2014 北京西城高三二模

数　　学（理）

一、选择题：本大题共小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.（5 分）已知集合 A={x|x－2＜0}，B={x|x＜a}，若 A∩B=A，则实数 a 的取值范围是（　　）

A.（－∞，－2]　B.［－2，+∞）　C.（－∞，2]　　D.［2，+∞）

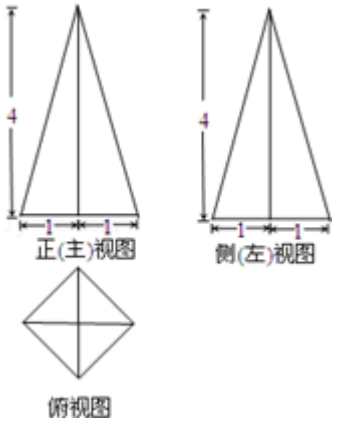
2.（5 分）在复平面内，复数 z=（1+2i）^{2}对应的点位于（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

3.（5 分）直线 y=2x 为双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的一条渐近线，则双曲线 C 的离心率是（　　）

A．$\sqrt{3}$　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　C．$\sqrt{5}$　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

4.（5 分）某四棱锥的三视图如图所示，记 A 为此棱锥所有棱的长度的集合，则（　　）



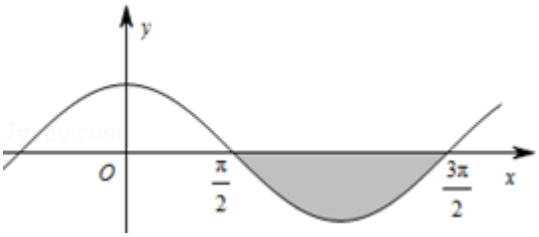
A．2∈A，且 4∈A B．$\sqrt{2}$∈A，且 4∈A　C．2∈A，且 $2\sqrt{5}$∈A　D．$\sqrt{2}$∈A，且$\sqrt{17}$∈A

5.（5 分）设平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$均为非零向量，则“$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0$”是“$\vec{b}=\vec{c}$”的（　　）

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

6.（5 分）如图，阴影区域是由函数 y=cosx 的一段图象与 x 轴围成的封闭图形，那么这个阴影区域的面积是（　　）



A．1　　B．2　　C．$\frac{\pi}{2}$　D．π

7.（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，不等式组$\begin{cases}x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\\ x+y-8\leqslant 0\end{cases}$所表示的平面区域是 α，不等式组所表示的平面区域

是$\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 4\\0\leqslant y\leqslant 10\end{cases}$所表示的平面区域是 β．从区域 α 中随机取一点 P（x，y），则 P 为区域 β 内的点的概率是（　　）

A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{3}{5}$　C．$\frac{3}{4}$　D．$\frac{1}{5}$

8．（5 分）设 Ω 为平面直角坐标系 xOy 中的点集，从 Ω 中的任意一点 P 作 x 轴、y 轴的垂线，垂足分别为 M，N，记点 M 的横坐标的最大值与最小值之差为 x（Ω），点 N 的纵坐标的最大值与最小值之差为 y（Ω）．若 Ω 是边长为 1 的正方形，给出下列三个结论：

①x（Ω）的最大值为$\sqrt{2}$；

②x（Ω）+y（Ω）的取值范围是[2，$2\sqrt{2}$]；

③x（Ω）－y（Ω）恒等于 0．

其中所有正确结论的序号是（　　）

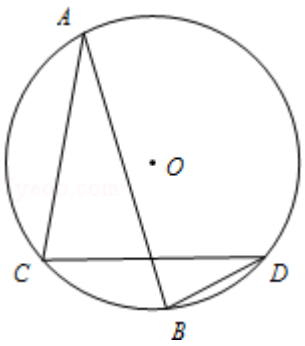
A．①　B．②③ C．①② D．①②③

二、填空题：本大题共小题，每小题 5 分，共 30 分．

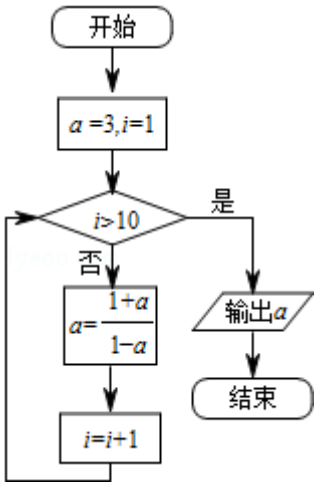
9．（5 分）（x+$\frac{1}{x}$）^{6}的二项展开式的常数项为_____．

10．（5 分）在△ABC 中，若 a=4，b=3，cosA=$\frac{1}{3}$，则 sinA=_____，B=_____．

11.（5 分）如图，AB 和 CD 是圆 O 的两条弦，AB 与 CD 相交于点 E，且 CE=DE=4，AE：BE=4：1，则 AE=_____；$\frac{AC}{BD}$=_____．



12．（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 a 值为_____．



13．（5 分）设抛物线 C：y^2=4x 的焦点为 F，M 为抛物线 C 上一点，N（2，2），则|MF|+|MN|的取值范围为_____．

14.（5 分）已知 f 是有序数对集合 M={（x，y）|x∈N^*，y∈N^*}上的一个映射，正整数数对（x，y）在映射 f 下的象为实数 z，记作 f（x，y）=z．对于任意的正整数 m，n（m＞n），映射 f 由表给出：

（x，y）	（n，n）	（m，n）	（n，m）
f（x，y）	n	m－n	m+n

则 f（3，5）=_____，使不等式 f（2^x，x）≤4 成立的 x 的集合是_____．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.（13 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（cosθ，$\sqrt{2}$sinθ），B（sinθ，0），其中 θ∈R．

（Ⅰ）当 θ=$\frac{2\pi}{3}$，求向量$\overrightarrow{AB}$的坐标；

（Ⅱ）当 θ∈[0，$\frac{\pi}{2}$]时，求|$\overrightarrow{AB}$|的最大值．

16.（13 分）为了解某校学生的视力情况，现采用随机抽样的方式从该校的 A，B 两班中各抽 5 名学生进行视力检测．检测的数据如下：

A 班的 5 名学生的视力检测结果：4.3，5.1，4.6，4.1，4.9．

B 班的 5 名学生的视力检测结果：5.1，4.9，4.0，4.0，4.5．

（Ⅰ）分别计算两组数据的平均数，从计算结果看，哪个班的学生视力较好？

（Ⅱ）由数据判断哪个班的 5 名学生视力方差较大？（结论不要求证明）

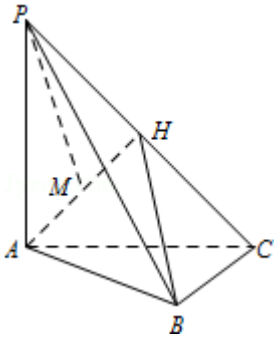
（Ⅲ）现从 A 班的上述 5 名学生中随机选取 3 名学生，用 X 表示其中视力大于 4.6 的人数，求 X 的分布列和数学期望．

17.（13 分）如图，在三棱锥 P－ABC 中，PA⊥底面 ABC，AC⊥BC，H 为 PC 的中点，M 为 AH 的中点，PA=AC=2，BC=1

（Ⅰ）求证：AH⊥面 PBC；

（Ⅱ）求 PM 与平面 AHB 所成角的正弦值；

（Ⅲ）设点 N 在线段 PB 上，且$\frac{PN}{PB}$=λ，MN∥平面 ABC，求实数 λ 的值．



18.（13 分）已知函数 f（x）=$\frac{e^{x+1}}{ax^2+4x+4}$，其中 a∈R

（Ⅰ）若 a=0，求函数 f（x）的极值；

（Ⅱ）当 a＞1 时，试确定函数 f（x）的单调区间．

19.（14 分）设 A，B 是椭圆 W：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 上不关于坐标轴对称的两个点，直线 AB 交 x 轴于点 M（与点 A，B 不重合），O 为坐标原点.

（Ⅰ）如果点 M 是椭圆 W 的右焦点，线段 MB 的中点在 y 轴上，求直线 AB 的方程；

（Ⅱ）设 N 为 x 轴上一点，且 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=4$，直线 AN 与椭圆 W 的另外一个交点为 C，证明：点 B 与点 C 关 x 轴对称.

20.（14 分）在无穷数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，对于任意 $n\in N^*$，都有 $a_n\in N^*$，$a_n<a_{n+1}$. 设 $m\in N^*$，记使得 $a_n\leq m$ 成立的 n 最大值为 b_m.

（Ⅰ）设数列为 1，3，5，7，…，写出 b_1，b_2，b_3的值；

（Ⅱ）若$\{b_n\}$为等差数列，求出所有可能的数列$\{a_n\}$；

（Ⅲ）设 $a_p=q$，$a_1+a_2+\cdots+a_p=A$，求 $b_1+b_2+\cdots+b_q$的值.（用 p，q，A 表示）

参考答案

一、选择题：本大题共小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【解答】∵集合 A={x|x﹣2＜0}={x|x＜2}，B={x|x＜a}，A∩B=A，

∴a≥2，

故选：D.

2.【解答】∵z=（1+2i）^{2}=1+4i+（2i）^{2}=﹣3+4i，

∴复数 z=（1+2i）^{2}对应的点的坐标为（﹣3，4），

位于第二象限.

故选：B.

3.【解答】∵直线 y=2x 为双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$=1（a＞0，b＞0）的一条渐近线，

∴2a=b，∴c=$\sqrt{5}$a，

∴e=$\frac{c}{a}$=$\sqrt{5}$.

故选：C.

4.【解答】由已知中三视图可得该几何体是一个以俯视图为底的正四棱锥，

底面的对角线长为 2，故底面棱长为$\sqrt{2}$，

即$\sqrt{2}$∈A，

由主视图和侧视图可得，棱锥的高为 4，

故棱锥的侧棱长为$\sqrt{4^2+1^2}$=$\sqrt{17}$，

即$\sqrt{17}$∈A，

故选：D

5.【解答】若$\vec{b}$=$\vec{c}$，则$\vec{a}$•（$\vec{b}$﹣$\vec{c}$）=0 成立，必要性成立，

若$\vec{a}$•（$\vec{b}$﹣$\vec{c}$）=0 得$\vec{a}$•$\vec{b}$=$\vec{a}$•$\vec{c}$，则$\vec{b}$=$\vec{c}$不一定成立，充分性不成立.

故“$\vec{a}$•（$\vec{b}$﹣$\vec{c}$）=0”是“$\vec{b}$=$\vec{c}$”的必要而不充分条件，

故选：B.

6.【解答】由题意，阴影区域的面积是 S=$-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\cos x dx=-\sin x\left|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\right.=2$.

故选：B.

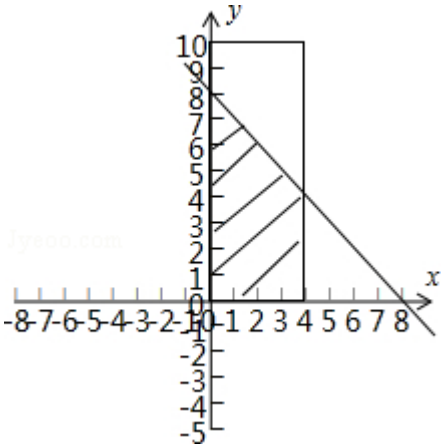
7.【解答】作出不等式组对应的平面区域如图：

则平面区域是 α 是边长为 8 的三角形 ODE，面积为$\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$，

从区域 α 中随机取一点 P（x，y），P 为区域 β 内的点的面积为$\frac{(4+8)\times 4}{2}=24$，

∴由几何概型的概率公式可得从区域 α 中随机取一点 P（x，y），则 P 为区域 β 内的点的概率是$\frac{24}{32}=\frac{3}{4}$，

故选：C.



8.【解答】∵正方形的边长为 1，

∴正方形的对角线为$\sqrt{2}$，

故 x（Ω）的最大值为$\sqrt{2}$，故①正确；

如图：当正方形的对角线在 x 轴上时，

此时 x（Ω）=$\sqrt{2}$，y（Ω）=$\sqrt{2}$，

此时 x（Ω）+y（Ω）最大为 $2\sqrt{2}$，

当正方形的边长有一边位于坐标轴上时，如图，

此时 x（Ω）=1，y（Ω）=1，

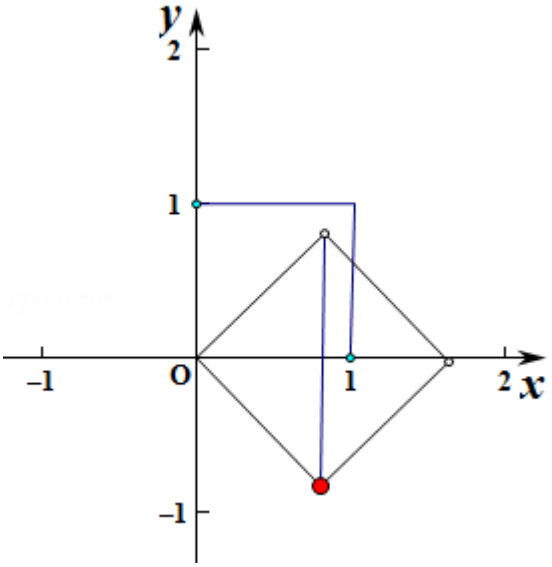
此时 x（Ω）+y（Ω）=2 为最小值.

故 x（Ω）+y（Ω）的取值范围是[2，$2\sqrt{2}$]，故②正确；

由于 x（Ω）=y（Ω）恒成立，故 x（Ω）－y（Ω）恒等于 0，故③正确；

故所有正确结论的序号是①②③

故选：D.



二、填空题：本大题共小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【解答】$(x+\frac{1}{x})^6$的二项展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r \cdot x^{6-r} \cdot x^{-r}=C_6^r \cdot x^{6-2r}$.

令 6 - 2r=0，求得 r=3，故展开式的常数项为 $C_6^3=20$，

故答案为 20.

10.【解答】在△ABC 中，$\because \cos A=\frac{1}{3}$，

$\therefore \sin A=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

$\because \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

$\therefore \sin B=\frac{b}{a} \cdot \sin A=\frac{3}{4} \times \frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$B \in (0, \pi)$，

$\therefore B=\frac{\pi}{4}$或$\frac{5\pi}{4}$，

$\because \cos A=\frac{1}{3}>0$，

$\therefore 0<A<\frac{\pi}{2}$，

$\because a>b$，

$\therefore A>B$，

$\therefore \angle B$ 一定为锐角，

$\therefore B=\frac{\pi}{4}$.

故答案为；$\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\frac{\pi}{4}$

11.【解答】∵AB 和 CD 是圆 O 的两条弦，

∴CE•EB=AE•EB，

∵CE=DE=4，AE：BE=4：1，

∴AE•$\frac{1}{4}$AE=CE•DE=16，

∴AE=8，

∵△ACE∽△DBE，

∴$\frac{AC}{BD}=\frac{CE}{BE}=\frac{4}{2}=2$.

故答案为：8，2.

12.【解答】由程序框图知：第一次循环 a=$\frac{1+3}{1-3}$=﹣2，i=2；

第二次循环 a=$\frac{1-2}{1+2}$=﹣$\frac{1}{3}$，i=3；

第三次循环 a=$\frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}$=$\frac{1}{2}$，i=4；

第四次循环 a=$\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}$=3，i=5；

第五次循环 a=$\frac{1+3}{1-3}$=﹣2，i=6；

…

∴a 值的周期为 4，又跳出循环的 i 值为 11，

∴输出的 a=﹣$\frac{1}{3}$.

故答案为：﹣$\frac{1}{3}$.

13.【解答】抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F（1，0），准线 x=﹣1

根据抛物线定义可知|MF|=x_M+1

∴当直线 MN 垂直抛物线准线时，|MF|+|MN|为最小，最小为 2+1=3，

∴|MF|+|MN|的取值范围为[3，+∞).

故答案为：[3，+∞).

14.【解答】∵3＜5，故 f（3，5）=3+5=8；

∵2^x＞x 恒成立，故 f（2^x，x）=2^x﹣x，

当 x=1 时，f（2^x，x）=2﹣1=1≤4 成立，

当 x=2 时，f（2^x，x）=2^2－2=2≤4 成立，

当 x≥3 时，f（2^x，x）＞2^3－3=5，

故使不等式 f（2^x，x）≤4 成立的 x 的集合是：{1，2}

故答案为：8，{1，2}.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.【解答】（Ⅰ）当 $\theta=\frac{2\pi}{3}$时，向量$\overrightarrow{AB}$=（$\sin\frac{2\pi}{3}-\cos\frac{2\pi}{3}$，$0-\sqrt{2}\sin\frac{2\pi}{3}$）

=（$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}$，$-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$）

=（$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$，$-\frac{\sqrt{6}}{2}$）；

（Ⅱ）∵向量$\overrightarrow{AB}$=（$\sin\theta-\cos\theta$，$-\sqrt{2}\sin\theta$），

∴$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(\sin\theta-\cos\theta)^2+(-\sqrt{2}\sin\theta)^2}$

$=\sqrt{1-2\sin\theta\cos\theta+2\sin^2\theta}$

$=\sqrt{2-\sin2\theta-\cos2\theta}$

$=\sqrt{2-\sqrt{2}\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})}$；

∴当 $\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$时，$2\theta+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$，

∴$\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})\in[-\frac{\sqrt{2}}{2},1]$，

∴$\sqrt{2}\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})\in[-1,\sqrt{2}]$，

∴$\sqrt{2-\sqrt{2}\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})}\leq\sqrt{3}$，

即$|\overrightarrow{AB}|$的最大值是$\sqrt{3}$.

16.【解答】（Ⅰ）由题意，$\overline{x_A}=\frac{4.3+5.1+4.6+4.1+4.9}{5}=4.6$；$\overline{x_B}=\frac{5.1+4.9+4.0+4.0+4.5}{5}=4.5$，

∴A 班的学生视力较好；

（Ⅱ）$s_A^2=\frac{1}{5}[(-0.3)^2+0.5^2+0+(-0.5)^2+0.3^2]=0.136$；$s_B^2=\frac{1}{5}(0.6^2+0.4^2+0.5^2+0.5^2+0)=0.204$，

∴B 班视力方差较大；

（Ⅲ）解：由（Ⅰ）知，A 班 5 名学生中有 2 名学生视力大于 4.6，则 X 的可能取值为 0，1，2，

$P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$；$P(X=1)=\frac{C_3^2C_2^1}{C_5^3}=\frac{3}{5}$；$P(X=2)=\frac{C_3^1C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$，

X 的分布列

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

EX=0×$\frac{1}{10}$+1×$\frac{3}{5}$+2×$\frac{3}{10}$=$\frac{6}{5}$.

17.【解答】（Ⅰ）证明：∵PA⊥底面 ABC，BC⊂底面 ABC，

∴PA⊥BC，

又 AC⊥BC，PA∩AC=A，

∴BC⊥面 PAC，

又 AH⊂面 PAC，

∴AH⊥BC，

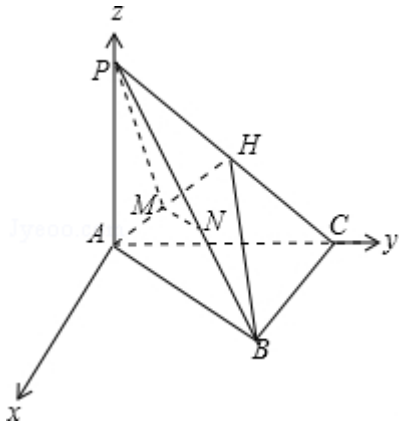
∵H 为 PC 的中点，且 PA=AC，

∴AH⊥PC，

又 PC∩BC=C，

∴AH⊥面 PBC；

（Ⅱ）解：如图，



以 A 为坐标原点，过 A 平行于 CB 的直线为 x 轴，AC 所在直线为 y 轴，AP 所在直线为 z 轴建立空间直角坐标系，

则 A（0，0，0），B（1，2，0），H（0，1，1），P（0，0，2），M（0，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$）.

则$\overrightarrow{MP}$=(0，$-\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$)，$\overrightarrow{AB}$=(1，2，0)，$\overrightarrow{AH}$=(0，1，1)，

设平面 AHB 的一个法向量为$\vec{m}$=(x，y，z)，

则由$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AH}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}x+2y=0\\ y+z=0\end{cases}$，

取 z=－1，则 y=1，x=－2.

∴$\vec{m}$=(-2，1，-1).

∴PM 与平面 AHB 所成角的正弦值为$|\cos\langle\vec{m},\overrightarrow{MP}\rangle|=|\frac{\vec{m}\cdot\overrightarrow{MP}}{|\vec{m}|\cdot|\overrightarrow{MP}|}|$

$=|\frac{-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}{\sqrt{(-\frac{1}{2})^2+(\frac{3}{2})^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+1^2+(-1)^2}}|=\frac{2\sqrt{15}}{15}$;

（Ⅲ）解：设 N（x_1，y_1，z_1），

由$\frac{PN}{PB}=\lambda$，得$\overrightarrow{PN}=\lambda\overrightarrow{PB}$，

即（x_1，y_1，z_1-2）$=\lambda$（1，2，－2），

解得：N（λ，2λ，$2-2\lambda$）.

则$\overrightarrow{MN}=(\lambda,2\lambda-\frac{1}{2},\frac{3}{2}-2\lambda)$.

∵MN∥平面 ABC，

∴$\frac{3}{2}-2\lambda=0$，解得 $\lambda=\frac{3}{4}$.

∴MN∥平面 ABC 时实数 λ 的值为$\frac{3}{4}$.

18.【解答】（Ⅰ）由 a=0 得 f（x）$=\frac{e^{x+1}}{4x+4}$，∴f′（x）$=\frac{e^{x+1}(4x+4)-4e^{x+1}}{16(x+1)^2}=\frac{xe^{x+1}}{4(x+1)^2}$

∴由 f′（x）=0 得 x=0，又∵x＜0 时，f′（x）＜0；x＞0 时，f′（x）＞0

∴x=0 时，f（x）有极小值为$\frac{e}{4}$.

（Ⅱ）当 a＞1 时，f′（x）$=\frac{x(ax+4-2a)e^{x+1}}{(ax^2+4x+4)^2}$

∴f′（x）=0 的两根为 0，$\frac{2a-4}{a}$.

∴当 1＜a＜2 时，由 f′（x）＞0 得 x＜$\frac{2a-4}{a}$或 x＞0，故 f（x）的递增区间为（－∞，$\frac{2a-4}{a}$），（0，+∞）

由 f′（x）＜0 得$\frac{2a-4}{a}$＜x＜0，故 f（x）的递减区间为（$\frac{2a-4}{a}$，0）；

当 a≥2 时，由 f′（x）＞0 得 x＞$\frac{2a-4}{a}$或 x＜0，故 f（x）的递增区间为（$\frac{2a-4}{a}$，+∞），（－∞，0）

由 f′（x）＜0 得 0＜x＜$\frac{2a-4}{a}$，故 f（x）的递减区间为（0，$\frac{2a-4}{a}$）；

19.【解答】（Ⅰ）解：椭圆 W：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的右焦点为 M（1，0），

因为线段 MB 的中点在 y 轴上，

所以点 B 的横坐标为 - 1，

因为点 B 在椭圆 W 上，

将 x= - 1 代入椭圆 W 的方程，得点 B 的坐标为（ - 1，$\pm\frac{3}{2}$）.

所以直线 AB（即 MB）的方程为 3x - 4y - 3=0 或 3x+4y - 3=0.

（Ⅱ）证明：设点 B 关于 x 轴的对称点为 B_1（在椭圆 W 上），

要证点 B 与点 C 关于 x 轴对称，

只要证点 B_1 与点 C 重合，.

又因为直线 AN 与椭圆 W 的交点为 C（与点 A 不重合），

所以只要证明点 A，N，B_1 三点共线.

以下给出证明：

由题意，设直线 AB 的方程为 y=kx+m，（k≠0），A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则 B_1（x_2，- y_2）.

由 $\begin{cases}3x^2+4y^2=12,\\ y=kx+m\end{cases}$

得（$3+4k^2$）$x^2+8kmx+4m^2-12=0$，

所以△=（8km）^{2} - 4（$3+4k^2$）（$4m^2$ - 12）＞0，

$$x_1+x_2=-\frac{8km}{3+4k^2},\quad x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}.$$

在 y=kx+m 中，令 y=0，得点 M 的坐标为（ - $\frac{m}{k}$，0），

由 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=4$，得点 N 的坐标为 N（ - $\frac{4k}{m}$，0），

设直线 NA，NB_1 的斜率分别为 k_{NA}，k_{NB_1}，

则 $k_{NA}-k_{NB_1}=\frac{y_1}{x_1+\frac{4k}{m}}-\frac{-y_2}{x_2+\frac{4k}{m}}$

$$=\frac{x_2y_1+y_1\times\frac{4k}{m}+x_1y_2+y_2\times\frac{4k}{m}}{(x_1+\frac{4k}{m})(x_2+\frac{4k}{m})},$$

因为 $x_2y_1+y_1\times\frac{4k}{m}+x_1y_2+y_2\times\frac{4k}{m}$

$=x_2(kx_1+m)+(kx_1+m)\times\frac{4k}{m}+x_1(kx_2+m)+(kx_2+m)\times\frac{4k}{m}$

$=2kx_1x_2+(m+\frac{4k^2}{m})(x_1+x_2)+8k$

$=2k\times(\frac{4m^2-12}{3+4k^2})+(m+\frac{4k^2}{m})(-\frac{8km}{3+4k^2})+8k$

$=\frac{8m^2k-24k-8m^2k-32k^3+24k+32k^3}{3+4k^2}$

=0.

所以$k_{NA}-k_{NB_1}=0$，

所以点 A，N，B_1三点共线，

即点 B 与点 C 关于 x 轴对称.

20.【解答】（Ⅰ）$a_n\leqslant 1$，则 $b_1=1$，$a_n\leqslant 2$，则 $b_2=1$，$a_n\leqslant 3$，则 $b_3=3$.

（Ⅱ）由题意，得 $1=a_1<a_2<\cdots<a_n<\cdots$，得 $a_n\geqslant n$.

又∵使得 $a_n\leqslant m$ 成立的 n 的最大值为 b_m，使得 $a_n\leqslant m+1$ 成立的 n 的最大值为 b_{m+1}，

∴$b_1=1$，$b_m\leqslant b_{m+1}$.

设 $a_2=k$，则 $k\geqslant 2$.

假设 $k>2$，即 $a_2=k>2$，

则当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n>2$；当 $n\geqslant 3$ 时，$a_n\geqslant k+1$.

∴$b_2=1$，$b_k=2$.

∵$\{b_n\}$为等差数列，

∴公差 $d=b_2-b_1=0$，

∴$b_n=1$，.

这与 $b_k=2$（$k>2$）矛盾，

∴$a_2=2$.

又∵$a_1<a_2<\cdots<a_n<\cdots$，

∴$b_2=2$，

由$\{b_n\}$为等差数列，得 $b_n=n$.

因为使得使得 $a_n\leqslant m$ 成立的 n 的最大值为 b_m，

∴$a_n\leqslant n$，由 $a_n\geqslant n$，得 $a_n=n$

（Ⅲ）设 $a_2=k$（$k>1$）

∵$a_1<a_2<\cdots<a_n<\cdots$，

∴$b_1=b_2=\cdots b_{k-1}=1$ 且 $b_k=2$，

∴数列$\{b_n\}$中等于 1 的项有（$k-1$）个，即（a_2-a_1）个，

设 $a_3=l$，（$l>k$）

则 $b_k=b_{k+1}=\cdots b_{l-1}=2$，且 $b_l=3$，

∴数列$\{b_n\}$中等于 2 的项有（$l-k$）个，即（a_3-a_2）个，

…

以此类推：数列$\{b_n\}$中等于 p－1 的项有（a_p－a_q）个

∴$b_1+b_2+\cdots+b_q$=（a_2－a_1）+2（a_3－a_2）+…（p－1）（a_p－a_{p-1}）+p

=－a_1－a_2－…－a_p+（p－1）a_p+p

=pa_p+p－（$a_1+a_2+\cdots+a_p$）

=p（q+1）－A

即：$b_1+b_2+\cdots+$=p（q+1）－A.