2016 北京房山高三二模

数　　学（文）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.（5 分）若集合 A={x|－2≤x≤1}，B={x|x＜0}，则 A∪B=（　　）

A.（－∞，0）　B.（－∞，1]　C.［－2，0）　D.（1，+∞）

2.（5 分）下列函数中，既是奇函数又在区间（0，+∞）上单调递增的是（　　）

A. $y=x^3$　B. y=lnx　C. y=sinx　D. $y=2^x$

3.（5 分）在△ABC 中，“$A=\frac{\pi}{3}$”是“$\cos A=\frac{1}{2}$”的（　　）

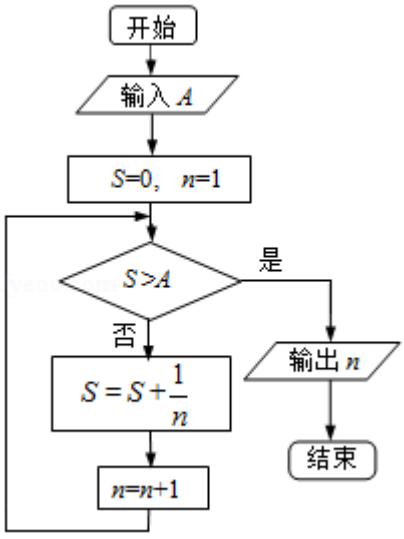
A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

4.（5 分）若 x，y 满足 $\begin{cases} x-y\geqslant 0 \\ x+y\leqslant 1 \\ y\geqslant 0. \end{cases}$，则 z=x+2y 的最大值为（　　）

A. 0　B. 1　C. 2　D. $\frac{3}{2}$

5.（5 分）执行如图所示的程序框图，若输入 A 的值为 2，则输出的 n 值为（　　）



A. 3　B. 4　C. 5　D. 6

6.（5 分）已知△ABC 外接圆的圆心为 O，且 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{4}$　C. $\frac{\pi}{3}$　D. $\frac{\pi}{2}$

7.（5 分）直线 y=kx+3 被圆（x－2）^{2}+（y－3）^{2}=4 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$，则 k=（　　）

A. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$　B. $\pm\sqrt{3}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　D. $\sqrt{3}$

8.（5 分）为促进资源节约型和环境友好型社会建设，引导居民合理用电、节约用电，北京居民生活用电试行阶梯电价．其电价标准如表：

用户	类别	分档电量 （千瓦时/户•月）	电价标准 （元/千瓦时）
试行阶梯电价的用户	一档	1 - 240（含）	0.4883
	二档	241 - 400（含）	0.5383
	三档	400 以上	0.7883

北京市某户居民 2016 年 1 月的平均电费为 0.4983（元/千瓦时），则该用户 1 月份的用电量为（　　）

A．350 千瓦时　　B．300 千瓦时　　C．250 千瓦时　　D．200 千瓦时

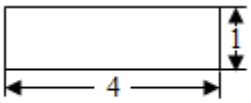
二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．（5 分）若（a - 2i）i=b - i，其中 a，b∈R，i 使虚数单位，则 a^2+b^2=_____．

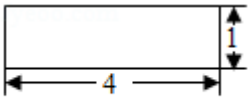
10．（5 分）为了调查野生动物保护区内某种野生动物的数量，调查人员某天捕到这种动物 120 只，做好标记后放回，经过一星期后，又捕到这种动物 100 只，其中做过标记的有 8 只，按概率方法估算，该保护区内有_____只这种动物．

11．（5 分）$f(x)=\begin{cases}-\frac{3}{x}, & x<0\\ 1+\log_3 x, & x>0.\end{cases}$　则 f（f（ - 1））等于_____．

12．（5 分）某几何体的正（主）视图和俯视图如图所示，则该几何体的体积的最大值为_____．



正(主)视图



俯视图

13．（5 分）抛物线 $x^2=4y$ 的焦点 F 的坐标为_____，过 F 的直线与抛物线交于 A，B 两点，若线段 AB 的中点 M 的纵坐标为 4，则线段 AB 的长度为_____．

14．（5 分）观察下面的数表

2
4　6
8　10　12　14
16　18　20　22　24　26　28　30
……

该表中第 6 行最后一个数是_____；设 2016 是该表的 m 行第 n 个数，则 m+n=_____

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（13 分）已知函数 f（x）=$\sqrt{3}\cos(\frac{\pi}{2}-x)+2\cos^2\frac{x}{2}$．

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{3})$的值和 f（x）的最小正周期；

（Ⅱ）求 f（x）在[0，π]上的取值范围.

16.（13 分）已知数列{a_n}的前 n 项和$S_n=-n^2+26n$.

（Ⅰ）求{a_n}的通项公式；

（Ⅱ）求 $a_2+a_5+a_8+\cdots+a_{3n-1}$的值.

17.（13 分）随着 2022 年北京冬奥会的成功申办，冰雪项目已经成为北京市民冬季休闲娱乐的重要方式．为普及冰雪运动，寒假期间学校组织高一年级学生参加冬令营．其中一班有 3 名男生和 1 名女生参加，二班有 1 名男生和 2 名女生参加．活动结束时，要从参加冬令营的学生中选出 2 名进行展示.

（Ⅰ）若要从一班和二班参加冬令营的学生中各任选 1 名，求选出的 2 名学生性别相同的概率；

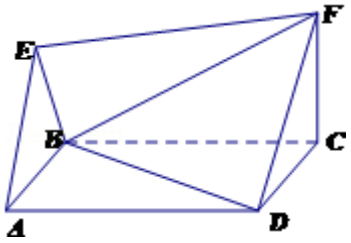
（Ⅱ）若要从参加冬令营的这 7 名学生中任选 2 名，求选出的 2 名学生来自不同班级且性别不同的概率.

18.（14 分）如图，等腰直角三角形 ABE 与正方形 ABCD 所在的平面互相垂直，AE⊥BE，AB=2，FC⊥平面 ABCD，且 FC=1.

（Ⅰ）求证：AB⊥平面 BCF；

（Ⅱ）求证：EF∥平面 ABCD；

（Ⅲ）求点 C 到平面 BDF 的距离.



19.（13 分）已知函数 f（x）=x+$\frac{1}{e^x}$.

（Ⅰ）求函数 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）若直线 y=kx 与曲线 y=f（x）没有公共点，求实数 k 的取值范围.

20.（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），点 A（－4，0），B（0，2）和点 P（m，n）（m≠0）都在椭圆 C 上，BP⊥AB，且直线 BP 与 x 轴交于点 M.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程和离心率；

（Ⅱ）求点 P 的坐标；

（Ⅲ）若以 M 为圆心，r 为半径的圆在椭圆 C 的内部，求 r 的取值范围.

参考答案

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【解答】集合 A={x|﹣2≤x≤1}=[﹣2，1]，B={x|x＜0}=（﹣∞，0），则 A∪B=（﹣∞，1]，

故选：B.

2.【解答】A．$y=x^3$是奇函数，且在（0，+∞）上单调递增，∴该选项正确；

B．对数函数 y=lnx 的图象不关于原点对称，不是奇函数，∴该选项错误；

C．正弦函数 y=sinx 在（0，+∞）上没有单调性，∴该选项错误；

D．指数函数 $y=2^x$的图象不关于原点对称，不是奇函数，∴该选项错误．

故选 A.

3.【解答】在△ABC 中，若 A=$\frac{\pi}{3}$，则 cosA=$\frac{1}{2}$，是充分条件，

在△ABC 中，若 cosA=$\frac{1}{2}$，则 A=$\frac{\pi}{3}$，是必要条件，

故选：C.

4.【解答】作出不等式对应的平面区域，

由 z=x+2y，得 y=﹣$\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$，

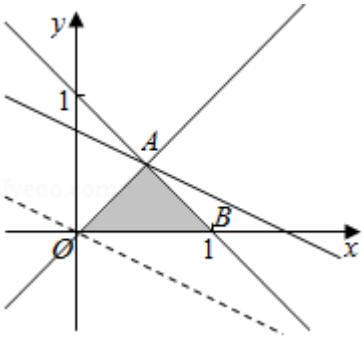
平移直线 y=﹣$\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$，由图象可知当直线 y=﹣$\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$经过点 A 时，直线 y=﹣$\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$的截距最大，此时 z 最大．

由$\begin{cases}x-y=0\\x+y=1\end{cases}$，得$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$，

即 A（$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$），

此时 z 的最大值为 z=$\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，

故选：D.



5.【解答】模拟执行程序，可得

A=2，S=0，n=1

不满足条件 S＞2，执行循环体，S=1，n=2

不满足条件 S＞2，执行循环体，S=$\frac{3}{2}$，n=3

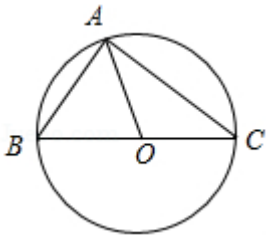
不满足条件 S＞2，执行循环体，S=$\frac{11}{6}$，n=4

不满足条件 S＞2，执行循环体，S=$\frac{25}{12}$，n=5

满足条件 S＞2，退出循环，输出 n 的值为 5.

故选：C.

6.【解答】如图，



∵$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$；

∴圆心 O 为 BC 边的中点；

∴BC 为外接圆的直径；

∴$\angle BAC=\frac{\pi}{2}$；

即$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为$\frac{\pi}{2}$.

故选：D.

7.【解答】圆（x－2）^{2}+（y－3）^{2}=4 的圆心（2，3），半径 r=2，

圆心（2，3）到直线 y=kx+3 的距离 d=$\frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}$，

∵直线 y=kx+3 被圆（x－2）^{2}+（y－3）^{2}=4 截得的弦长为$2\sqrt{3}$，

∴由勾股定理得$r^2=d^2+(\frac{2\sqrt{3}}{2})^2$，

即 4=$\frac{4k^2}{k^2+1}$+3，

解得 k=$\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故选：A.

8.【解答】∵北京市某户居民 2016 年 1 月的平均电费为 0.4983（元/千瓦时），

∴设该户居民月用电量为 x 千瓦时，则 241≤x≤400，

由题意得 240×0.4883+（x－240）×0.5383=0.4983x，

解得 x=300.

故选：B.

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【解答】∵（a－2i）i=b－i，即 2+ai=b－i，∴$\begin{cases}b=2\\a=-1\end{cases}$，∴$a^2+b^2=5$，

故答案为 5.

10.【解答】设保护区有这种动物有 x 只，则由题意可得$\frac{120}{x}=\frac{8}{100}$，求得 x=1500，

故答案为：1500.

11.【解答】∵$f(x)=\begin{cases}-\frac{3}{x}, & x<0\\1+\log_3 x, & x>0.\end{cases}$

∴f（－1）=－$\frac{3}{-1}$=3，

f（f（－1））=f（3）=1+$\log_3 3$=2.

故答案为：2.

12.【解答】由主视图和俯视图可知几何体为柱体．侧视图的长和高均为 1.

∴当侧视图为正方形时几何体体积最大，

此时几何体为长方体，棱长分别为 4，1，1.

∴几何体体积 V=4×1×1=4.

故答案为：4.

13.【解答】由抛物线 $x^2=4y$，可得焦点 F（0，1），

|AB|=|AF|+|FB|

$=y_A+y_B+p$

=2×（4+1）

=10.

故答案分别为：（0，1）；10.

14.【解答】表中第 n 行共有 2^{n-1} 个数字，此行数字构成以 2^n 为首项，以 2 为公差的等差数列.

故第 7 行的第一个数字为 $2^7=128$，

故第 6 行最后一个数是 126，

排完第 k 行，共用去 $1+2+4+\cdots+2^k=2^{k+1}-1$ 个数字，

2016 是该表的第 1008 个数字，

由 $2^{10-1}<1008<2^{11}-1$，

所以 2016 应排在第 10 行，此时前 9 行用去了 $2^9-1=511$ 个数字，

由 1008 - 511=497 可知排在第 10 行的第 497 个位置，

即 m+n=507，

故答案为：126，507

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.【解答】（Ⅰ）∵f（x）$=\sqrt{3}\cos(\frac{\pi}{2}-x)+2\cos^2\frac{x}{2}=\sqrt{3}\sin x+\cos x+1$

$=2\sin(x+\frac{\pi}{6})+1$，

∴ $f(\frac{\pi}{3})=2$，

f（x）的最小正周期是 T=π.

（Ⅱ）当 $x\in[0,\ \pi]$ 时，

$2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\ 2\pi+\frac{\pi}{6}]$，

∴$2\sin(2x+\frac{\pi}{6})\in[-2,2]$，

∴$f(x)\in[-1,3]$.

16.【解答】（Ⅰ）依题意，$S_n=-n^2+26n$，$S_{n-1}=-(n-1)^2+26(n-1)(n\geqslant 2)$，

两式相减得：$a_n=-2n+27(n\geqslant 2)$，

又∵$a_1=-1+26=25$ 满足上式，

∴$a_n=-2n+27$；

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知$\{a_{3n-1}\}$是首项为 23、公差为 -6 的等差数列，

∴$a_2+a_5+a_8+\cdots+a_{3n-1}=23n+\frac{n(n-1)}{2}\cdot(-6)=-3n^2+26n$.

17.【解答】（Ⅰ）要从一班和二班参加冬令营的学生中各任选 1 名，

基本事件总数 $n=C_4^1C_3^1=12$，

选出的 2 名学生性别相同的概率：

$P=\frac{C_3^1C_1^1+C_1^1C_2^1}{C_4^1C_3^1}=\frac{5}{12}$.

（Ⅱ）要从参加冬令营的这 7 名学生中任选 2 名，基本事件总数 $n'=C_7^2=21$，

选出的 2 名学生来自不同班级且性别不同包含的基本事件个数 $m'=C_3^1C_2^1+C_1^1C_1^1=7$，

∴选出的 2 名学生来自不同班级且性别不同的概率 $p'=\frac{m'}{n'}=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$.

18.【解答】（Ⅰ）∵FC⊥平面 ABCD，AB⊂平面 ABCD，

∴FC⊥AB，

∵ABCD 是正方形，

∴AB⊥BC，

∵BC∩CF=C，

∴AB⊥平面 BCF；

（Ⅱ）取 AB 的中点 G，连接 EG，GC，

∵等腰直角三角形 ABE 与正方形 ABCD 所在的平面互相垂直，

∴EG⊥AE，EG⊥平面 ABCD，

∵FC⊥平面 ABCD，

∴EG∥FC，

∵AB=2，FC=1，

∴EG=$\frac{1}{2}$AB=1，

即 EG=FC，

则四边形 CGEF 是矩形，

∴EF∥GC，

∵EF⊄平面 ABCD，GC⊂平面 ABCD，

∴EF∥平面 ABCD；

解：（Ⅲ）连接 AC 交 BD 于 O，

则 BD⊥平面 COF，连接 OF，

过 C 作 CH⊥OF 与 H，

则 CH⊥平面 COF，

即 CH 是点 C 到平面 BDF 的距离.

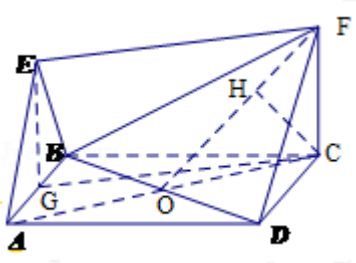
∵AB=2，∴AC=2$\sqrt{2}$，OC=$\sqrt{2}$，

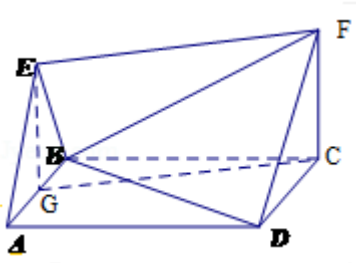
则 OF=$\sqrt{OC^2+CF^2}$=$\sqrt{1+2}$=$\sqrt{3}$，

则由三角形 OCF 的面积 S=$\frac{1}{2}$OC•CF=$\frac{1}{2}$OF•CH，

得 CH=$\frac{OC•CF}{OF}$=$\frac{\sqrt{2}\times 1}{\sqrt{3}}$=$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

即点 C 到平面 BDF 的距离是$\frac{\sqrt{6}}{3}$.





19.【解答】（Ⅰ）f（x）=x+$\frac{1}{e^x}$. f′（x）=1 - $\frac{1}{e^x}$=$\frac{e^x-1}{e^x}$，

令 f′（x）＞0，解得：x＞0，令 f′（x）＜0，解得：x＜0，

∴f（x）在（－∞，0）递减，在（0，+∞）递增；

（Ⅱ）直线 y=kx 与曲线 y=f（x）没有公共点，

等价于关于 x 的方程 kx=x+$\frac{1}{e^x}$在 R 上没有实数解，

即关于 x 的方程：（k－1）x=$\frac{1}{e^x}$（*）在 R 上没有实数解；

①当 k=1 时，方程（*）可化为$\frac{1}{e^x}$=0，在 R 上没有实数解；

②当 k≠1 时，方程（*）化为$\frac{1}{k-1}$=xex，

令 g（x）=xe^x，则有 g′（x）=（1+x）e^x，

令 g’（x）=0，得 x=－1，

当 x=－1 时，g（x）$_{min}$=－$\frac{1}{e}$，

同时当 x 趋于+∞时，g（x）趋于+∞，

从而 g（x）的取值范围为[－$\frac{1}{e}$，+∞），

所以当$\frac{1}{k-1}$∈（－∞，－$\frac{1}{e}$）时，方程（*）无实数解，

解得 k 的取值范围是（1－e，1），

综上，解得 k 的取值范围是（1－e，1].

20.【解答】（Ⅰ）∵椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$=1（a＞b＞0），点 A（－4，0），B（0，2）和点 P（m，n）都在椭圆 C 上，

∴$\frac{16}{a^2}$=1，$\frac{4}{b^2}$=1，解得 a=4，b=2，∴椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}$=1，

∴椭圆 C 的离心率 e=$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{4^2-2^2}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得$\frac{m^2}{16}+\frac{n^2}{4}$=1，再由 BP⊥AB 可得$\frac{n-2}{m-0}\cdot\frac{2-0}{0-(-4)}$=－1，

联立解得 m=$\frac{32}{17}$，n=－$\frac{30}{17}$，故点 P 的坐标（$\frac{32}{17}$，－$\frac{30}{17}$）；

（Ⅲ）由 A（－4，0），B（0，2）可得 AB 的斜率为－$\frac{1}{2}$，由垂直关系可得 BP 斜率 k=－2，

故直线 BP 的方程为 y－2=－2（x－0），即 y=2－2x，令 y=0 可得 x=1，故 M（1，0），

设椭圆 C：$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}$=1 上任意一点为 N（4cosα，2sinα），

则|MN|^2=（4cosα－1）^{2}+（2sinα－0）^{2}=16cos^{2}α－8cosα+1+4sin^{2}α

$=12\cos^2\alpha-8\cos\alpha+5$，当 $\cos\alpha=-\frac{-8}{2\times12}=\frac{1}{3}$ 时，$|MN|^2$ 取最小值 $\frac{11}{3}$，

$|MN|$ 取最小值 $\sqrt{\frac{11}{3}}=\frac{\sqrt{33}}{3}$，

∵以 M 为圆心，r 为半径的圆在椭圆 C 的内部，

∴r 的取值范围为：$(0,\frac{\sqrt{33}}{3})$