2015 北京海淀高三二模

数　　学（理）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1.（5 分）已知全集 U=Z，集合 A={1，2}，A∪B={1，2，3，4}，那么（$\complement_U A$）∩B=（　　）

A. ∅　　B. {x∈Z|x≥3}　C. {3，4}　D. {1，2}

2.（5 分）设 $a=0.2^3$，$b=\log_2 0.3$，$c=2^{0.3}$，则（　　）

A. b＜c＜a　B. c＜b＜a　C. a＜b＜c　D. b＜a＜c

3.（5 分）在极坐标系中，过点 $(2, -\frac{\pi}{6})$ 且平行于极轴的直线的方程是（　　）

A. $\rho\cos\theta=\sqrt{3}$　B. $\rho\cos\theta=-\sqrt{3}$　C. $\rho\sin\theta=1$　D. $\rho\sin\theta=-1$

4.（5 分）已知命题 p，q，那么“p∧q 为真命题”是“p∨q 为真命题”的（　　）

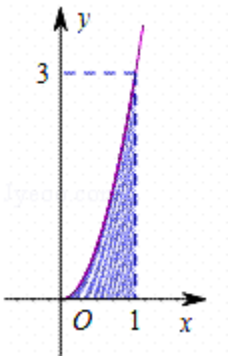
A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

5.（5 分）已知函数 f（x）=cos（2x+φ）（φ 为常数）为奇函数，那么 cosφ=（　　）

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　B. 0　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　D. 1

6.（5 分）已知函数 f（x）的部分图象如图所示. 向图中的矩形区域随机投出 100 粒豆子，记下落入阴影区域的豆子数. 通过 10 次这样的试验，算得落入阴影区域的豆子的平均数约为 33，由此可估计 $\int_0^1 f(x)dx$ 的值约为（　　）



A. $\frac{99}{100}$　B. $\frac{3}{10}$　C. $\frac{9}{10}$　D. $\frac{10}{11}$

7.（5 分）已知 f（x）是定义域为 R 的偶函数，当 x≤0 时，$f(x)=(x+1)^3 e^{x+1}$，那么函数 f（x）的极值点的个数是（　　）

A. 5　B. 4　C. 3　D. 2

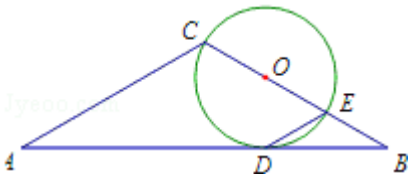
8.（5 分）若空间中有 n（n≥5）个点，满足任意四个点都不共面，且任意两点的连线都与其它任意三点确定的平面垂直，则这样的 n 值（　　）

A. 不存在　B. 有无数个　C. 等于 5　D. 最大值为 8

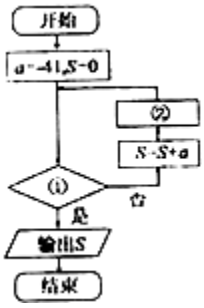
二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.（5 分）若等比数列$\{a_n\}$满足 $a_2a_6=64$，$a_3a_4=32$，则公比 q=_____；$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=$_____.

10.（5 分）如图，在△ACB 中，∠ACB=120°，AC=BC=3，点 O 在 BC 边上，且圆 O 与 AB 相切于点 D，BC 与圆 O 相交于点 E，C，则∠EDB=_____，BE=_____.



11.（5 分）右图表示的是求首项为 - 41，公差为 2 的等差数列$\{a_n\}$前 n 项和的最小值的程序框图.①处可填写_____；②处可填写_____.



12.（5 分）若双曲线 M 上存在四个点 A，B，C，D，使得四边形 ABCD 是正方形，则双曲线 M 的离心率的取值范围是_____.

13.（5 分）用红、黄、蓝三种颜色对如图所示的三个方格进行涂色．若要求每个小方格涂一种颜色，且涂成红色的方格数为偶数，则不同的涂色方案种数是_____.（用数字作答）



14.（5 分）设关于 x、y 的不等式组$\begin{cases}3x-4\geqslant 0\\(y-1)(3x+y-6)\leqslant 0\end{cases}$表示的平面区域为 D，已知点 O（0，0）、A（1，0），点 M 是 D 上的动点，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}=\lambda|\overrightarrow{OM}|$，则 λ 的取值范围是_____.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

15.（13 分）在△ABC 中，c=5，$b=2\sqrt{6}$，$a=\frac{3\sqrt{6}}{2}\cos A$.

（Ⅰ）求 a 的值；

（Ⅱ）求证：∠B=2∠A.

16.（13 分）某中学为了解初三年级学生“掷实心球”项目的整体情况，随机抽取男、女生各 20 名进行测试，记录的数据如下：

男生投掷距离（单位：米）		女生投掷距离（单位：米）
9 7 7	5.	4 6
8 7 6	6.	4 5 5 6 6 6 9
6 6	7.	0 0 2 4 4 5 5 5 5 8
8 5 5 3 0	8.	1
7 3 1 1	9.	
2 2 0	10.	

已知该项目评分标准为：

男生投掷距离（米）	…	[5.4,6.0）	[6.0,6.6）	[6.6,7.4）	[7.4,7.8）	[7.8,8.6）	[8.6，10.0）	[10.0，+∞）
女生投掷距离（米）	…	[5.1,5.4）	[5.4,5.6）	[5.6,6.4）	[6.4,6.8）	[6.8,7.2）	[7.2,7.6）	[7.6，+∞）
个人得分（分）	…	4	5	6	7	8	9	10

注：满分 10 分，且得 9 分以上（含 9 分）定为“优秀”.

（Ⅰ）求上述 20 名女生得分的中位数和众数；

（Ⅱ）从上述 20 名男生中，随机抽取 2 名，求抽取的 2 名男生中优秀人数 X 的分布列；

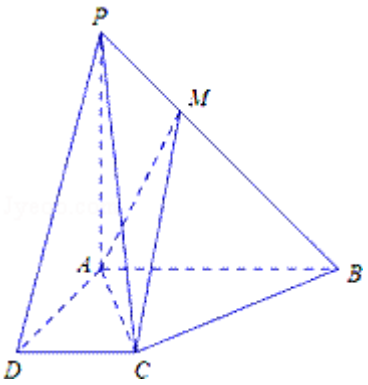
（Ⅲ）根据以上样本数据和你所学的统计知识，试估计该年级学生实心球项目的整体情况.（写出两个结论即可）

17.（13 分）如图所示，在四棱锥 P－ABCD 中，AB∥CD，AB⊥AD，AB=AD=AP=2CD=2，M 是棱 PB 上一点.

（Ⅰ）若 BM=2MP，求证：PD∥平面 MAC；

（Ⅱ）若平面 PAB⊥平面 ABCD，平面 PAD⊥平面 ABCD，求证：PA⊥平面 ABCD；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，若二面角 B－AC－M 的余弦值为$\frac{2}{3}$，求$\frac{PM}{PB}$的值.



18.（14 分）已知函数 f（x）=$\frac{1-\ln x}{x^2}$.

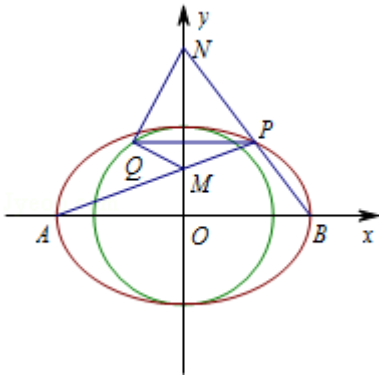
（Ⅰ）求函数 f（x）的零点及单调区间；

（Ⅱ）求证：曲线 y=$\frac{\ln x}{x}$存在斜率为 6 的切线，且切点的纵坐标 y_0＜－1.

19.（13 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$=1（a＞b＞0）上的点到它的两个焦点的距离之和为 4，以椭圆 C 的短轴为直径的圆 O 经过这两个焦点，点 A，B 分别是椭圆 C 的左、右顶点.

（Ⅰ）求圆 O 和椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）已知 P，Q 分别是椭圆 C 和圆 O 上的动点（P，Q 位于 y 轴两侧），且直线 PQ 与 x 轴平行，直线 AP，BP 分别与 y 轴交于点 M，N. 求证：∠MQN 为定值.



20.（14 分）对于数列 A：a_1，a_2，…，a_n，经过变换 T：交换 A 中某相邻两段的位置（数列 A 中的一项或连续的几项称为一段），得到数列 T（A）. 例如，数列 A：a_1，…，a_i，

$$\underbrace{a_{i+1}，\cdots，a_{i+p}}_{M}，\underbrace{a_{i+p+1}，\cdots，a_{i+p+q}}_{N}，a_{i+p+q+1}，\cdots，a_n\ (p\geqslant 1，q\geqslant 1)$$

经交换 M，N 两段位置，变换为数列 T（A）：a_1，…，a_i，

$$\underbrace{a_{i+p+1}，\cdots，a_{i+p+q}}_{N}，\underbrace{a_{i+1}，\cdots，a_{i+p}}_{M}，a_{i+p+q+1}，\cdots，a_n.$$

设 A_0 是有穷数列，令 $A_{k+1}=T(A_k)$（k=0，1，2，…）.

（Ⅰ）如果数列 A_0 为 3，2，1，且 A_2 为 1，2，3. 写出数列 A_1；（写出一个即可）

（Ⅱ）如果数列 A_0 为 9，8，7，6，5，4，3，2，1，A_1 为 5，4，9，8，7，6，3，2，1，A_2 为 5，6，3，4，9，8，7，2，1，A_5 为 1，2，3，4，5，6，7，8，9. 写出数列 A_3，A_4；（写出一组即可）

（Ⅲ）如果数列 A_0 为等差数列：2015，2014，…，1，A_n 为等差数列：1，2，…，2015，求 n 的最小值.

参考答案

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1.【解答】全集 U=Z，集合 A={1，2}，A∪B={1，2，3，4}，

∴集合 B⊆A∪B，并且一定有 3，4，

∴$\complement_U A$ 也一定有 3，4，

∴（$\complement_U A$）∩B={3，4}.

故选：C.

2.【解答】∵0＜0.2^3＜1，$2^{0.3}$＞1，$\log_2 0.3$＜0，

∴b＜a＜c，

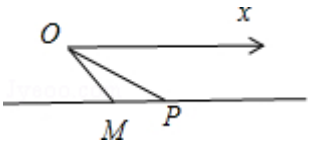
故选：D.

3.【解答】点$(2, -\frac{\pi}{6})$化为直角坐标$(2\cos(-\frac{\pi}{6}), 2\sin(-\frac{\pi}{6}))$，即$(\sqrt{3}, -1)$.

∴过点$(2, -\frac{\pi}{6})$且平行于极轴的直线的方程是 y=－1，

化为直角坐标方程为：ρsinθ=－1.

故选：D.



4.【解答】若 p∧q 为真命题，则 p，q 都为真命题，∴p∨q 为真命题；

若 p∨q 为真命题，则 p，q 中至少有一个为真命题，而如果 p，q 中只有一个为真命题，则得不到 p∧q 为真命题；

∴“p∧q 为真命题”是“p∨q 为真命题”的充分不必要条件.

故选：A.

5.【解答】由于函数 f（x）=cos（2x+φ）（φ 为常数）为奇函数，

则 φ=kπ+$\frac{\pi}{2}$，k∈z，∴cosφ=0，

故选：B.

6.【解答】由题意设阴影部分的面积为 S，则$\frac{S}{3}=\frac{33}{100}$，所以 S=$\frac{99}{100}$；

故选：A.

7.【解答】当 x≤0 时，f（x）=（x+1）$^{3}e^{x+1}$，

∴f′（x）=（x+4）（x+1）$^{2}e^{x+1}$，

∴x＜－4 时，f′（x）＜0，－4＜x≤0 时，f′（x）＞0，

∴x=－4 是函数的极值点，

∵f（x）是定义域为 R 的偶函数，

∴x=4 是函数的极值点，

又 f（0）=e，x＞0 递增，x＜0 递减，即为极值点.

故选：C.

8.【解答】显然 n=5 时成立，若 n≥6，空间中三个点确定一个平面，又任意四点都不共面，则其余点都在该平面外，而过平面外一点有且只有一条直线垂直平面，则其余各点共线，由公里 3 推论可知，存在四点共面，这与已知矛盾，故 n≥6 不成立，

故选：C

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【解答】∵a_3a_4=32，

∴q＞0，且 a_n＞0，

∵a_2a_6=64，

∴a_2a_6=（a_4）^{2}=64，

∴a_4=8，则 $a_3=\frac{32}{a_4}=\frac{32}{8}=4$，

则公比 $q=\frac{a_4}{a_3}=\frac{8}{4}=2$，

则 $a_n=a_4q^{n-4}=8\times2^{n-4}=2^{n-1}$，

则 $a_n^{2}=(2^{n-1})^{2}=4^{n-1}$，

即数列$\{a_n^{2}\}$是公比 q=4 的等比数列，

则 $a_1^{2}+a_2^{2}+\cdots+a_n^{2}=\frac{1(1-4^n)}{1-4}=\frac{4^n-1}{3}$，

故答案为：2，$\frac{4^n-1}{3}$

10.【解答】连接 OD，则 OD⊥AB，

∵△ACB 中，∠ACB=120°，AC=BC，

∴∠B=∠A=30°，

∴∠DOB=60°，

∴△ODE 为等边三角形，

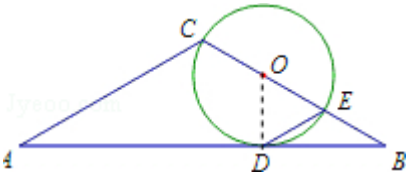
∴∠EDB=30°，

∴DE=EB=$\frac{1}{2}$CE，

∵BC=3，

∴BE=1

故答案为：30°；1.



11.【解答】由程序设计意图可知，S 表示此等差数列{a_n}前 n 项和，故②处应该填写 a=a+2，

又因为此数列首项为负数，公差为正数，求前 n 项和的最小值只需累加至最后一个非正项即可，故①处可填写：a＞0.

故答案为：a＞0，a=a+2.

12.【解答】∵双曲线 M 上存在四个点 A，B，C，D，使得四边形 ABCD 是正方形，

∴$\frac{b}{a}$＞1，

∴e=$\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}>\sqrt{2}$，

即 e∈$(\sqrt{2}, +\infty)$.

故答案为：$(\sqrt{2}, +\infty)$.

13.【解答】因为涂成红色的方格数为偶数，即涂成红色的方格数为 0，或 2，

3 个格涂一种颜色，有 2 种，（全黄或全蓝）

3 个格涂 2 颜色且涂 0 个红色时，$C_2^1C_3^2$=6 种，

3 格涂 2 颜色且涂 2 个红色时，$C_2^1C_3^2$=6 种，

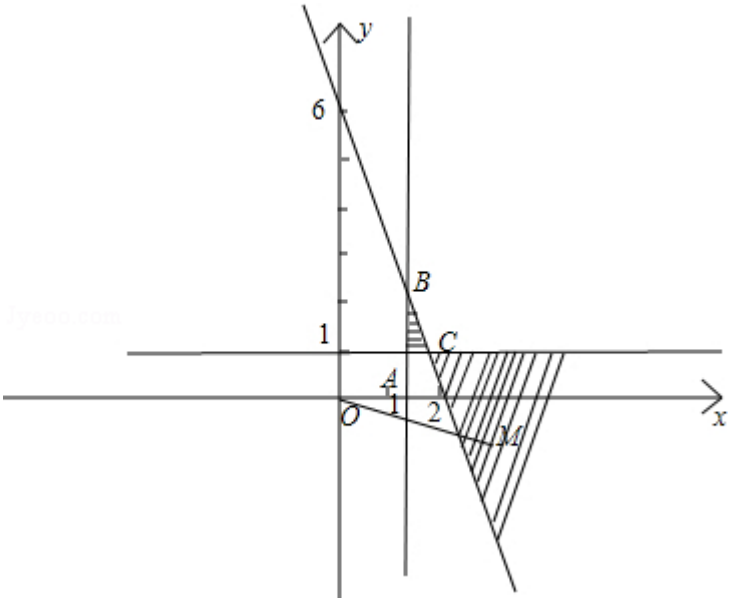
根据分类计数原理，可得共有 2+6+6=14 种，

故答案为：14.

14.【解答】由不等式组 $\begin{cases}3x-4\geqslant 0\\(y-1)(3x+y-6)\leqslant 0\end{cases}$ 得：

$\begin{cases}x\geqslant\frac{4}{3}\\y\geqslant 1\\y\leqslant -3x+6\end{cases}$，或 $\begin{cases}x\geqslant\frac{4}{3}\\y\leqslant 1\\y\geqslant -3x+6\end{cases}$；

∴平面区域 D 如下图阴影部分所示：



由 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}=\lambda|\overrightarrow{OM}|$ 得，λ=cos∠MOA；

如图所示，若设直线 $x=\frac{4}{3}$ 和 y=﹣3x+6 的交点为 B，则 B 点坐标为（$\frac{4}{3}$，2），所以 $|OB|=\frac{2\sqrt{13}}{3}$，

当 M 点从 B 点开始向 x 轴靠近的过程中，∠MOA 不断减小，并减小到 0，当∠MOA=0° 时对应的 λ 的值达到最大值，而当 M 从 x 轴并在阴影部分远离 x 轴时，∠MOA 又逐渐增大，可知∠MOA 的最大值（极限值）一定在直线 y=﹣3x+6 上取得，比较此极限值和 M 在 B 点对应的 λ 值即可求出 λ 的最小值；

当 M 点在 B 点时，$\cos\angle MOA=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2\sqrt{13}}{3}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$；

当 M 点在第四象限且在直线上时，设 M（x，﹣3x+6），则 $\cos\angle MOA=\frac{x}{x^2+(-3x+6)^2}$，

当 x 趋近于正无穷时，$\cos\angle MOA=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

∵$\frac{2\sqrt{13}}{13}>\frac{\sqrt{10}}{10}$；

∴λ 的取值范围是（$\frac{\sqrt{10}}{10}$，1].

故答案为：（$\frac{\sqrt{10}}{10}$，1].

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

15.【解答】（Ⅰ）因为 $a=\frac{3\sqrt{6}}{2}\cos A$，所以 $a=\frac{3\sqrt{6}}{2}\times\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，

因为 c=5，$b=2\sqrt{6}$，所以 $3a^2+40a-49\times3=0$，

解得：a=3 或 $a=-\frac{49}{3}$（舍）．…（6 分）

证明：（Ⅱ）由（Ⅰ）可得：$\cos A=\frac{2}{3\sqrt{6}}\times3=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以 $\cos2A=2\cos^2A-1=\frac{1}{3}$，

因为 a=3，c=5，$b=2\sqrt{6}$，

所以 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{3}$，

所以 cos2A=cosB．…（12 分）

因为 c＞b＞a，所以 $A\in(0,\frac{\pi}{3})$，

因为 B∈（0，π），所以∠B=2∠A．…（13 分）

16.【解答】（Ⅰ）20 名女生掷实心球得分如下：

5，6，7，7，7，7，7，7，8，8，8，9，9，9，9，9，9，9，10，10．

所以中位数为 8，众数为 9．　　…（3 分）

（Ⅱ）X 的可能取值为 0，1，2．…（4 分）

$P(X=0)=\frac{C_{12}^2}{C_{20}^2}=\frac{33}{95}$，

$P(X=1)=\frac{C_{12}^1C_8^1}{C_{20}^2}=\frac{48}{95}$，

$P(X=2)=\frac{C_8^2}{C_{20}^2}=\frac{14}{95}$，

所以抽取的 2 名男生中优秀人数 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\frac{33}{95}$	$\frac{48}{95}$	$\frac{14}{95}$

…（10 分）

（Ⅲ）由茎叶图得 20 名男生掷实心球得分如下：

4，4，4，6，6，6，7，7，8，8，8，8，9，9，9，9，9，10，10，10．

所以中位数为 8，众数为 9．

20 名女生掷实心球得分的平均数为：$\overline{x_{女}}=\frac{1}{20}$（5+6+7+7+7+7+7+7+8+8+8+9+9+9+9+9+9+9+10+10）=8，

20 名男生掷实心球得分的平均数为：$\overline{x_{男}}=\frac{1}{20}$（4+4+4+6+6+6+7+7+8+8+8+8+9+9+9+9+9+10+10+10）=7.55.

∴该年级学生实心球项目的整体情况为：

①男生和女生的得分的中位数和众数相等；

②男生得分的平均数小于女生得分的平均数.　…（13 分）

评分建议：从平均数、方差、极差、中位数、众数等角度对整个年级学生掷实心球项目的情况进行合理的说明即可；也可以对整个年级男、女生该项目情况进行对比；或根据目前情况对学生今后在该项目的训练提出合理建议.

17.【解答】（Ⅰ）连结 BD 交 AC 于点 O，连结 OM.

因为 AB∥CD，AB=2CD，所以$\frac{BO}{DO}=\frac{AB}{CD}=2$.

因为 BM=2MP，所以$\frac{BM}{PM}=2$. 所以 $\frac{BM}{PM}=\frac{BO}{DO}$.

所以 OM∥PD. …（2 分）

因为 OM⊂平面 MAC，PD⊄平面 MAC，

所以 PD∥平面 MAC. …（4 分）

（Ⅱ）因为 平面 PAD⊥平面 ABCD，AD⊥AB，

平面 PAD∩平面 ABCD=AD，AB⊂平面 ABCD，

所以 AB⊥平面 PAD.　…（6 分）

因为 PA⊂平面 PAD，所以 AB⊥PA.

同理可证：AD⊥PA.

因为 AD⊂平面 ABCD，AB⊂平面 ABCD，AD∩AB=A，

所以 PA⊥平面 ABCD. …（9 分）

解：（Ⅲ）分别以边 AD，AB，AP 所在直线为 x，y，z 轴，

建立如图所示的空间直角坐标系.

由 AB=AD=AP=2CD=2，

得 A（0，0，0），B（0，2，0），C（2，1，0），D（2，0，0），P（0，0，2），

则$\overrightarrow{AC}=(2,\ 1,\ 0)$，$\overrightarrow{PB}=(0,\ 2,\ -2)$.

由（Ⅱ）得：PA⊥平面 ABCD.

所以 平面 ABCD 的一个法向量为$\vec{n}=(0,\ 0,\ 1)$. …（10 分）

设$\frac{PM}{PB}=\lambda$（0≤λ≤1），即$\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PB}$. 所以 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AP}+\lambda\overrightarrow{PB}=(0,\ 2\lambda,\ 2-2\lambda)$.

设平面 AMC 的法向量为$\vec{m}=(x,\ y,\ z)$，

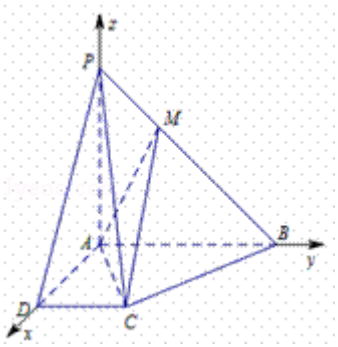
则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AM}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}2x+y=0\\ 2\lambda\cdot y+(2-2\lambda)\cdot z=0.\end{cases}$

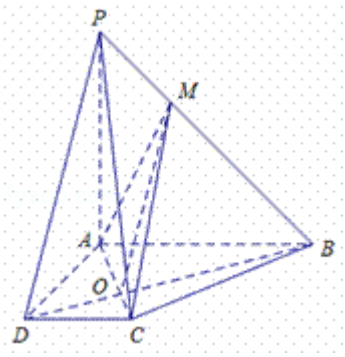
令 x=λ－1，则 y=2－2λ，z=－2λ．所以 $\vec{m}=(\lambda-1,\ 2-2\lambda,\ -2\lambda)$．

因为 二面角 B－AC－M 的余弦值为$\frac{2}{3}$，

所以 $\frac{|2\lambda|}{\sqrt{9\lambda^2-10\lambda+5}}=\frac{2}{3}$，解得 $\lambda=\frac{1}{2}$．

所以 $\frac{PM}{PB}$的值为$\frac{1}{2}$．…（14 分）





18.【解答】（Ⅰ）令 f（x）=0，得 x=e．故 f（x）的零点为 e，

$f'(x)=\frac{(-\frac{1}{x})\cdot x^2-(1-\ln x)\cdot 2x}{(x^2)^2}=\frac{2\ln x-3}{x^3}$（x＞0）．

令 f′（x）=0，解得 $x=e^{\frac{3}{2}}$．

当 x 变化时，f′（x），f（x）的变化情况如下表：

x	（0，$e^{\frac{3}{2}}$）	$e^{\frac{3}{2}}$	（$e^{\frac{3}{2}}$，+∞）
f′（x）	-	0	+
f（x）	递减		递增

所以 f（x）的单调递减区间为 $(0,\ e^{\frac{3}{2}})$，单调递增区间为 $(e^{\frac{3}{2}},\ +\infty)$．

（Ⅱ）令$g(x)=\frac{\ln x}{x}$．则$g'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-1\cdot\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}=f(x)$，

因为 $f(\frac{1}{2})=4+4\ln 2>4+4\times\frac{1}{2}=6$，f（e）=0，且由（Ⅰ）得，f（x）在（0，e）内是减函数，

所以 存在唯一的$x_0\in(\frac{1}{2},\ e)$，使得g′（x_0）=f（x_0）=6．

当x∈[e，+∞）时，f（x）≤0．

所以 曲线$y=\frac{\ln x}{x}$存在以（x_0，g（x_0））为切点，斜率为6的切线．

由$g'(x_0)=\frac{1-\ln x_0}{x_0^2}=6$得：$\ln x_0=1-6x_0^2$．

所以 $g(x_0)=\frac{\ln x_0}{x_0}=\frac{1-6x_0^2}{x_0}=\frac{1}{x_0}-6x_0$．

因为 $x_0>\frac{1}{2}$，所以 $\frac{1}{x_0}<2$，－6x_0＜－3．

所以 y_0=g（x_0）＜－1．

19．【解答】（Ⅰ）依题意得$\begin{cases}2a=4\\ c=b\\ a^2-b^2=c^2.\end{cases}$ 解得：a=2，b=c=$\sqrt{2}$．

所以圆O的方程为$x^2+y^2=2$，椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$．

（Ⅱ）证法一：如图所示，设P（x_0，y_0）（$y_0\neq0$），Q（x_Q，y_0），则$\begin{cases}\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1\\ x_Q^2+y_0^2=2\end{cases}$即$\begin{cases}x_0^2=4-2y_0^2\\ x_Q^2=2-y_0^2.\end{cases}$，

又由AP：$y=\frac{y_0}{x_0+2}(x+2)$得$M(0,\ \frac{2y_0}{x_0+2})$．

由BP：$y=\frac{y_0}{x_0-2}(x-2)$得$N(0,\ -\frac{2y_0}{x_0-2})$．

所以 $\overrightarrow{QM}=(-x_Q,\ \frac{2y_0}{x_0+2}-y_0)=(-x_Q,\ \frac{x_0y_0}{x_0+2})$，$\overrightarrow{QN}=(-x_Q,\ -\frac{2y_0}{x_0-2}-y_0)=(-x_Q,\ -\frac{x_0y_0}{x_0-2})$．

所以 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=x_Q^2+\frac{x_0^2y_0^2}{x_0^2-4}=2-y_0^2+\frac{(4-2y_0^2)y_0^2}{-2y_0^2}=0$．

所以 QM⊥QN，即∠MQN=90°．

（Ⅱ）证法二：如图所示，设P（x_0，y_0），AP：y=k（x+2）（k≠0）．

由$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\\ y=k(x+2)\end{cases}$得（$2k^2+1$）$x^2+8k^2x+8k^2-4=0$.

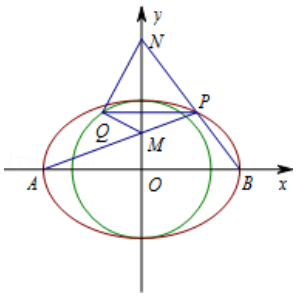
所以 $-2x_0=\frac{8k^2-4}{2k^2+1}$，即$x_0=\frac{2-4k^2}{2k^2+1}$.

所以 $y_0=\frac{4k}{2k^2+1}$，即$P(\frac{2-4k^2}{2k^2+1},\ \frac{4k}{2k^2+1})$.

所以 直线 BP 的斜率为$\frac{\frac{4k}{2k^2+1}}{\frac{2-4k^2}{2k^2+1}-2}=-\frac{1}{2k}$.

所以 BP：$y=-\frac{1}{2k}(x-2)$.

令 x=0 得：M（0，2k），$N(0,\ \frac{1}{k})$.



设 Q（x_Q，y_0），则$\overrightarrow{QM}=(-x_Q,\ 2k-y_0)$，$\overrightarrow{QN}=(-x_Q,\ \frac{1}{k}-y_0)$.

所以 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=x_Q^2+(2k-y_0)(\frac{1}{k}-y_0)=x_Q^2+y_0^2+2-\frac{2k^2+1}{k}\cdot y_0$.

因为 $x_Q^2+y_0^2=2$，$y_0=\frac{4k}{2k^2+1}$，

所以 $\overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=0$. 所以 QM⊥QN，即∠MQN=90°.

20.【解答】（Ⅰ）A_1：2，1，3 或 A_1：1，3，2.

（Ⅱ）A_3：5，6，7，2，3，4，9，8，1；

A_4：5，6，7，8，1，2，3，4，9.

（Ⅲ）考虑数列 A：a_1，a_2，…，a_n，满足 $a_i<a_{i+1}$的数对 a_i，a_{i+1}的个数，我们称之为“顺序数”. 则等差数列 A_0：2015，2004，…，1 的顺序数为 0，等差数列 A_n：1，2，…，2015 的顺序数为 2014.

首先，证明对于一个数列，经过变换 T，数列的顺序数至多增加 2. 实际上，考虑对数列…，p，a，…，b，c，…，d，q，…，交换其相邻两段 a，…，b 和 c，…，d 的位置，

变换为数列…，p，c，…，d，a，…，b，q，….

显然至多有三个数对位置变化. 假设三个数对的元素都改变顺序，使得相应的顺序数增加，

即由 p>a，b>c，d>q 变为 p<c，d<a，b<q.

分别将三个不等式相加得 p+b+d>a+c+q 与 p+b+d<a+c+q，矛盾.

所以 经过变换 T，数列的顺序数至多增加 2.

其次，第一次和最后一次变换，顺序数均改变 1. 设 n 的最小值为 x，则

2+2（x﹣2）≥2014，即 x≥1008.

最后，说明可以按下列步骤，使得数列 A_{1008} 为 1，2，…，2015.

对数列 A_0：2015，2014，…，1，

第 1 次交换 1，2，…，1007 和 1008，1009 位置上的两段，

得到数列 A_1：1008，1007，2015，2014，…，1010，1009，1006，1005，…，2，1；

第 2 次交换 2，3，…，1008 和 1009，1010 位置上的两段，

得到数列 A_2：1008，1009，1006，1007，2015，2014，…，1011，1010，1005，1004，…，2，1；

第 3 次交换 3，4，…，1009 和 1010，1011 位置上的两段，

得到数列 A_3：1008，1009，1010，1005，1006，1007，2015，2014，…，1012，1011，1004，1003，…，2，1；…，以此类推

第 1007 次交换 1007，1008，…，2013 和 2014，2015 位置上的两段，

得到数列 A_{1007}：1008，1009，…，2013，2014，1，2，…，1006，1007，2015；

最终再交换 1，2，…，1007 和 1008，1009，…，2014 位置上的两段，即得 A_{1008}：1，2，…，2015.

所以 n 的最小值为 1008.