2015 北京朝阳高三二模

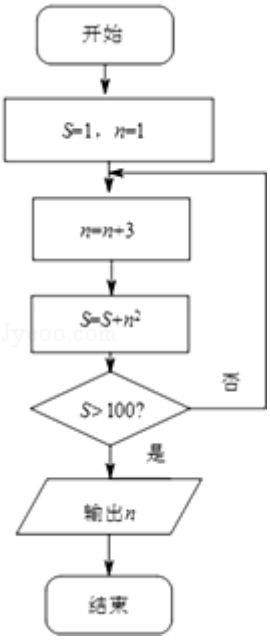
数　　学（理）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1.（5 分）已知集合 A={x|x^2＞1}，集合 B={x|x（x－2）＜0}，则 A∩B=（　　）

A．{x|1＜x＜2}　B．{x|x＞2}　C．{x|0＜x＜2}　D．{x|x≤1，或 x≥2}

2.（5 分）执行如图所示的程序框图，则输出的 n 的值是（　　）



A．7　　B．10　　C．66　　D．166

3.（5 分）设 i 为虚数单位，m∈R，“复数 m（m－1）+i 是纯虚数”是“m=1”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　D．既不充分又不必要条件

4.（5 分）已知平面上三点 A，B，C，满足|$\overrightarrow{AB}$|=6，|$\overrightarrow{AC}$|=8，|$\overrightarrow{BC}$|=10，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}$=（　　）

A．48　　B．－48　C．100　D．－100

5.（5 分）已知函数 f（x）=2sin（$\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{5}$），若对任意的实数 x，总有 f（$x_1$）≤f（x）≤f（$x_2$），则|$x_1$－$x_2$|的最小值是（　　）

A．2　　B．4　　C．π　　D．2π

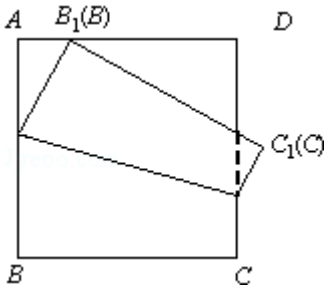
6.（5 分）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$=1（a＞0，b＞0）与抛物线 y^2=4x 有一个公共的焦点 F，且两曲线的一个交点为 P．若|PF|=$\frac{5}{2}$，则双曲线的渐近线方程为（　　）

A．y=±$\frac{1}{2}$x　B．y=±2x　C．y=±$\sqrt{3}$x　D．y=±$\frac{\sqrt{3}}{3}$x

7.（5分）已知函数f（x）=$\frac{e^x-e^{-x}}{2}$，x∈R，若对任意 θ∈（0，$\frac{\pi}{2}$]，都有f（sinθ）+f（1-m）＞0成立，则实数m的取值范围是（　　）

A.（0，1）　B.（0，2）　C.（-∞，1）　D.（-∞，1]

8.（5分）如图，将一张边长为1的正方形纸ABCD折叠，使得点B始终落在边AD上，则折起部分面积的最小值为（　　）



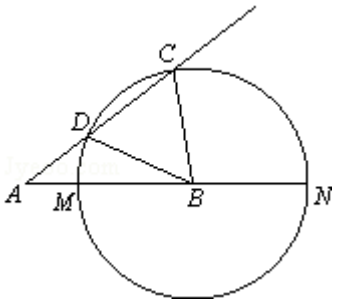
A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{3}{8}$　C. $\frac{2}{5}$　D. $\frac{1}{2}$

二、填空题：本小题共6小题，每小题5分，共30分.

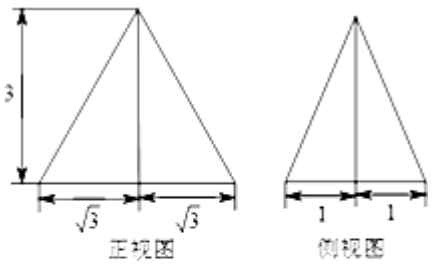
9.（5分）$(1-\frac{1}{3x})^4$展开式中含x^{-3}项的系数是_____.

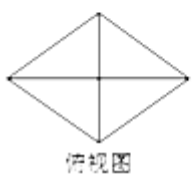
10.（5分）已知圆C的圆心在直线x-y=0上，且圆C与两条直线x+y=0和x+y-12=0都相切，则圆C的标准方程是_____.

11.（5分）如图，已知圆B的半径为5，直线AMN与直线ADC为圆B的两条割线，且割线AMN过圆心B. 若AM=2，∠CBD=60°，则AD=_____.



12.（5分）某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的侧面积为_____.





13.（5 分）已知点 A_1（a_1，1），A_2（a_2，2），…，A_n（a_n，n）（$n\in N^*$）在函数 $y=\log_{\frac{1}{3}}x$ 的图象上，则数列$\{a_n\}$的通项公式为_____；设 O 为坐标原点，点 $M_n(a_n,0)(n\in N^*)$，则$\triangle OA_1M_1$，$\triangle OA_2M_2$，…，$\triangle OA_nM_n$ 中，面积的最大值是_____.

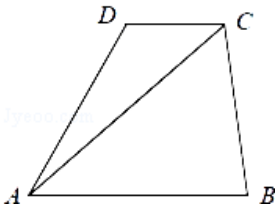
14.（5 分）设集合 $A=\{(m_1,m_2,m_3)\mid m_2\in\{-2,0,2\},m_i=1,2,3\}\}$，集合 A 中所有元素的个数为_____；集合 A 中满足条件“$2\leqslant|m_1|+|m_2|+|m_3|\leqslant5$”的元素个数为_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.（13 分）在梯形 ABCD 中，AB∥CD，CD=2，∠ADC=120°，$\cos\angle CAD=\frac{5\sqrt{7}}{14}$.

（Ⅰ）求 AC 的长；

（Ⅱ）求梯形 ABCD 的高.



16.（13 分）某学科测试中要求考生从 A，B，C 三道题中任选一题作答，考试结束后，统计数据显示共有 600 名学生参加测试，选择 A，B，C 三题答卷数如表：

题	A	B	C
答卷数	180	300	120

（Ⅰ）某教师为了解参加测试的学生答卷情况，现用分层抽样的方法从 600 份答案中抽出若干份答卷，其中从选择 A 题作答的答卷中抽出了 3 份，则应分别从选择 B，C 题作答的答卷中各抽出多少份？

（Ⅱ）若在（Ⅰ）问中被抽出的答卷中，A，B，C 三题答卷得优的份数都是 2，从被抽出的 A，B，C 三题答卷中再各抽出 1 份，求这 3 份答卷中恰有 1 份得优的概率；

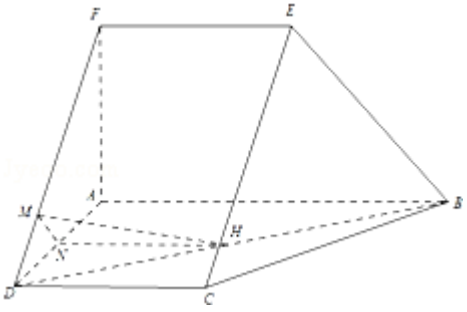
（Ⅲ）测试后的统计数据显示，B 题的答卷得优的有 100 份，若以频率作为概率，在（Ⅰ）问中被抽出的选择 B 题作答的答卷中，记其中得优的份数为 X，求 X 的分布列及其数学期望 EX.

17.（14 分）如图，在直角梯形 ABCD 中，AB∥CD，∠DAB=90°，$AD=DC=\frac{1}{2}AB=1$．直角梯形 ABEF 可以通过直角梯形 ABCD 以直线 AB 为轴旋转得到，且平面 ABEF⊥平面 ABCD.

（Ⅰ）求证：FA⊥BC；

（Ⅱ）求直线 BD 和平面 BCE 所成角的正弦值；

（Ⅲ）设 H 为 BD 的中点，M，N 分别为线段 FD，AD 上的点（都不与点 D 重合）．若直线 FD⊥平面 MNH，求 MH 的长.



18.（13 分）已知点 M 为椭圆 C：$3x^2+4y^2=12$ 的右顶点，点 A，B 是椭圆 C 上不同的两点（均异于点 M），且满足直线 MA 与直线 MB 斜率之积为$\frac{1}{4}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的离心率及焦点坐标；

（Ⅱ）试判断直线 AB 是否过定点：若是，求出定点坐标；若否，说明理由.

19.（14 分）已知函数 $f(x)=(x^2-a)e^x$，$a\in R$.

（Ⅰ）当 a=0 时，求函数 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）若在区间（1，2）上存在不相等的实数 m，n，使 f（m）=f（n）成立，求 a 的取值范围；

（Ⅲ）若函数 f（x）有两个不同的极值点 x_1，x_2，求证：$f(x_1)f(x_2)<4e^{-2}$.

20.（13 分）已知数列，A_n：a_1，a_2，…，a_n（$n\geq 2$，$n\in N^*$）是正整数 1，2，3，…，n 的一个全排列. 若对每个 $k\in\{2,3,\cdots,n\}$ 都有 $|a_k-a_{k-1}|=2$ 或 3，则称 A_n 为 H 数列.

（Ⅰ）写出满足 $a_5=5$ 的所有 H 数列 A_5；

（Ⅱ）写出一个满足 a_{5k}（k=1，2，…，403）的 H 数列 A_{2015} 的通项公式；

（Ⅲ）在 H 数列 A_{2015} 中，记 $b_k=a_{5k}$（k=1，2，…，403）. 若数列 $\{b_k\}$ 是公差为 d 的等差数列，求证：d=5 或 -5.

参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1.【解答】由 A 中不等式解得：x＞1 或 x＜﹣1，即 A={x|x＜﹣1 或 x＞1}，

由 B 中不等式解得：0＜x＜2，即 B={x|0＜x＜2}，

则 A∩B={x|1＜x＜2}，

故选：A.

2.【解答】模拟执行程序框图，可得

S=1，n=1

n=4，S=17，

不满足条件 S＞100，n=7，S=66

不满足条件 S＞100，n=10，S=166

满足条件 S＞100，退出循环，输出 n 的值为 10.

故选：B.

3.【解答】复数 m（m﹣1）+i 是纯虚数，则 m=0 或 m=1，

显然 m=1，复数是纯虚数，

所以，“复数 m（m﹣1）+i 是纯虚数”是“m=1”的必要不充分条件.

故选：B.

4.【解答】由题意$|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2=|\overrightarrow{BC}|^2$=100，所以△ABC 是直角三角形，∠A=90°，

所以$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}$=6×10×（$-\frac{6}{10}$）+8×10×（$-\frac{8}{10}$）+0=﹣100；

故选：D.

5.【解答】由题意可得$|x_1-x_2|$的最小值为半个周期，即$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}=\frac{\pi}{\frac{\pi}{2}}$=2，

故选：A.

6.【解答】∵抛物线 y^2=4x 的焦点坐标 F（1，0），p=2，

抛物线的焦点和双曲线的焦点相同，

∴p=2c，即 c=1，

∵设 P（m，n），由抛物线定义知：

|PF|=m+$\frac{p}{2}$=m+1=$\frac{5}{2}$，∴m=$\frac{3}{2}$.

∴P 点的坐标为（$\frac{3}{2}$，±$\sqrt{6}$）

∴$\begin{cases}a^2+b^2=1\\ \frac{9}{4a^2}-\frac{6}{b^2}=1\end{cases}$解得：$\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$，

则渐近线方程为 y=±$\sqrt{3}$x，

故选：C.

7.【解答】f（x）的定义域为 R，f（－x）=－f（x）；

f′（x）=e^x+e^{-x}＞0；

∴f（x）在 R 上单调递增；

由 f（sinθ）+f（1－m）＞0 得，f（sinθ）＞f（m－1）；

∴sinθ＞m－1；

即对任意 θ∈$(0,\frac{\pi}{2}]$都有 m－1＜sinθ 成立；

∵0＜sinθ≤1；

∴m－1≤0；

∴实数 m 的取值范围是（－∞，1].

故选 D.

8.【解答】如图，过 N 作 NR⊥AB 与 R，则 RN=BC=1，

连 BB′，交 MN 于 Q. 则由折叠知，

△MBQ 与△MB′Q 关于直线 MN 对称，即△MBQ≌△MB′Q，

有 BQ=B′Q，MB=MB′，MQ⊥BB′.

∵∠A=∠MQB，∠ABQ=∠ABB′，

∴△MQB∽△B′AB，

∴$\frac{AB'}{MQ}=\frac{AB}{BQ}=\frac{BB'}{MB}$.

设 AB′=x，则 BB′=$\sqrt{1+x^2}$，BQ=$\frac{1}{2}\sqrt{1+x^2}$，代入上式得：

BM=B′M=$\frac{1}{2}$（$1+x^2$）.

∵∠MNR+∠BMQ=90°，∠ABB′+∠BMQ=90°，

∴∠MNR=∠ABB′，

在 Rt△MRN 和 Rt△B′AB 中，

$$\because\begin{cases}\angle MNR=\angle ABB'\\ RN=AB\\ \angle A=\angle NRM=90^\circ\end{cases},$$

∴Rt△MRN≌Rt△B′AB（ASA），

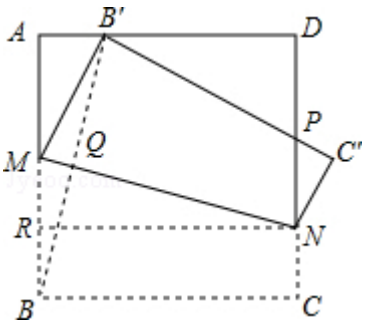
∴MR=AB′=x.

故 C’N=CN=BR=MB－MR=$\frac{1}{2}$（1+x^2）－x=$\frac{1}{2}$（x－1）^{2}.

∴$S_{梯形MNC'B'}$=$\frac{1}{2}$[$\frac{1}{2}$（x－1）^{2}+$\frac{1}{2}$（x^2+1）]×1=$\frac{1}{2}$（x^2－x+1）=$\frac{1}{2}$（x－$\frac{1}{2}$）^{2}+$\frac{3}{8}$，

得当 x=$\frac{1}{2}$时，梯形面积最小，其最小值$\frac{3}{8}$.

故选：B.



二、填空题：本小题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【解答】由 $T_{r+1}=C_4^r\cdot(1)^{4-r}\cdot(-\frac{1}{3x})^r=(-\frac{1}{3})^r\cdot C_4^r x^{-r}$，

令－r=－3，得 r=3.

∴（1－$\frac{1}{3x}$）^{4}展开式中含 x^{-3}项的系数是 $(-\frac{1}{3})^3\cdot C_4^3=-\frac{4}{27}$.

故答案为：$-\frac{4}{27}$.

10.【解答】圆心在 x－y=0 上，圆心为（a，a），

因为圆 C 与两条直线 x+y=0 和 x+y－12=0 都相切，

所以$\frac{|a+a|}{\sqrt{2}}=\frac{|a+a-12|}{\sqrt{2}}$，解得 a=3，

圆 c 的标准方程为（x－3）^{2}+（y－3）^{2}=18.

故答案为：（x－3）^{2}+（y－3）^{2}=18.

11.【解答】由题意，CD=DB=BC=5，AN=12，

∵直线 AMN 与直线 ADC 为圆 B 的两条割线，

∴AD×（AD+5）=2×12，

∴AD^2+5AD﹣24=0，

∴AD=3，

故答案为：3．

12．【解答】根据几何体的三视图，得；

该几何体是底面为菱形的四棱锥，

且菱形的边长为$\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}$=2，

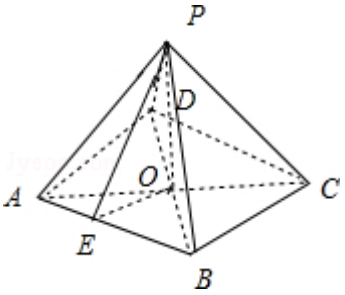
三棱锥的高为 3，

且侧面四个三角形的面积相等，如图所示；

∴该四棱锥的侧面积为

$4S_{\triangle PAB}=4\times\frac{1}{2}AB\cdot PE=4\times\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3^2+(\frac{\sqrt{3}\times1}{2})^2}=2\sqrt{39}$.

故答案为：$2\sqrt{39}$.



13．【解答】由题意可得 $n=\log_{\frac{1}{3}}a_n$，∴$a_n=(\frac{1}{3})^n$，

又可得△OA_nM_n的面积 $S_n=\frac{1}{2}\times a_n\times n=\frac{1}{2}n(\frac{1}{3})^n$，

构造函数 $y=\frac{1}{2}x(\frac{1}{3})^x$，可判函数单调递减，

∴当 n=1 时，S_n取最大值$\frac{1}{6}$

故答案为：$a_n=(\frac{1}{3})^n$；$\frac{1}{6}$

14．【解答】m_1从集合{﹣2，0，2）中任选一个，有 3 种选法，m_2，m_3都有 3 种选法；

∴构成集合 A 的元素有 3×3×3=27 种情况；

即集合 A 元素个数为 27；

对于 2≤$|m_1|+|m_2|+|m_3|$≤5 分以下几种情况：

①$|m_1|+|m_2|+|m_3|=2$，即此时集合 A 的元素含有一个 2，或 - 2，两个 0，2 或 - 2 从三个位置选一个有 3 种选法，剩下的位置都填 0，这种情况有 3×2=6 种；

②$|m_1|+|m_2|+|m_3|=4$，即此时集合 A 含有两个 2，或 - 2，一个 0；或者一个 2，一个 - 2，一个 0；

当是两个 2 或 - 2，一个 0 时，从三个位置任选一个填 0，剩下的两个位置都填 2 或 - 2，这种情况有 3×2=6 种；

当是一个 2，一个 - 2，一个 0 时，对这三个数全排列即得到 3×2×1=6 种；

∴集合 A 中满足条件“$2\leqslant|m_1|+|m_2|+|m_3|\leqslant5$”的元素个数为 6+6+6=18.

故答案为：27，18.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.【解答】（Ⅰ）在△ACD 中，∵$\cos\angle CAD=\frac{5\sqrt{7}}{14}$，∴$\sin\angle CAD=\frac{\sqrt{21}}{14}$.

由正弦定理得：$\frac{AC}{\sin\angle ADC}=\frac{CD}{\sin\angle CAD}$，

即 $AC=\frac{CD\sin\angle ADC}{\sin\angle CAD}=\frac{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{21}}{14}}=2\sqrt{7}$.

（Ⅱ）在△ACD 中，由余弦定理得：$AC^2=AD^2+CD^2-2AD\cdot CD\cos120°$，

整理得 $AD^2+2AD-24=0$，解得 AD=4.

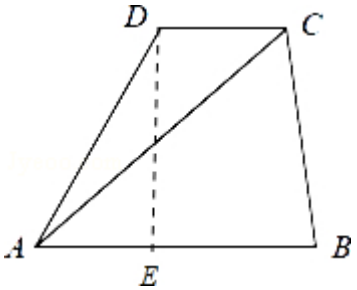
过点 D 作 DE⊥AB 于 E，则 DE 为梯形 ABCD 的高.

∵AB∥CD，∠ADC=120°，

∴∠BAD=60°.

在直角△ADE 中，$DE=AD\cdot\sin60°=2\sqrt{3}$.

即梯形 ABCD 的高为 $2\sqrt{3}$.



16.【解答】（Ⅰ）由题意可得：

题	A	B	C
答卷数	180	300	230
抽出的答卷数	3	5	2

应分别从 B、C 题的答卷中抽出 5 份，2 份.

（Ⅱ）记事件 M：被抽出的 A、B、C 三种答卷中分别再任取出 1 份，这 3 份答卷中恰有 1 份得优，可知只能 C 题答案为优，依题意 P（M）=$\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times 1=\frac{1}{5}$.

（Ⅲ）由题意可知，B 题答案得优的概率为$\frac{1}{3}$，显然被抽出的 B 题的答案中得优的份数 X 的可能取值为 0，1，2，3，4，5，且 X～B$(5,\ \frac{1}{3})$. P（X=k）=$\binom{k}{5}(\frac{1}{3})^{k}(\frac{2}{3})^{5-k}$（k=0，1，2，3，4，5），可得 P（X=0）=$\frac{32}{243}$，P（X=1）=$\frac{80}{243}$，P（X=2）=$\frac{80}{243}$，P（X=3）=$\frac{40}{243}$，P（X=4）=$\frac{10}{243}$，P（X=0）=$\frac{1}{243}$，

随机变量 X 的分布列为：

X	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{32}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{1}{243}$

∴E（X）=np=$5\times\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$.

17.【解答】（Ⅰ）证明：由已知得∠FAB=90°，所以 FA⊥AB.

因为平面 ABEF⊥平面 ABCD，

且平面 ABEF∩平面 ABCD=AB，

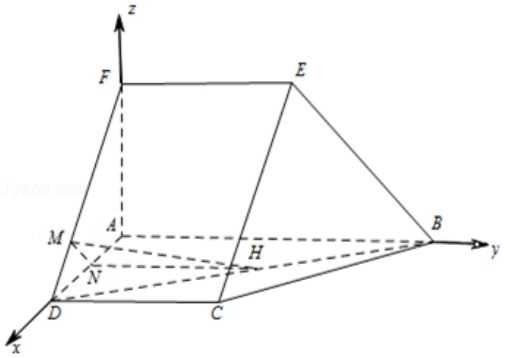
所以 FA⊥平面 ABCD，

由于 BC⊂平面 ABCD，所以 FA⊥BC.

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）知 FA⊥平面 ABCD，所以 FA⊥AB，FA⊥AD.

由已知 DA⊥AB，所以 AD，AB，AF 两两垂直.

以 A 为原点建立空间直角坐标系（如图）.



因为 AD=DC=$\frac{1}{2}$AB=1，

则 B（0，2，0），C（1，1，0），D（1，0，0），E（0，1，1），

所以$\overrightarrow{BC}$=（1，－1，0），$\overrightarrow{BE}$=（0，－1，1），

设平面 BCE 的一个法向量$\vec{n}$=（x，y，z）.

所以$\begin{cases}x-y=0\\-y+z=0\end{cases}$.

令 x=1，则$\vec{n}$=（1，1，1）.

设直线 BD 与平面 BCE 所成角为 θ，

因为$\overrightarrow{BD}$=（1，－2，0），

所以 sinθ=$|\frac{1-2}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}}|=\frac{\sqrt{15}}{15}$.

所以直线 BD 和平面 BCE 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{15}}{15}$.

（Ⅲ）解：A（0，0，0），D（1，0，0），F（0，0，1），B（0，2，0），H（$\frac{1}{2}$，1，0）.

设$\frac{DM}{DF}$=k（0＜k≤1），则 M（1－k，0，k），

∴$\overrightarrow{MH}$=（k－$\frac{1}{2}$，1，－k），$\overrightarrow{FD}$=（1，0，－1）.

若 FD⊥平面 MNH，则 FD⊥MH.

即$\overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{MH}$=0.

∴k－$\frac{1}{2}$+k=0．解得 k=$\frac{1}{4}$.

则$\overrightarrow{MH}$=（$\frac{1}{4}$，1，－$\frac{1}{4}$），$|\overrightarrow{MH}|=\frac{3}{4}\sqrt{2}$.

18.【解答】（Ⅰ）椭圆 C 的方程可化为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，则 a=2，b=$\sqrt{3}$，c=1.

故离心率 e=$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，焦点坐标为（－1，0），（1，0）.

（Ⅱ）由题意，直线 AB 的斜率存在，可设直线 AB 的方程为 y=kx+m（k≠0），A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）.

联立$\begin{cases}y=kx+m\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$得（3+4$k^2$）$x^2$+8kmx+4$m^2$－12=0.

△=64k^2m^2－4（3+4k^2）（4m^2－12）=48（4k^2－m^2+3）＞0.

∴$x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$，

∵直线 MA 与直线 MB 斜率之积为$\frac{1}{4}$.

∴$\frac{y_1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{1}{4}$，

∴4（kx_1+m）（kx_2+m）=（x_1－2）（x_2－2）.

化简得（4k^2－1）x_1x_2+（4km+2）（x_1+x_2）+4m^2－4=0，

$\therefore (4k^2-1)\cdot\frac{4m^2-12}{3+4k^2}+(4km+2)\times\frac{-8km}{3+4k^2}+4m^2-4=0$，

化简得 $m^2-2km-8k^2=0$，解得 m=4k 或 m=－2k.

当 m=4k 时，直线 AB 方程为 y=k（x+4），过定点（－4，0）.

m=4k 代入判别式大于零中，解得 $-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}$（k≠0）.

当 m=－2k 时，直线 AB 的方程为 y=k（x－2），过定点（2，0），不符合题意.

故直线 AB 过定点（－4，0）.

19.【解答】（Ⅰ）当 a=0 时，f（x）=x^2e^x，f′（x）=e^x（x^2+2x），

由 e^x（$2x^2+2x$）=0，解得：x=0，x=－2，

当 x∈（－∞，－2）时，f′（x）＞0，f（x）单调递增；

当 x∈（－2，0）时，f′（x）＜0，f（x）单调递减；

当 x∈（0，+∞）时，f′（x）＞0，f（x）单调递增.

所以 f（x）的单调增区间为（－∞，－2），（0，+∞），单调减区间为（－2，0）；

（Ⅱ）依题意即求使函数 f（x）=e^x（x^2－a）在（1，2）上不为单调函数的 a 的取值范围，

而 f′（x）=e^x（x^2+2x-a），设 g（x）=x^2+2x-a，则 g（1）=3－a，g（2）=8－a，

因为 g（x）在（1，2）上为增函数.

当$\begin{cases}g(1)=3-a<0\\g(2)=8-a>0\end{cases}$，即当 3＜a＜8 时，函数 g（x）在（1，2）上有且只有一个零点，设为 x_0，

当 x∈（1，x_0）时，g（x）＜0，即 f′（x）＜0，f（x）为减函数；

当 x∈（x_0，2）时，g（x）＞0，即 f′（x）＞0，f（x）为增函数，满足在（1，2）上不为单调函数.

当 a≤3 时，g（1）≥0，g（2）≥0，所以在（1，2）上 g（x）＞0 成立（因 g（x）在（1，2）上为增函数），

所以在（1，2）上 f′（x）＞0 成立，即 f（x）在（1，2）上为增函数，不合题意.

同理 a≥8 时，可判断 f（x）在（1，2）为减函数，不合题意.

综上：3＜a＜8.

（Ⅲ）f′（x）=e^x（x^2+2x-a）.

因为函数 f（x）有两个不同的零点，即 f′（x）有两个不同的零点，

即方程 $x^2+2x-a=0$ 的判别式△=4+4a＞0，解得：a＞－1，

由 $x^2+2x-a=0$，解得 $x_1=-1-\sqrt{a+1}$，$x_2=-1+\sqrt{a+1}$.

此时 $x_1+x_2=-2$，$x_1\cdot x_2=-a$，

随着 x 变化，f（x）和 f′（x）的变化情况如下：

x	（－∞，x_1）	x_1	（x_1，x_2）	x_2	（x_2，+∞）

f′（x）	+	0	-	0	+
f（x）	递增	极大值	递减	极小值	递增

所以 x_1 是 f（x）的极大值点，x_2 是 f（x）的极小值点，所以 f（x_1）是极大值，f（x_2）是极小值，

∴f（x_1）f（x_2）=e^{x_1}（${x_1}^2-a$）•e^{x_2}（${x_2}^2-a$）

=$e^{x_1+x_2}[{x_1}^2{x_2}^2-a({x_1}^2+{x_2}^2)+a^2]$

=$e^{-2}[a^2-a(4+2a)+a^2]$

=$-4ae^{-2}$，

因为 a＞－1，所以 $-4ae^{-2}<4e^{-2}$，

所以 f（x_1）f（x_2）＜$4e^{-2}$.

20.【解答】（Ⅰ）满足条件的数列有两个：3，1，4，2，5；2，4，1，3，5.

（Ⅱ）由（1）知数列 A_5：2，4，1，3，5 满足 $a_5=5$，把各项分别加 5 后，所得各数依次排在后，因为$|a_6-a_5|=2$，所得数列 A_{10} 显然满足$|a_k-a_{k-1}|=2$ 或 3，k∈{2，3，4，…，10}，即得 H 数列 A_{10}：2，4，1，3，5，7，9，6，8，10．其中 $a_5=5$，$a_{10}=10$．如此下去即可得到一个满足 $a_{5K}=5K$（k=1，2，…，403）的 H 数列 A_{2015} 为：

$$a_n=\begin{cases}n+1, & n=5k-4\\ n+2, & n=5k-3\\ n-2, & n=5k-2\\ n-1, & n=5k-1\\ n, & n=5k\end{cases}$$（其中 k=1，2，…，403）

（Ⅲ）由题意知 d=2x+3y，x，y∈Z，且|x|+|y|=5.

|x|+|y|=5 有解：（|x|，|y|）=（0，5），（1，4），（2，3），（4，1），（5，0）.

①（|x|，|y|）=（0，5），y=±5，d=±15，则 $b_{403}=b_1+402d=b_1\pm6030$，这与 $1\leqslant b_1$，$b_{403}\leqslant2015$ 是矛盾的.

②（|x|，|y|）=（5，0）时，与①类似可得不成立.

③（|x|，|y|）=（1，4）时，|d|≥3×4－2=1，则 $b_{403}=b_1+402d$ 不可能成立.

④（|x|，|y|）=（4，1）时，

若（|x|，|y|）=（4，－1）或（－4，1），则 d=5 或－5.

若（|x|，|y|）=（4，1）或（－4，－1），则|d|=11，类似于③可知不成立.

④（|x|，|y|）=（2，3）时，

若 x，y 同号，则 d|=13，由上面的讨论可知不可能；

若（x，y）=（2，－3）或（x，y）=（－2，3），则 d=－5 或 5；

⑤（|x|，|y|）=（3，2）时，

若 x，y 异号，则 d=0，不行；

若 x，y 同号，则|d|=12，同样由前面的讨论可知与 $1\leqslant b_1$，$b_{403}\leqslant2015$ 矛盾.

综上，d 只能为 5 或－5，且（2）中的数列是 d=5 的情形，将（2）中的数列倒过来就是 d=－5，所以 d 为 5 或－5.