2016 北京昌平高三二模

数　　学（理）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1.（5 分）复数$\frac{i}{1-i}$=（　　）

A. $\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}-\frac{i}{2}$

2.（5 分）已知双曲线 C：$mx^2-ny^2=1$ 的一个焦点为 F（－5，0).，实轴长为 6，则双曲线 C 的渐近线方程为（　　）

A. $y=\pm\frac{4}{3}x$　B. $y=\pm\frac{3}{4}x$　C. $y=\pm\frac{5}{3}x$　D. $y=\pm\frac{3}{5}x$

3.（5 分）若 x，y 满足$\begin{cases}x\leqslant 2\\ x-y+1\geqslant 0\\ x+y-2\geqslant 0\end{cases}$．则 z=2x－y 的最小值为（　　）

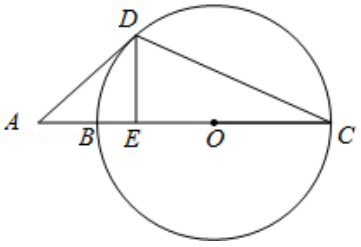
A. 4　　B. 1　　C. 0　　D. $-\frac{1}{2}$

4.（5 分）设 α、β 是两个不同的平面，b 是直线且 b⊂β，“b⊥α”是“α⊥β”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

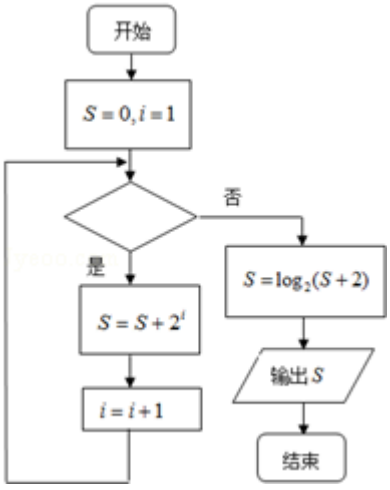
C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

5.（5 分）过点 A 和圆心 O 的直线交⊙O 于 B，C 两点（AB＜AC），AD 与⊙O 切于点 D，DE⊥AC 于 E，AD=$3\sqrt{5}$，AB=3，则 BE 的长度为（　　）



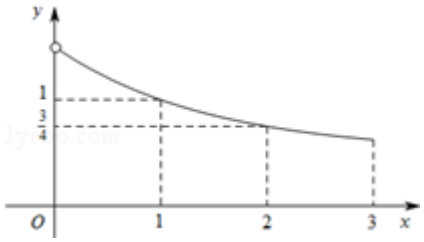
A. 1　　B. $\sqrt{2}$　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

6.（5 分）如图所示的程序框图，如果输出的 S 值为 3，则判断框内应填入的判断条件为（　　）



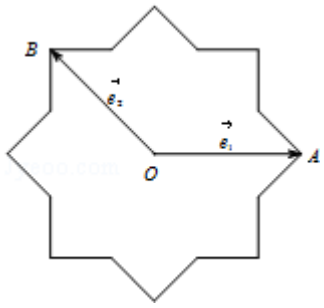
A. i＜2　B. i＜3　C. i＜4　D. i＜5

7.（5 分）函数 f（x） 是定义在[- 3，0）∪（0，3]上的奇函数，当 x∈（0，3]时，f（x） 的图象如图所示，那么满足不等式 f（x）≥2^x - 1 的 x 的取值范围是（　　）



A. [- 3， - 2]∪[2，3]　B. [- 3， - 2]∪（0，1]　C. [- 2，0）∪[1，3]　D. [- 1，0）∪（0，1]

8.（5 分）将一个圆的八个等分点分成相间的两组，连接每组的四个点得到两个正方形．去掉两个正方形内部的八条线段后可以形成一正八角星，如图所示．设正八角星的中心为 O，并且 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{e_2}$，若将点 O 到正八角星 16 个顶点的向量，都写成为 $\lambda\overrightarrow{e_1}+\mu\overrightarrow{e_2}$，λ，μ∈R 的形式，则 λ + μ 的最大值为（　　）



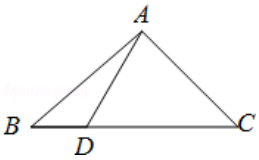
A. $\sqrt{2}$　B. 2　C. 1+$\sqrt{2}$　D. $2\sqrt{2}$

一、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

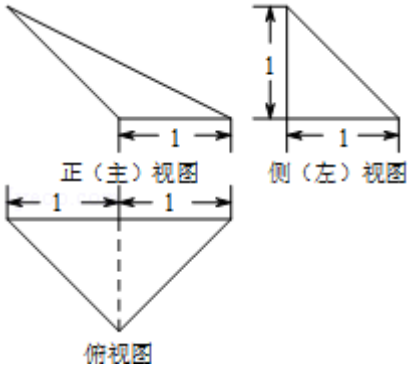
9.（5 分）已知 S_n 是等比数列{a_n}（n∈N^*）的前 n 项和，若 S_3=14，公比 q=2，则数列{a_n}的通项公式 a_n=_____.

10.（5 分）极坐标系中，O 为极点，点 A 为直线 l：ρ sin θ = ρ cos θ +2 上一点，则|OA|的最小值为_____.

11.（5 分）如图，点 D 是△ABC 的边 BC 上一点，AB=$\sqrt{7}$，AD=2，BD=1，∠ACB=45°，那么∠ADB=_____，AC=___



12.（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥中最长棱的棱长为_____.



13.（5 分）2016 年 3 月 12 日，第四届北京农业嘉年华在昌平拉开帷幕．活动设置了“三馆两园一带一谷”七大板块．“三馆”即精品农业馆、创意农业馆、智慧农业馆；“两园”即主题狂欢乐园、农事体验乐园；“一带”即草

莓休闲体验带；“一谷”即延寿生态观光谷．某校学生准备去参观，由于时间有限，他们准备选择其中的“一馆一园一带一谷”进行参观，那么他们参观的不同路线最多有_____种．（用数字作答）

14．（5 分）已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=a$（$0<a\leqslant 1$），$a_{n+1}=\begin{cases} a_n-1, & (a_n>1) \\ -a_n+\frac{3}{2}, & (a_n\leqslant 1) \end{cases}$（$n\in N^*$）

①若 $a_3=\frac{1}{6}$，则 $a=$_____；

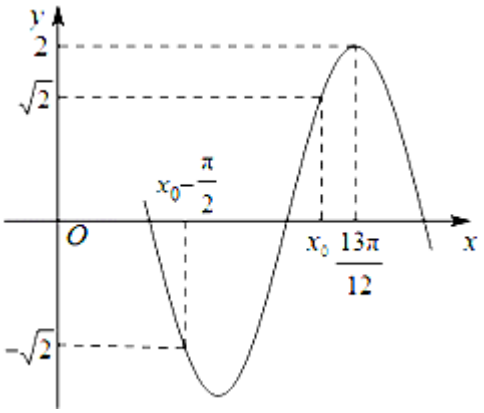
②记 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，则 $S_{2016}=$_____．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．）

15．（13 分）已知函数 f（x）=Asin（ωx+φ）（A>0，ω>0，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示．

（Ⅰ）写出函数 f（x）的解析式及 x_0 的值；

（Ⅱ）求函数 f（x）在区间$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$上的最大值与最小值．



参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．）

1.【解答】$\frac{i}{1-i}=\frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-1+i}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{i}{2}$.

故选：C.

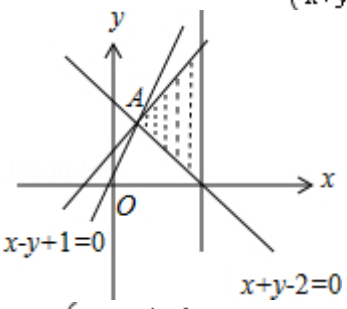
2.【解答】双曲线 C：$mx^2-ny^2=1$ 的一个焦点为 F（－5，0），实轴长为 6，

可得 c=5，a=3，b=$\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{25-9}=4$，

双曲线的渐近线方程为：$y=\pm\frac{4}{3}x$.

故选：A.

3.【解答】由约束条件$\begin{cases}x\leqslant 2\\ x-y+1\geqslant 0\\ x+y-2\geqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，



联立$\begin{cases}x-y+1=0\\ x+y-2=0\end{cases}$，解得 A（$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$），

化目标函数 z=2x－y 为 y=2x－z，

由图可知，当直线 y=2x－z 过点 A（$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$）时，直线在 y 轴上的截距最大，z 有最小值为 $2\times\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}$.

故选：D.

4.【解答】α、β 是两个不同的平面，b 是直线且 b⊂β “b⊥α”⇒α⊥β；反之不成立，

若 α⊥β，b⊂β，b⊥α 不一定成立.

故选：A.

5.【解答】连接 OD.

∵AD 与⊙O 切于点 D，∴$AD^2=AB\cdot AC$，∴$AC=\frac{(3\sqrt{5})^2}{3}=15$.

∴BC=15﹣3=12，∴⊙O 的半径 r=6.

在 Rt△ADO 中，$S_{\triangle ADO}=\frac{1}{2}AD\cdot DO=\frac{1}{2}DE\cdot AO$，解得 $DE=\frac{3\sqrt{5}\times 6}{3+6}=2\sqrt{5}$.

∵DE⊥BC，

∴$BE\cdot EC=DE^2$，即 $BE\cdot(BC-BE)=DE^2$，

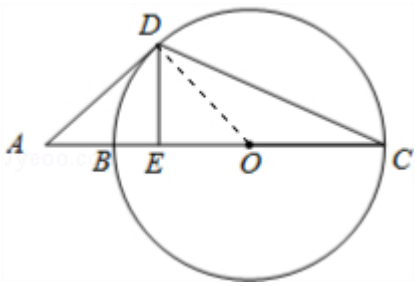
∴$BE^2-BC\cdot BE+DE^2=0$，

∴$BE^2-12BE+20=0$，

解得 BE=2 或 10（舍去）.

∴BE=2，

故选：C.



6.【解答】由题意，若输出 S 的值为 3，可得：$3=\log_2(S+2)$，即退出循环时 S 的值为 6.

模拟程序框图的运行过程，得

S=0，i=1

满足条件，执行循环体，S=2，i=2

满足条件，执行循环体，S=6，i=3

此时，由题意，应该不满足条件，退出循环，输出 S 的值为 6，

故判断框内应填入的判断条件为 i＜3.

故选：B.

7.【解答】由图象可知，x=0 时，$2^x-1=0$，∴f（x）≥0，成立；

当 x∈（0，3]时，f（x）单调递减，

当 0＜x≤1 时，f（x）＞1，$2^x-1\leqslant 1$，满足不等式 f（x）$\geqslant 2^x-1$；

当 1＜x＜3 时，f（x）＜1，$1<2^x-1<7$，不满足不等式 f（x）$\geqslant 2^x-1$；

∵函数 f（x） 是定义在[﹣3，0）∪（0，3]上的奇函数，

∴当 x∈[﹣3，0）时，f（x）单调递减，

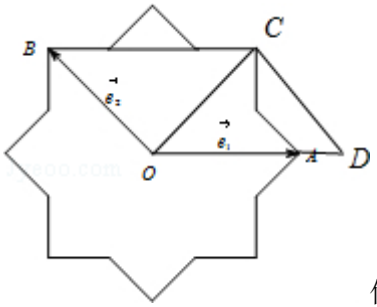
当 ﹣3＜x≤﹣2 时，$-\frac{3}{4}\leqslant f(x)<0$，$-\frac{7}{8}<2^x-1\leqslant -\frac{3}{4}$，满足不等式 f（x）$\geqslant 2^x-1$；

当 x＞－2 时，f（x）＜$-\frac{3}{4}$，$2^x-1>-\frac{3}{4}$，不满足不等式 f（x）≥2^x-1；

∴满足不等式 f（x）≥2^x-1 的 x 的取值范围是[－3，－2]∪[0，1].

故选：B.

8.【解答】如图，根据图形及向量加法的平行四边形法则可看出 O 到顶点 C 的向量$\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{e_1}+\mu\overrightarrow{e_2}$，此时 λ＋μ 最大；



作平行四边形 OBCD，设 BC=a，根据题意得，OA=$\frac{\sqrt{2}}{2}a$；

∴$\frac{|\overrightarrow{OD}|}{|\overrightarrow{OA}|}=\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}=\sqrt{2}$；

∴$\overrightarrow{OD}=\sqrt{2}\overrightarrow{OA}$；

∴$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\sqrt{2}\overrightarrow{OA}=\sqrt{2}\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$；

又$\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{e_1}+\mu\overrightarrow{e_2}$；

∴$\lambda+\mu=1+\sqrt{2}$；

即 λ＋μ 的最大值为$1+\sqrt{2}$.

故选 C.

一、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

9.【解答】∵S_n是等比数列{a_n}（n∈N^*）的前 n 项和，若 S_3=14，公比 q=2，

∴$s_3=\frac{a_1(1-2^3)}{1-2}=14$，

解得：a_1=2，

∴$a_n=2^n(n\in N^*)$.

故答案为：2^n（N^*）.

10.【解答】直线 l：ρsinθ=ρcosθ+2 的普通方程为：y=x+2，

极坐标系中，O 为极点，点 A 为直线 l：ρsinθ=ρcosθ+2 上一点，则|OA|的最小值就是原点到直线的距离：

$d=\frac{|0-0+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.

11.【解答】∵AB=$\sqrt{7}$，AD=2，BD=1，∠ACB=45°，

∴由余弦定理可得：$\cos\angle ADB=\frac{AD^2+BD^2-AB^2}{2AD\cdot BD}=\frac{4+1-7}{2\times2\times1}=-\frac{1}{2}$，

∵∠ADB∈（0，π），

∴$\angle ADB=\frac{2\pi}{3}$，

∴$\angle ADC=\pi-\angle ADB=\frac{\pi}{3}$，

∴由正弦定理可得：$AC=\frac{AD\cdot\sin\angle ADC}{\sin\angle ACB}=\frac{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{6}$.

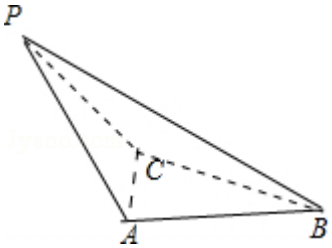
故答案为：$\frac{2\pi}{3}$，$\sqrt{6}$.

12.【解答】由三视图可知：该几何体为三棱锥，AC⊥侧面 PBC.

∠PCB=135°，BC=1，PC=$\sqrt{2}$.

则该三棱锥中最长棱的棱长为 PB=$\sqrt{PC^2+BC^2-2PC\cdot BC\cos\angle PCB}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1-2\times1\times\sqrt{2}\times\cos135^\circ}=\sqrt{5}$.

故答案为：$\sqrt{5}$.



13.【解答】由题意，先选择一馆一园一带一谷，再进行排序，即$C_3^1C_2^1A_4^4$=144 种.

故答案为：144.

14.【解答】①∵$a_1=a$（$0<a\leqslant1$），$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-1,&(a_n>1)\\-a_n+\frac{3}{2},&(a_n\leqslant1)\end{cases}$（$n\in N^*$），

∴$a_2=-a_1+\frac{3}{2}=-a+\frac{3}{2}$.

当$\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant1$时，$a_3=-a_2+\frac{3}{2}=a=\frac{1}{6}$，舍去；

当$0<a<\frac{1}{2}$时，$a_3=a_2-1=-a+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$，解得 $a=\frac{1}{3}$，满足条件.

∴$a=\frac{1}{3}$.

②$a_1=a$（$0<a\leqslant 1$），$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-1, & (a_n>1)\\ -a_n+\frac{3}{2}, & (a_n\leqslant 1)\end{cases}$（$n\in N^*$），

∴$a_2=-a_1+\frac{3}{2}=-a+\frac{3}{2}$.

当$\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 1$时，$a_3=-a_2+\frac{3}{2}=a$，∴$a_4=-a_2+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}-a$，∴$a_{n+2}=a_n$.

$S_{2016}=(a_1+a_2)\times 1008=1512$.

当$0<a<\frac{1}{2}$时，$a_3=a_2-1=-a+\frac{3}{2}-1=-a+\frac{1}{2}<\frac{1}{2}$，

∴$a_4=-a_3+\frac{3}{2}=-(-a+\frac{1}{2})+\frac{3}{2}=a+1>1$，∴$a_5=a_4-1=a$.

∴$a_{n+4}=a_n$.

∴$S_{2016}=(a_1+a_2+a_3+a_4)\times 504=3\times 504=1512$.

综上可得：$S_{2016}=1512$.

故答案分别为：$\frac{1}{3}$；1512.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.【解答】（I）∵A>0，ω>0，由函数图象可知，A=2，$T=\frac{2\pi}{\omega}=2[x_0-(x_0-\frac{\pi}{2})]=\pi$，解得 ω=2，

又∵函数过点（$\frac{13\pi}{12}$，2），可得：$2=2\sin(2\times\frac{13\pi}{12}+\phi)$，解得：$2\times\frac{13\pi}{12}+\phi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈Z，

又$|\phi|<\frac{\pi}{2}$，

∴可得：$\phi=\frac{\pi}{3}$，

∴$f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，

∵由函数图象可得：$2\sin(2x_0+\frac{\pi}{3})=\sqrt{2}$，解得：$2x_0+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{4}$，k∈Z，可得：$x_0=k\pi-\frac{\pi}{24}$，k∈Z，

又∵$\frac{13\pi}{12}-\frac{\pi}{4}<x_0<\frac{13\pi}{12}$，

∴$x_0=\frac{23\pi}{24}$，…（7 分）

（II）由 $x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$，可得：$2x+\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$，…（9 分）

当 $2x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{6}$时，即 $x=-\frac{\pi}{4}$，$f(x)_{min}=f(-\frac{\pi}{4})=-1$，

当 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ 时，即 $x=\frac{\pi}{12}$，$f(x)_{max}=f(\frac{\pi}{12})=2$.　　…（13 分）

16.【解答】（1）两校新生的数学测试样本成绩的平均值相同；

甲校新生的数学测试样本成绩的方差小于乙校新生的数学测试样本成绩的方差.

（2）设事件 D=“从甲、乙两校新生中各随机抽取一名新生，甲校新生的数学基础等级高于乙校新生的数学基础等级”.

设事件 E_1=“从甲校新生中随机抽取一名新生，其数学基础等级为 A”，$P(E_1)=\frac{1}{5}$，

设事件 E_2=“从甲校新生中随机抽取一名新生，其数学基础等级为 B”，$P(E_2)=\frac{7}{10}$，

设事件 F_1=“从乙校新生中随机抽取一名新生，其数学基础等级为 B”，$P(F_1)=\frac{3}{10}$，

设事件 F_2=“从乙校新生中随机抽取一名新生，其数学基础等级为 C”，$P(F_2)=\frac{3}{10}$，

根据题意，$D=E_1F_1\cup E_1F_2\cup E_2F_2$，所以 $P(D)=P(=E_1F_1)+P(E_1F_2)+P(E_2F_2)$

$=\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{10}+\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{10}+\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{10}=\frac{33}{100}$，

因此，从甲、乙两校新生中各随机抽取一名新生，甲校新生的数学基础等级高于乙校新生的数学基础等级的概率为 $\frac{33}{100}$.

17.【解答】（I）连接 B_1C，交 BC_1 于点 G，连接 GD.

∵四边形 BCC_1B_1 是平行四边形，∴G 为 B_1C 的中点，

∵D 为 AC 中点，

∴$GD\parallel AB_1$. 又 $GD\subset$ 平面 BC_1D，$AB_1\not\subset$ 平面 BC_1D，

∴$AB_1\parallel$ 平面 BC_1D.

∵$AB_1\subset$ 平面 AB_1EF，平面 $AB_1EF\cap$ 平面 $BC_1D=EF$，

∴$AB_1\parallel EF$.

（II） 以 C_1 为原点，以 C_1A_1，C_1C，C_1B_1 为坐标轴建立空间直角坐标系如图所示.

则 A（2，2，0），E（0，1，$\frac{1}{2}$），B（0，2，1），C_1（0，0，0），D（1，2，0）.

∴$\overrightarrow{AE}=(-2,-1,\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{C_1B}=(0,2,1)$，$\overrightarrow{C_1D}=(1,2,0)$.

设平面 BC_1D 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{C_1B}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{C_1D}=0\end{cases}$

∴$\begin{cases}2y+z=0\\ x+2y=0\end{cases}$，令 y=1，得 $\vec{n}=(-2,1,-2)$.

$\therefore \cos<\vec{n}, \overrightarrow{AE}>=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\vec{n}||\overrightarrow{AE}|}=\frac{2}{3\sqrt{\frac{21}{4}}}=\frac{4\sqrt{21}}{63}$.

$\therefore$AE 与平面 BC_1D 所成角的正弦值为$\frac{4\sqrt{21}}{63}$.

（III） 假设在线段 BC_1 上存在点 E，使得 $A_1E\perp CE$，

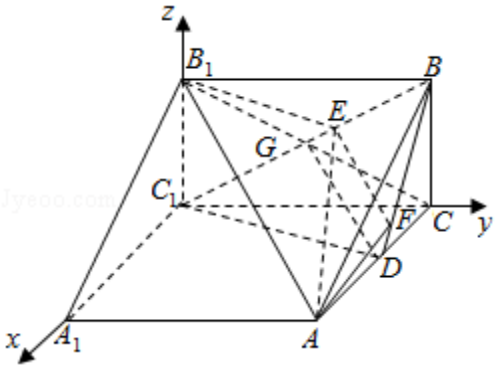
设$\frac{BE}{EC_1}=\lambda$，则$\overrightarrow{C_1E}=\frac{1}{\lambda+1}\overrightarrow{C_1B}=(0, \frac{2}{\lambda+1}, \frac{1}{\lambda+1})$.

$\therefore \overrightarrow{A_1E}=\overrightarrow{C_1E}-\overrightarrow{C_1A_1}=(-2, \frac{2}{\lambda+1}, \frac{1}{\lambda+1})$，$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CC_1}+\overrightarrow{C_1E}=(0, -\frac{2\lambda}{\lambda+1}, \frac{1}{\lambda+1})$.

$\because A_1E\perp CE$，$\therefore \overrightarrow{A_1E}\cdot\overrightarrow{CE}=0$. 即$\frac{-4\lambda}{(\lambda+1)^2}+\frac{1}{(\lambda+1)^2}=0$.

解得：$\lambda=\frac{1}{4}$.

$\therefore$在线段 BC_1 上存在点 E，使得 $A_1E\perp CE$，且$\frac{BE}{C_1E}=\frac{1}{4}$.



18.【解答】（I）$\because$函数 $f(x)=e^{ax}$，$g(x)=-x^2+bx+c$，

$\therefore$函数 $f'(x)=ae^{ax}$，$g'(x)=-2x+b$.

曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点（0，c）处具有公共切线，

$\therefore \begin{cases} f(0)=f(0) \\ f'(0)=g'(0) \end{cases}$，即$\begin{cases} c=1 \\ a=b \end{cases}$，

$\therefore c=1$，$a=b$；…（4 分）

（II）由已知，$h(x)=f(x)-g(x)=e^{ax}+x^2-ax-1$.

$\therefore h'(x)=ae^{ax}+2x-a$，

设 $F(x)=ae^{ax}+2x-a$，所以 $F'(x)=a^2e^{ax}+2$，

$\forall a\in R$，$F'(x)>0$，所以 $h'(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为单调递增函数．…（6 分）

由（I）得，$f'(0)=g'(0)$ 所以 $h'(0)=f'(0)-g'(0)=0$，即 0 是 $h'(x)$ 的零点．

所以，函数 $h(x)$ 的导函数 $h'(x)$ 有且只有一个零点 0．…（7 分）

所以 $h'(x)$ 及 $h(x)$ 符号变化如下，

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$

h（x）	-	0	+
h′（x）	↘	极小值	↗

所以函数 h′（x）的单调递减区间为（-∞，0），单调递增区间为（0，+∞）．…（9 分）

（III）由（II）知当 x∈[0，1]时，h（x）是增函数．

对于任意 x_1，x_2∈[0，1]，都有|h（x_1）-h（x_2）|≤e-1，等价于 h（x）$_{max}$-h（x）$_{min}$=h（1）-h（0）=e^a-a≤e-1，

等价于当 a≥0 时，G（a）=e^a-a-（e-1）≤0，

∵G′（a）=e^a-1≥0，

∴G（a）在[0，+∞）上是增函数，

又 G（1）=0，所以 a∈[0，1]．…（13 分）

19.【解答】（I）由题意知 c=1，b=$\sqrt{3}$，

则 $a^2=b^2+c^2=4$，

所以椭圆 M 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，椭圆 M 的离心率为 e=$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$；

（II）证明：设 A（x_0，y_0），P（x_1，y_1），

则 B（-x_0，-y_0），C（x_0，$\frac{y_0}{2}$），

由点 A，P 在椭圆上，所以$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$①，$\frac{x_1^2}{4}+\frac{y_1^2}{3}=1$②

点 A 不是椭圆 M 的顶点，②-①可得$\frac{y_1^2-y_0^2}{x_1^2-x_0^2}=-\frac{3}{4}$，

法一：又 $k_{PB}=\frac{y_1+y_0}{x_1+x_0}$，$k_{BC}=\frac{\frac{y_0}{2}+y_0}{x_0+x_0}=\frac{3y_0}{4x_0}$，且点 B，C，P 三点共线，

所以$\frac{y_1+y_0}{x_1+x_0}=\frac{3y_0}{4x_0}$，即$\frac{y_0}{x_0}=\frac{4(y_1+y_0)}{3(x_1+x_0)}$，

所以 $k_{AB}\cdot k_{PA}=\frac{y_0}{x_0}\cdot\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}=\frac{4(y_1+y_0)}{3(x_1+x_0)}\cdot\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$

$=\frac{4(y_1^2-y_0^2)}{3(x_1^2-x_0^2)}=\frac{4}{3}\cdot(-\frac{3}{4})=-1$．

即 AB⊥AP．

法二：由已知 AB，AP 的斜率都存在，

$k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}\cdot\frac{y_1+y_0}{x_1+x_0}=\frac{{y_1}^2-{y_0}^2}{{x_1}^2-{x_0}^2}=-\frac{3}{4}$,

又 $k_{PB}=k_{BC}=\frac{3y_0}{4x_0}$，可得 $k_{PA}=-\frac{x_0}{y_0}$，

则 $k_{AB}\cdot k_{PA}=\frac{y_0}{x_0}\cdot(-\frac{x_0}{y_0})=-1$，

即 AB⊥AP.

20.【解答】（Ⅰ）由题意，$\max\{a_n, b_n\}=\max\{\frac{1000}{n}, \frac{2000}{kn}\}$，

因为$\frac{1000}{n}-\frac{2000}{kn}=\frac{1000(k-2)}{kn}$，

所以，当 k=1 时，$\frac{1000}{n}<\frac{2000}{kn}$，则 $\max\{a_n, b_n\}=b_n=\frac{2000}{kn}$，

当 k=2 时，$\frac{1000}{n}=\frac{2000}{kn}$，则 $\max\{a_n, b_n\}=a_n=\frac{1000}{n}$，

当 k≥3 时，$\frac{1000}{n}>\frac{2000}{kn}$，则 $\max\{a_n, b_n\}=a_n=\frac{1000}{n}$. …（4 分）

（Ⅱ）当 k=2 时，$d_n=\max\{a_n, b_n, c_n\}=\max\{a_n, c_n\}=\max\{\frac{1000}{n}, \frac{1500}{200-3n}\}$，

因为数列$\{a_n\}$为单调递减数列，数列$\{c_n\}$为单调递增数列，

所以当$\frac{1000}{n}=\frac{1500}{200-3n}$时，$d_n$取得最小值，此时 $n=\frac{400}{9}$.

又因为 $44<\frac{400}{9}<45$，

而 $d_{44}=\max\{a_{44}, c_{44}\}=a_{44}=\frac{250}{11}$，$d_{45}=c_{45}=\frac{300}{13}$，有 $d_{44}<d_{45}$.

所以 d_n的最小值为$\frac{250}{11}$. …（8 分）

（Ⅲ）由（II）可知，当 k=2 时，d_n的最小值为$\frac{250}{11}$.

当 k=1 时，$d_n=\max\{a_n, b_n, c_n\}=\max\{b_n, c_n\}=\max\{\frac{2000}{n}, \frac{750}{100-n}\}$.

因为数列$\{b_n\}$为单调递减数列，数列$\{c_n\}$为单调递增数列，

所以当$\frac{2000}{n}=\frac{750}{100-n}$时，$d_n$取得最小值，此时 $n=\frac{800}{11}$.

又因为 $72<\frac{800}{11}<73$，

而 $d_{72}=b_{72}=\frac{250}{9}$，$d_{72}=c_{72}=\frac{250}{9}$，.

此时 d_n的最小值为$\frac{250}{9}$，$\frac{250}{9}>\frac{250}{11}$.

（2）k≥3 时，$\frac{1500}{200-(1+k)n}\geqslant\frac{1500}{200-4n}=\frac{375}{50-n}$，$a_n>b_n$，

所以 $d_n=\max\{a_n，b_n，c_n\}=\max\{a_n，c_n\}\geqslant\max\{\frac{1000}{n}，\frac{375}{50-n}\}$.

设 $h_n=\max\{\frac{1000}{n}，\frac{375}{50-n}\}$，

因为数列$\{a_n\}$为单调递减数列，数列$\{\frac{375}{50-n}\}$为单调递增数列，

所以当$\frac{1000}{n}=\frac{375}{50-n}$时，$h_n$取得最小值，此时 $n=\frac{400}{11}$.

又因为 $36<\frac{400}{11}<37$，

而 $h_{36}=a_{36}=\frac{250}{9}$，$h_{37}=\frac{375}{13}$，$\frac{250}{9}<\frac{375}{13}$.

此时 d_n的最小值为$\frac{250}{9}$，$\frac{250}{9}>\frac{250}{11}$..

综上，d_n的最小值为 $d_{44}=\frac{250}{11}$. …（14 分）