2016 北京昌平高三二模

数　　学（文）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1.（5 分）若集合 A={－2，－1，0，1，2}，B={x||x|≤1}，则 A∩B=（　　）

A．{－1，0，1}　B．{0，1}　C．{x|－1≤x≤1}　D．{x|0≤x≤1}

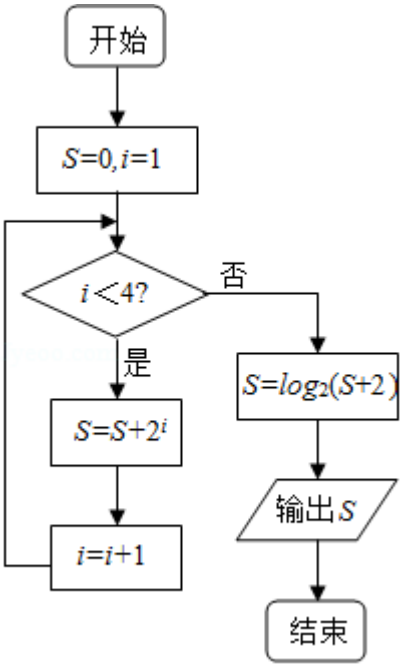
2.（5 分）下列函数中，在（0，+∞）上为减函数的是（　　）

A．$y=\sqrt{x}$　B．$y=\frac{1}{x-1}$　C．$y=\log_{0.5}x$　D．$y=e^x$

3.（5 分）过圆 C：$x^2+(y-1)^2=4$ 的圆心，且与直线 l：3x+2y+1=0 垂直的直线方程是（　　）

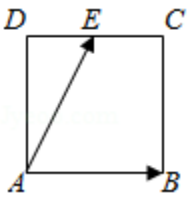
A．2x－3y+3=0　B．2x－3y－3=0　C．2x+3y+3=0　D．2x+3y－3=0

4.（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 S 值为（　　）



A．3　B．4　C．5　D．6

5.（5 分）如图，在正方形 ABCD 中，AD=4，E 为 DC 上一点，且 $\overrightarrow{DE}=3\overrightarrow{EC}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$（　　）



A．20　B．16　C．15　D．12

6.（5 分）设 a∈R，“cos2α=0”是“sinα=cosα”的（　　）

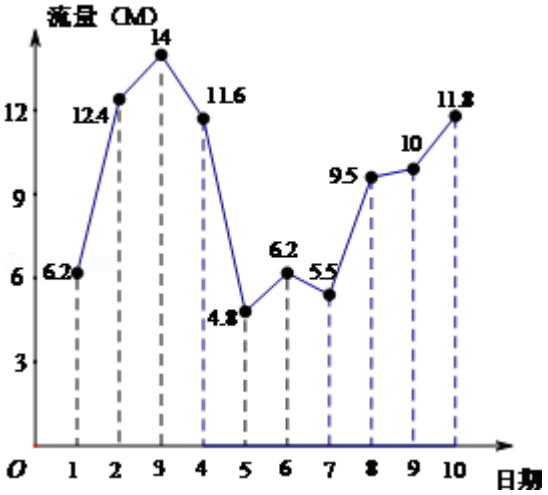
A．充分不必要条件　B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

7.（5 分）已知 f（x）是定义在 R 上的偶函数，当 x≥0 时，f（x）=（$\frac{1}{2}$）$^{x-1}$．则不等式 f（x）－x^2≥0 的解集是（　　）

A．[0，1]　B．[－1，1] C．[1，+∞）　D．（－∞，－1]∪[1，+∞）

8.（5 分）小王的手机使用的是每月 300M 流量套餐，如图记录了小王在 4 月 1 日至 4 月 10 日这十天的流量使用情况，下列叙述中正确的是（　　）



A．1 日－10 日这 10 天的平均流量小于 9.0M/日

B．11 日－30 日这 20 天，如果每天的平均流量不超过 11M，这个月总流量就不会超过套餐流量

C．从 1 日－10 日这 10 天的流量中任选连续 3 天的流量，则 3 日，4 日，5 日这三天的流量的方差最大

D．从 1 日－10 日这 10 天中的流量中任选连续 3 天的流量，则 8 日，9 日，10 日这三天的流量的方差最小

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

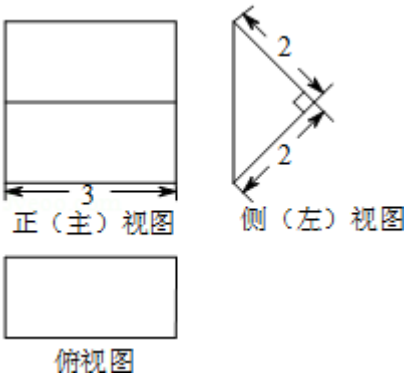
9.（5 分）复数$\frac{1+i}{1-i}$的虚部为_____.

10.（5 分）在△ABC 中，已知 AB=2，BC=$5\sqrt{3}$，cosB=$\frac{4}{5}$，则△ABC 的面积是_____.

11.（5 分）若 x，y 满足$\begin{cases} x\leqslant 2 \\ x-y+1\geqslant 0 \\ x+y-2\geqslant 0 \end{cases}$，则 z=2x+y 的最大值为_____.

12.（5 分）已知抛物线 C：y^2=2px（p＞0）的准线方程为 x=－2，则抛物线 C 的方程为_____；若某双曲线的一个焦点与抛物线 C 的焦点重合，且渐近线方程为 y=±$\sqrt{3}$x，则此双曲线的方程为_____.

13.（5 分）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积是_____.



14.（5 分）为了促进公民通过“走步”健身，中国平安公司推出的“平安好医生”软件，最近开展了“步步夺金”活动．活动规则：①使用平安好医生 APP 计步器，每天走路前 1000 步奖励 0.3 元红包，之后每 2000 步奖励 0.1 元红包，每天最高奖励不超过 3 元红包．②活动期间，连续 3 天领钱成功，从第 4 天起走路奖金翻 1 倍（乘以 2），每天最高奖励不超过 6 元红包．某人连续使用此软件五天，并且

每天领钱成功．这五天他走的步数统计如下：

时间	第一天	第二天	第三天	第四天	第五天
步数	13980	15456	17890	19012	21009

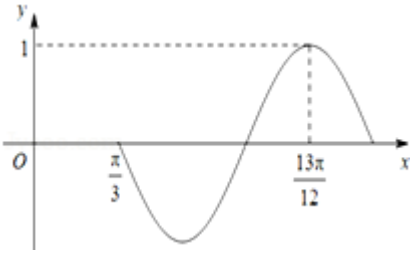
则他第二天获得的奖励红包为_____元，这五天累计获得的奖励红包为_____元．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．）

15．（13 分）已知函数 f（x）=sin（ωx+φ）（ω＞0，|φ|＜$\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示．

（Ⅰ）写出函数 f（x）的最小正周期 T 及 ω、φ 的值；

（Ⅱ）求函数 f（x）在区间[－$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$]上的最大值与最小值．



16．（13 分）在等比数列{a_n}中，a_1=1，a_4=8

（Ⅰ）求数列{a_n}的通项公式；

（Ⅱ）若 a_3，a_5 分别为等差数列{b_n}的第 6 项和第 8 项，求|b_1|+|b_2|+|b_3|+…+|b_n|（n∈N^*）．

17．（13 分）2015 年秋季开始，本市初一学生开始进行开放性科学实践活动，学生可以在全市范围内进行自主选课类型活动，选课数目、选课课程不限．为了了解学生的选课情况，某区有关部门随机抽取本区 600 名初一学生，统计了他们对于五类课程的选课情况，用“+”表示选，“－”表示不选．结果如表所示：

人数　课程	课程一	课程二	课程三	课程四	课程五
50	+	+	-	+	-
80	+	+	-	-	-
125	+	-	+	-	+
150	-	+	+	+	-
94	+	-	-	+	+
76	-	-	+	+	-
25	-	-	+	-	+

（1）估计学生既选了课程三，又选了课程四的概率；

（2）估计学生在五项课程中，选了三项课程的概率；

（3）如果这个区的某学生已经选了课程二，那么其余四项课程中他选择哪一项的可能性最大？

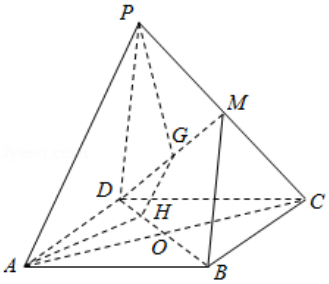
18．（14 分）如图，P 是菱形 ABCD 所在平面外一点，∠BAD=60°，△PCD 是等边三角形，AB=2，PA=2$\sqrt{2}$，M 是 PC

的中点，点 G 为线段 DM 上一点（端点除外），平面 APG 与 BD 交于点 H.

（Ⅰ）求证：PA∥GH；

（Ⅱ）求证：平面 PAC⊥平面 BDM；

（Ⅲ）求几何体 M－BDC 的体积.



19.（13 分）已知函数 f（x）=ax^3－$3x^2$+1（a＞0），g（x）=lnx

（Ⅰ）求函数 f（x）的极值；

（Ⅱ）用 max{m，n}表示 m，n 中的最大值．设函数 h（x）=max{f（x），g（x）}（x＞0），讨论 h（x）零点的个数.

20.（14 分）已知椭圆 M：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的焦距为 2，点 D（0，$\sqrt{3}$）在椭圆 M 上，过原点 O 作直线交椭圆 M 于 A、B 两点，且点 A 不是椭圆 M 的顶点，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 H，点 C 是线段 AH 的中点，直线 BC 交椭圆 M 于点 P，连接 AP.

（Ⅰ）求椭圆 M 的方程及离心率；

（Ⅱ）求证：AB⊥AP；

（Ⅲ）设△ABC 的面积与△APC 的面积之比为 q，求 q 的取值范围.

参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1.【解答】∵B={x||x|≤1}={x|－1≤x≤1}，

∵A={－2，－1，0，1，2}，

∴A∩B={－1，0，1}，

故选 A.

2.【解答】对于 A，$y=\sqrt{x}$是定义域[0，+∞）上的增函数，不满足题意；

对于 B，$y=\frac{1}{x-1}$在（－∞，1）和（1，+∞）上是单调减函数，不满足题意；

对于 C，$y=\log_{0.5}x$ 在（0，+∞）是单调减函数，满足题意；

对于 D，$y=e^x$在（－∞，+∞）是单调增函数，不满足题意.

故选：C.

3.【解答】圆 $x^2+（y－1）^2=4$，

∴圆心的坐标为 C（0，1），

∵直线 3x+2y+1=0 的斜率 $k=-\frac{3}{2}$，

∴与直线 3x+2y+1=0 垂直的直线的斜率为 $k'=\frac{2}{3}$.

因此，经过圆心 C 且与直线 3x+2y+1=0 垂直的直线方程是 $y－1=\frac{2}{3}x$，

整理得 2x－3y+3=0.

故选：A.

4.【解答】模拟执行程序，可得

S=0，i=1

满足条件 i＜4，执行循环体，S=2，i=2

满足条件 i＜4，执行循环体，S=6，i=3

满足条件 i＜4，执行循环体，S=14，i=4

不满足条件 i＜4，S=4，输出 S 的值为 4.

故选：B.

5.【解答】∵ABCD 为边长是 4 正方形，∴$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，

∵ $\overrightarrow{DE}=3\overrightarrow{EC}$,

∴ $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{DC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$,

∴ $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$,

则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AD}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{3}{4}|\overrightarrow{AB}|^2=\frac{3}{4}\times 4^2=12$.

故选：D.

6.【解答】由 $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=(\cos\alpha-\sin\alpha)(\cos\alpha+\sin\alpha)=0$，即 $\cos\alpha-\sin\alpha=0$ 或 $\cos\alpha+\sin\alpha=0$，

即 $\cos\alpha=\sin\alpha$ 或 $\cos\alpha=-\sin\alpha$，

∴“$\cos 2\alpha=0$”是“$\sin\alpha=\cos\alpha$”的必要不充分条件，

故选：B.

7.【解答】设 $g(x)=f(x)-x^2$，

∵f（x）是定义在 R 上的偶函数，

∴g（x）是定义在 R 上的偶函数，

∴x≥0，不等式 $f(x)-x^2\geq 0$ 等价于 $(\frac{1}{2})^{x-1}\geq x^2$，∴0≤x≤1

∴不等式 $f(x)-x^2\geq 0$ 的解集为[－1，1].

故选：B.

8.【解答】对应 A：$\frac{1}{10}$（6.2+12.4+14+11.6+4.8+6.2+5.5+9.5+10+11.2）=9.14，故 A 错误；

对于 B：11×20+91.4=311.4＞300，这个月总流量就超过套餐流量，故 B 错误；

对于 C、D，结合图象 C 正确，D 错误；

故选：C.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

9.【解答】∵ $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=i$，

∴它的虚部是 1，

故答案为：1.

10.【解答】$\cos B=\frac{4}{5}$，$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{3}{5}$，

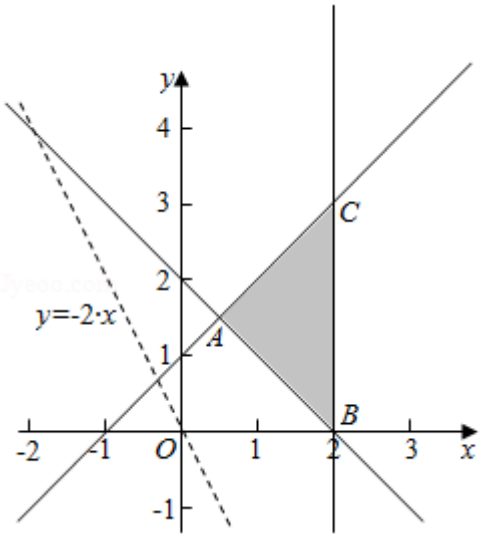
△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin B=\frac{1}{2}\times2\times5\sqrt{3}\times\frac{3}{5}=3\sqrt{3}$.

故答案为：$3\sqrt{3}$.

11.【解答】不等式组表示的平面区域如图：

当直线 y=﹣2x+z 经过 C 时 z 最大，并且 C（2，3），所以 z 的最大值为 2×2+3=7；

故答案为：7



12.【解答】∵抛物线 C：$y^2=2px$（p＞0）的准线方程为 x=﹣2，

∴p=4，

∴抛物线 C 的方程为 $y^2=8x$；

抛物线的焦点坐标为（2，0），∴c=2，

∵渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$，

∴$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，

∴a=1，$b=\sqrt{3}$，

∴双曲线的方程为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$.

故答案为：$y^2=8x$；$x^2-\frac{y^2}{3}=1$.

13.【解答】根据三视图可知几何体是一个直三棱柱、底面在左右，

由侧视图知，底面是一个等腰直角三角形，两条直角边分别是 2，则斜边是 $2\sqrt{2}$，

由正视图知，三棱柱的高是 3，

∴该几何体的表面积 S=$2\times\frac{1}{2}\times2\times2+2\times2\times3+2\sqrt{2}\times3$

=$16+6\sqrt{2}$,

故答案为：$16+6\sqrt{2}$.

14.【解答】因为每 2000 步奖励 0.1 元红包，所以依（x - 1000）是 2000 的整数倍，

依题意得：第 1 天红包奖励：0.3+$\frac{13000-1000}{2000}$×0.1=0.9（元）.

第 2 天红包奖励：0.3+$\frac{15000-1000}{2000}$×0.1=1.0（元）.

第 3 天红包奖励：0.3+$\frac{17000-1000}{2000}$×0.1=1.1（元）.

第 4 天红包奖励：2×（0.3+$\frac{19000-1000}{2000}$×0.1）=2.4（元）.

第 5 天红包奖励：2×（0.3+$\frac{21000-1000}{2000}$×0.1）=2.6（元）.

所以这 5 天的红包奖励为：0.9+1.0+1.1+2.4+2.6=8.0（元）.

故答案是：1.1；8.0.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.【解答】（I）根据函数 f（x）=sin（ωx+φ）（ω＞0，|φ|＜$\frac{\pi}{2}$）的部分图象，

可得$\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{13\pi}{12}-\frac{\pi}{3}$，求得 ω=2，∴最小正周期 T=$\frac{2\pi}{2}$=π.

再根据五点法作图可得 2•$\frac{\pi}{3}$+φ=π，求得 φ=$\frac{\pi}{3}$.

（II）由以上可得，f（x）=sin（2x+$\frac{\pi}{3}$），在区间[- $\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{4}$]上，

2x+$\frac{\pi}{3}$∈[- $\frac{\pi}{6}$，$\frac{5\pi}{6}$]，sin（2x+$\frac{\pi}{3}$）∈[- $\frac{1}{2}$，1]，

当 2x+$\frac{\pi}{3}$= - $\frac{\pi}{6}$时，即 x= - $\frac{\pi}{4}$，函数 f（x）取得最小值为 - $\frac{1}{2}$.

当 2x+$\frac{\pi}{3}$=$\frac{\pi}{2}$时，即 x=$\frac{\pi}{12}$，函数 f（x）取得最大值为 1.

16.【解答】（I）设等比数列的公比为 q.

由 a_1=1，a_4=8

所以 $a_4=a_1q^3$=8

所以 q=2

所以等比数列{a_n}的通项公式 $a_n=2^{n-1}$，n∈$\mathbb{N}^*$.

（II） 因为 a_3，a_5分别为等差数列{b_n}的第 6 项和第 8 项，

所以 $b_6=a_3=4$，$b_8=a_5=16$，

设等差数列$\{b_n\}$的公差为 d

$\begin{cases} b_1+7d=16 \\ b_1+5d=4 \end{cases}$ 解得，$b_1=-26$，$d=6$，

所以等差数列$\{b_n\}$的通项公式 $b_n=b_1+(n-1)d=-26+6(n-1)=6n-32$

因为当 $6n-32\leqslant 0$ 时，$n\leqslant 5$.

（1）当 $n\leqslant 5$ 时，可得$|b_1|+|b_2|+|b_3|+\cdots+|b_n|=-(b_1+b_2+\cdots+b_n)=-3n^2+29$，

（2）当 $n\geqslant 6$ 时，$|b_1|+|b_2|+|b_3|+\cdots+|b_n|=-(b_1+b_2+\cdots+b_5)+b_6+b_7+\cdots+b_n=70+(3n^2-29n+70)=3n^2-29n+140$；

综上所述：$|b_1|+|b_2|+|b_3|+\cdots+|b_n|=\begin{cases} -3n^2+29n, & n\leqslant 5, \ n\in N^* \\ 3n^2-29n+140, & n\geqslant 6, \ n\in N^* \end{cases}$

17.【解答】（1）学生既选了课程三，又选了课程四的概率为：$\frac{150+76}{600}=\frac{113}{300}$，

（2）学生在五项课程中，选了三项课程的概率为：$\frac{50+125+150+94}{600}=\frac{419}{600}$，

（3）某学生已经选了课程二，再选课程一的概率为：$\frac{50+80}{50+80+150}=\frac{13}{28}$；

再选课程三的概率为：$\frac{150}{50+80+150}=\frac{15}{28}$；

再选课程四的概率为：$\frac{50+150}{50+80+150}=\frac{5}{7}$；

所以，某学生已经选了课程二，那么该学生选择课程四的可能性最大.

18.【解答】（I）证明：连接 MO.

∵四边形 ABCD 是菱形，∴O 为 AC 的中点，

∵点 M 为 PC 的中点

∴MO∥PA.

又 MO⊂平面 BDM，PA⊄平面 BDM，

∴PA∥平面 BDM.

又∵平面 APG∩平面平面 BDM=GH，PA⊂平面 APG，

∴PA∥GH.

（II）证明：∵△PCD 是边长为 2 的等边三角形，M 是 PC 的中点.

∴$DM=\sqrt{3}$.

∵四边形 ABCD 是菱形，AB=2，∠BAD=60°，

∴△ABD 是边长为 2 的等边三角形，∴$DO=\frac{1}{2}BD=1$，

又 $MO=\frac{1}{2}PA=\sqrt{2}$,

∴$DO^2+MO^2=DM^2$，∴BD⊥MO.

∵菱形 ABCD 中，BD⊥AC，

又 MO⊂平面 PAC，AC⊂平面 PAC，MO∩AC=O，

∴BD⊥平面 PAC.

又 BD⊂平面 BDM，

∴平面 PAC⊥平面 BDM.

（III）解：∵四边形 ABCD 是菱形，∠BAD=60°，AB=2，

∴$AC=2AO=2\sqrt{3}$.

在△PAC 中，∵$PA=2\sqrt{2}$，$AC=2\sqrt{3}$，PC=2，

∴$PA^2+PC^2=AC^2$，

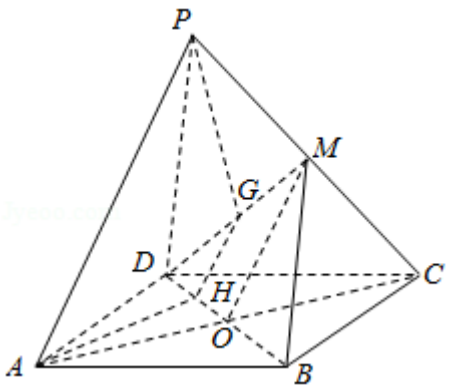
∴PA⊥PC，∵MO∥PA，

∴PC⊥MO，

又平面 PAC⊥平面 BDM，平面 PAC∩平面 BDM=MO，PC⊂平面 PAC，

∴PC⊥平面 BDM.

∴$V_{M-BDC}=V_{C-BDM}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDM}\cdot CM=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times BD\times MO\times MC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{2}\times 1=\frac{\sqrt{2}}{3}$.



19.【解答】（ I）$f'（x）=3ax^2-6x=3x（ax-2）$.

令 $f'（x）=0$，得 $x_1=0$，$x_2=\frac{2}{a}$.

∵$a>0$，$x_1<x_2$，

$f'（x）$及 f（x）符号变化如下，

x	（-∞，0）	0	（0，$\frac{2}{a}$）	$\frac{2}{a}$	（$\frac{2}{a}$，+∞）
$f'（x）$	+	0	-	0	+

f（x）	↗	极大值	↘	极小值	↗

∴f（x）的极大值为 f（0）=1，极小值为 f（$\frac{2}{a}$）=$\frac{8}{a^2}-\frac{12}{a^2}+1=-\frac{4}{a^2}+1$.

（ II）令 g（x）=lnx=0，得 x=1.

当 0＜x＜1 时，g（x）＜0；x=1 时，g（x）=0；当 x＞1 时，g（x）＞0.

（1）当 x＞1 时，g（x）＞0，g（x）在（1，+∞）上无零点.

所以 h（x）=max{f（x），g（x）}在（1，+∞）上无零点.

（2）当 x=1 时，g（1）=0，

所以 1 为 g（x）的一个零点.

f（1）=a－2，

①当 a=2 时，1 是 f（x）的一个零点.

所以当 a=2 时，h（x）=max{f（x），g（x）}有一个零点.

②当 0＜a＜2 时，h（x）=max{f（x），g（x）}有一个零点.

③当 a＞2 时，h（x）=max{f（x），g（x）}无零点.

（3）当 0＜x＜1 时，g（x）＜0，g（x）在（0，1）上无零点.

所以 h（x）=max{f（x），g（x）}在（0，1）上的零点个数就是 f（x）在（0，1）上的零点个数.

当 a＞0 时，由（ I）可知 f（x）在（0，$\frac{2}{a}$）上为减函数，在（$\frac{2}{a}$，+∞）上为增函数，

且 f（0）=1，f（1）=a－2，f（$\frac{2}{a}$）=$-\frac{4}{a^2}+1=\frac{a^2-4}{a^2}$.

①当$\frac{2}{a}>1$，即 0＜a＜2 时，f（x）在（0，1）上为减函数，且 f（1）=a－2＜0，f（0）=1＞0.

所以 f（x）在（0，1）上有 1 个零点，即 h（x）有 1 个零点.

②当$\frac{2}{a}=1$，即 a=2 时，f（x）在（0，1）上为减函数，且 f（1）=a－2=0，

所以 f（x）在（0，1）上无零点，即 h（x）无零点.

③当$\frac{2}{a}<1$，即 a＞2 时，f（x）在（0，$\frac{2}{a}$）上为减函数，在（$\frac{2}{a}$，1）上为增函数，

f（$\frac{2}{a}$）=$-\frac{4}{a^2}+1=\frac{a^2-4}{a^2}$＞0，所以 f（x）在（0，1）上无零点. 即 h（x）无零点.

综上，当 0＜a＜2 时，h（x）有 2 个零点，当 a=2 时，h（x）有 1 个零点，当 a＞2 时，h（x）无零点.

20.【解答】（I）由题意知 c=1，b=$\sqrt{3}$，

则 $a^2=b^2+c^2=4$，

所以椭圆 M 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，椭圆 M 的离心率为 e=$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$；

（II）证明：设 A（x_0，y_0），P（x_1，y_1），

则 B（$-x_0$，$-y_0$），C（x_0，$\frac{y_0}{2}$），

由点 A，P 在椭圆上，所以$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$①，$\frac{x_1^2}{4}+\frac{y_1^2}{3}=1$②

点 A 不是椭圆 M 的顶点，②－①可得$\frac{y_1^2-y_0^2}{x_1^2-x_0^2}=-\frac{3}{4}$，

法一：又 $k_{PB}=\frac{y_1+y_0}{x_1+x_0}$，$k_{BC}=\frac{\frac{y_0}{2}+y_0}{x_0+x_0}=\frac{3y_0}{4x_0}$，且点 B，C，P 三点共线，

所以$\frac{y_1+y_0}{x_1+x_0}=\frac{3y_0}{4x_0}$，即$\frac{y_0}{x_0}=\frac{4(y_1+y_0)}{3(x_1+x_0)}$，

所以 $k_{AB}\cdot k_{PA}=\frac{y_0}{x_0}\cdot\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}=\frac{4(y_1+y_0)}{3(x_1+x_0)}\cdot\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$

$=\frac{4(y_1^2-y_0^2)}{3(x_1^2-x_0^2)}=\frac{4}{3}\cdot(-\frac{3}{4})=-1$.

即 AB⊥AP.

法二：由已知 AB，AP 的斜率都存在，

$k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}\cdot\frac{y_1+y_0}{x_1+x_0}=\frac{y_1^2-y_0^2}{x_1^2-x_0^2}=-\frac{3}{4}$，

又 $k_{PB}=k_{BC}=\frac{3y_0}{4x_0}$，可得 $k_{PA}=-\frac{x_0}{y_0}$，

则 $k_{AB}\cdot k_{PA}=\frac{y_0}{x_0}\cdot(-\frac{x_0}{y_0})=-1$，

即 AB⊥AP.

（III）法一：设 $k_{AB}=k$，由（II）知 $k_{AP}=-\frac{1}{k}$，$k_{BP}=\frac{3k}{4}$，

联立直线 AP 与 BP 方程$\begin{cases}y-y_0=-\frac{1}{k}(x-x_0)\\ y+y_0=\frac{3k}{4}(x+x_0)\end{cases}$，

解得 $x_1=\frac{2y_0-(\frac{3k}{4}-\frac{1}{k})x_0}{\frac{3k}{4}+\frac{1}{k}}$，

将 $k=\frac{y_0}{x_0}$ 代入得 $x_1=\frac{2y_0-(\frac{3y_0}{4x_0}-\frac{x_0}{y_0})x_0}{\frac{3y_0}{4x_0}+\frac{x_0}{y_0}}=\frac{x_0(4x_0^2+5y_0^2)}{4x_0^2+3y_0^2}$.

$q=\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle APC}}=\frac{2|x_0|}{|x_1-x_0|}=\frac{2|x_0|}{|\frac{x_0(4x_0^2+5y_0^2)}{4x_0^2+3y_0^2}-x_0|}=\frac{4x_0^2+3y_0^2}{y_0^2}=3+\frac{16}{3}(\frac{3}{y_0^2}-1)$,

因为 $y_0^2\in(0,3)$，所以 $q\in(3,+\infty)$.

法二：设 $k_{AB}=k$，由（II）知 $k_{AP}=-\frac{1}{k}$，$k_{BP}=\frac{3k}{4}$，

联立直线 AP 与 BP 方程：$\begin{cases}y-y_0=-\frac{1}{k}(x-x_0)\\ y+y_0=\frac{3k}{4}(x+x_0)\end{cases}$，解得 $x_1=\frac{2y_0-(\frac{3k}{4}-\frac{1}{k})x_0}{\frac{3k}{4}+\frac{1}{k}}$

$=\frac{x_0(\frac{5k}{4}+\frac{1}{k})}{\frac{3k}{4}+\frac{1}{k}}=x_0(1+\frac{\frac{k}{2}}{\frac{3k}{4}+\frac{1}{k}})$,

$q=\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle APC}}=\frac{2|x_0|}{|x_1-x_0|}=\frac{2|x_0|}{|x_0(1+\frac{\frac{k}{2}}{\frac{3k}{4}+\frac{1}{k}})-x_0|}=3+\frac{4}{k^2}$,

因为 $k^2\in(0,+\infty)$，所以 $q\in(3,+\infty)$.