 BCDE 为菱形，O，F 分别为 BE，DE 的中点，

所以$\frac{NM}{MC}=\frac{1}{2}$.

设 P 为 AC 上靠近 A 点的三等分点，

则$\frac{AP}{PC}=\frac{NM}{MC}=\frac{1}{2}$，所以 PM∥AN.

因为 AN⊂平面 AOF，PM⊄平面 AOF，所以 PM∥平面 AOF.

由于 BD∥OF，OF⊂平面 AOF，BD⊄平面 AOF，

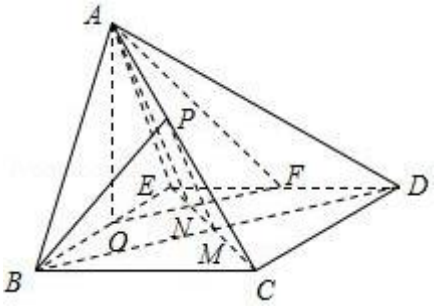
所以 BD∥平面 AOF，即 BM∥平面 AOF.

因为 BM∩PM=M，

所以平面 BMP∥平面 AOF.

因为 BP⊂平面 BMP，所以 BP∥平面 AOF.

∴侧棱 AC 上存在点 P，使得 BP∥平面 AOF，且$\frac{AP}{PC}=\frac{1}{2}$.



19.【解答】（Ⅰ） 函数 f（x） 的定义域为{x|x>0}，$f'(x)=\frac{ax^2-(a+1)x+1}{x^2}=\frac{(ax-1)(x-1)}{x^2}$.

（1）当 a≤0 时，ax－1<0，令 f’（x）>0，解得 0<x<1，则函数 f（x） 的单调递增区间为（0，1），

令 f’（x）<0，解得 x>1，函数 f（x） 单调递减区间为（1，+∞）.

所以函数 f（x） 的单调递增区间为（0，1），单调递减区间为（1，+∞）.

（2）当 0＜a＜1，令 f’（x）＜0，解得 1＜x＜$\frac{1}{a}$，则函数 f（x） 的单调递减区间为 （1，$\frac{1}{a}$）；

令 f’（x）＞0，解得 0＜x＜1 或 x＞$\frac{1}{a}$，则函数 f（x） 的单调递增区间为 （0，1），（$\frac{1}{a}$，+∞）；

（3）当 a=1 时，f’（x）≥0 恒成立，则则函数 f（x） 的单调递增区间为（0，+∞），

（4）当 a＞1 时，$\frac{1}{a}$＜1，令 f’（x）＜0，解得$\frac{1}{a}$＜x＜1，则函数 f（x） 的单调递减区间为 （$\frac{1}{a}$，1）；

令 f’（x）＞0，解得 0＜x＜$\frac{1}{a}$或 x＞1，则函数 f（x） 的单调递增区间为 （0，$\frac{1}{a}$），（1，+∞）；

（Ⅱ）由（Ⅰ）得当 a=1 时，函数 f（x）在区间[$\frac{1}{e}$，e]上单调递增，则 f（x）$_{min}$=f（$\frac{1}{e}$）=$\frac{1}{e}$－e－2＜1，故不满足条件，

若 a≥e，则由（Ⅰ）知，函数 f（x） 在（1，e ）上单调递增，在（$\frac{1}{e}$，1）单调递减，

f（x）$_{min}$=f（1）=a－1＞e－1＞1，满足条件

当 1＜a＜e 时，由（Ⅰ）知，函数 f（x） 在（$\frac{1}{e}$，$\frac{1}{a}$），（1，e ）上单调递增，在（$\frac{1}{a}$，1）单调递减，

当 x=1 时，函数 f（x）有极小值，极小值为 a－1，

若极小值为最小值，f（x）＞1 在区间[$\frac{1}{e}$，e]上恒成立，则 a－1＞1，解得 2＜a＜e，

若 f（x）$_{min}$=f（$\frac{1}{e}$）=$\frac{a}{e}$－e+a+1，

则$\frac{a}{e}$－e+a+1＞1，

即 a＞$\frac{e^2}{e+1}$

因为$\frac{e^2}{e+1}$＜2，

综上所述 a 的取值范围为（2，+∞）.

20.【解答】（Ⅰ）依题 a=$\sqrt{2}\lambda$，c=$\sqrt{2\lambda^2-\lambda^2}=\lambda$，

所以椭圆 C 离心率为 e=$\frac{\lambda}{\sqrt{2}\lambda}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. …（3 分）

（Ⅱ）依题意 $x_0\neq0$，令 y=0，由$\frac{x_0x}{2}+y_0y=1$，得 x=$\frac{2}{x_0}$，则 A($\frac{2}{x_0}$，0).

令 x=0，由$\frac{x_0x}{2}+y_0y=1$，得 y=$\frac{1}{y_0}$，则B(0，$\frac{1}{y_0}$).

则△OAB 的面积 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|OA||OB|=\frac{1}{2}|\frac{2}{x_0y_0}|=\frac{1}{|x_0y_0|}$.

因为 P（x_0，y_0）在椭圆 C：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$上，所以$\frac{x_0^2}{2}+y_0^2=1$.

所以 $1=\frac{x_0^2}{2}+y_0^2\geqslant 2\frac{|x_0y_0|}{\sqrt{2}}$，即 $|x_0y_0|\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\frac{1}{|x_0y_0|}\geqslant\sqrt{2}$.

所以 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|OA||OB|=\frac{1}{|x_0y_0|}\geqslant\sqrt{2}$.

当且仅当 $\frac{x_0^2}{2}=y_0^2$，即 $x_0=\pm 1$，$y_0=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，△OAB 面积的最小值为 $\sqrt{2}$. …（8 分）

（III）由 $\frac{y_0^2}{\lambda^2}=1-\frac{x_0^2}{2\lambda^2}>0$，解得 $-\sqrt{2}\lambda<x_0<\sqrt{2}\lambda$.

①当 $x_0=0$ 时，P（0，λ），Q（-λ，2λ），此时 $k_{F_2P}=-1$，$k_{F_2Q}=-1$.

因为 $k_{F_2Q}=k_{F_2P}$，所以三点 Q，P，F_2 共线.

当 P（0，-λ）时，也满足.

②当 $x_0\neq 0$ 时，设 Q（m，n），$m\neq-\lambda$，F_1Q 的中点为 M，则 $M(\frac{m-\lambda}{2},\frac{n}{2})$，代入直线 l 的方程，得：

$x_0m+2y_0n-x_0\lambda-4\lambda^2=0$.

设直线 F_1Q 的斜率为 k，则 $k=\frac{n}{m+\lambda}=\frac{2y_0}{x_0}$，

所以 $2y_0m-x_0n+2y_0\lambda=0$. 由 $\begin{cases}x_0m+2y_0n-x_0\lambda-4\lambda^2=0\\2y_0m-x_0n+2y_0\lambda=0\end{cases}$，

解得 $m=\frac{2x_0^2\lambda+4x_0\lambda^2}{4y_0^2+x_0^2}-\lambda$，$n=\frac{4x_0y_0\lambda+8y_0\lambda^2}{4y_0^2+x_0^2}$.

所以 $Q(\frac{2x_0^2\lambda+4x_0\lambda^2}{4y_0^2+x_0^2}-\lambda,\frac{4x_0y_0\lambda+8y_0\lambda^2}{4y_0^2+x_0^2})$.

当点 P 的横坐标与点 F_2 的横坐标相等时，把 $x_0=\lambda$，$y_0^2=\frac{\lambda^2}{2}$ 代入 $m=\frac{2x_0^2\lambda+4x_0\lambda^2}{4y_0^2+x_0^2}-\lambda$，得 $m=\lambda$，

则 P，Q，F_2 三点共线.

当点 P 的横坐标与点 F_2 的横坐标不相等时，

直线 F_2P 的斜率为 $k_{F_2P}=\frac{y_0}{x_0-\lambda}$.

由 $-\sqrt{2}\lambda\leqslant x_0\leqslant\sqrt{2}\lambda$，$x_0\neq-2\lambda$.

所以直线 F_2Q 的斜率为 $k_{F_2Q}=\dfrac{\dfrac{4x_0y_0\lambda+8y_0\lambda^2}{4y_0^2+x_0^2}}{\dfrac{2x_0^2\lambda+4x_0\lambda^2}{4y_0^2+x_0^2}-2\lambda}=\dfrac{4x_0y_0\lambda+8y_0\lambda^2}{2x_0^2\lambda+4x_0\lambda^2-8y_0^2\lambda-2x_0^2\lambda}$

$=\dfrac{4x_0y_0\lambda+8y_0\lambda^2}{4x_0\lambda^2-8y_0^2\lambda}=\dfrac{x_0y_0+2y_0\lambda}{x_0\lambda-2y_0^2}=\dfrac{y_0(x_0+2\lambda)}{x_0^2+\lambda x_0-2\lambda^2}$

$=\dfrac{y_0(x_0+2\lambda)}{(x_0-\lambda)(x_0+2\lambda)}=\dfrac{y_0}{x_0-\lambda}$.

因为 $k_{F_2Q}=k_{F_2P}$，所以 Q，P，F_2 三点共线.

综上所述 Q，P，F_2 三点共线. …（14 分）