# 2014 北京海淀高三二模

# 数　　学（理）

**一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.**

1.（5 分）sin（－150°）的值为（　　）

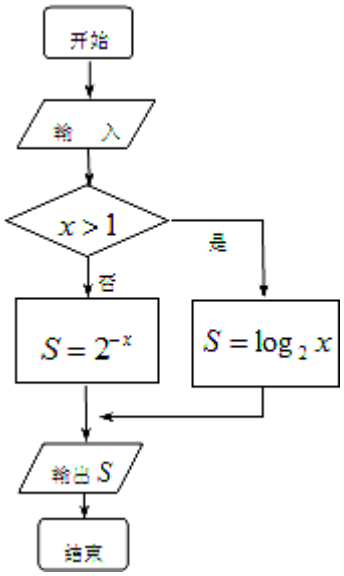
A. $-\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.（5 分）已知命题 p：“∀a＞0，有 $e^a \geqslant 1$ 成立”，则¬p 为（　　）

A. ∃a≤0，有 $e^a \leqslant 1$ 成立　B. ∃a≤0，有 $e^a \geqslant 1$ 成立

C. ∃a＞0，有 $e^a < 1$ 成立　D. ∃a＞0，有 $e^a \leqslant 1$ 成立

3.（5 分）执行如图所示的程序框图，若输出的 S 为 4，则输入的 x 应为（　　）




A. －2　B. 16　C. －2 或 8　D. －2 或 16

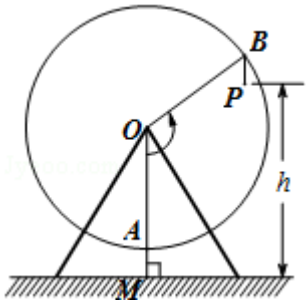
4.（5 分）在极坐标系中，圆 ρ=2sinθ 的圆心到极轴的距离为（　　）

A. 1　B. $\sqrt{2}$　C. $\sqrt{3}$　D. 2

5.（5 分）已知 P（x，y）是不等式组 $\begin{cases} x+y-1 \geqslant 0 \\ x-y+3 \geqslant 0 \\ x \leqslant 0 \end{cases}$ 表示的平面区域内的一点，A（1，2），O 为坐标原点，则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 的最大值（　　）

A. 2　B. 3　C. 5　D. 6

6.（5 分）一观览车的主架示意图如图所示，其中 O 为轮轴的中心，距地面 32m（即 OM 长），巨轮的半径为 30m，AM=BP=2m，巨轮逆时针旋转且每 12 分钟转动一圈. 若点 M 为吊舱 P 的初始位置，经过 t 分钟，该吊舱 P 距离地面的高度为 h（t）m，则 h（t）=（　　）




A. $30\sin(\frac{\pi}{12}t-\frac{\pi}{2})+30$　B. $30\sin(\frac{\pi}{6}t-\frac{\pi}{2})+30$

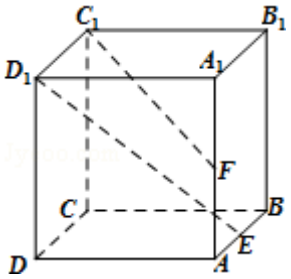
C. $30\sin(\frac{\pi}{6}t-\frac{\pi}{2})+32$　D. $30\sin(\frac{\pi}{6}t-\frac{\pi}{2})$

7.（5 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 单调递增且满足 $a_1+a_{10}=4$，则 $a_8$ 的取值范围是（　　）

A.（2，4）　B.（－∞，2）　C.（2，+∞）　D.（4，+∞）

8.（5 分）已知点 E、F 分别是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AB、$AA_1$ 的中点，点 M、N 分别是线段 $D_1E$ 与 $C_1F$ 上的点，

则满足与平面 ABCD 平行的直线 MN 有（　　）




A．0 条　B．1 条　C．2 条　D．无数条

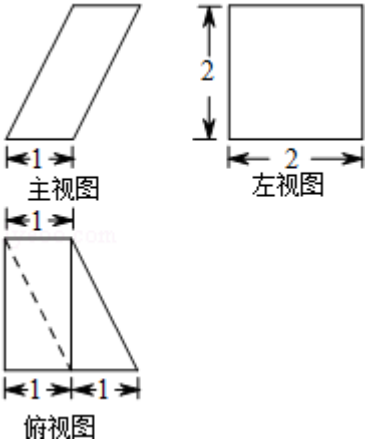
**二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.**

9．（5 分）满足不等式 $x^2 - x < 0$ 的 x 的取值范围是_____.

10．（5 分）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线方程为 y=2x，则其离心率为_____.

11．（5 分）已知 $(ax+1)^5$ 的展开式中 $x^3$ 的系数是 10，则实数 a 的值是_____.

12．（5 分）已知斜三棱柱的三视图如图所示，该斜三棱柱的体积为_____.




13．（5 分）已知 $l_1$、$l_2$ 是曲线 C：$y=\frac{1}{x}$的两条互相平行的切线，则 $l_1$ 与 $l_2$ 的距离的最大值为_____.

14．（5 分）已知集合 M={1，2，3，…，100}，A 是集合 M 的非空子集，把集合 A 中的各元素之和记作 S（A）.

①满足 S（A）=8 的集合 A 的个数为_____；

②S（A）的所有不同取值的个数为_____.

**三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.**

15．（13 分）在锐角△ABC 中，$a=2\sqrt{7}\sin A$ 且 $b=\sqrt{21}$.

（Ⅰ）求 B 的大小；

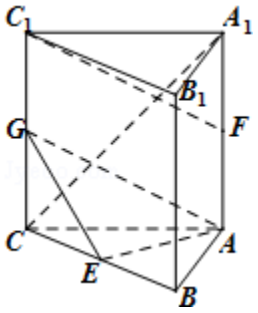
（Ⅱ）若 a=3c，求 c 的值.

16．（14 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1$⊥底面 ABC，AB⊥AC，$AC=AB=AA_1$，E、F 分别是棱 BC，$A_1A$ 的中点，G 为棱 $CC_1$ 上的一点，且 $C_1F$∥平面 AEG.

（Ⅰ）求$\frac{CG}{CC_1}$的值；

（Ⅱ）求证：EG⊥$A_1C$；

（Ⅲ）求二面角 $A_1$－AG－E 的余弦值．




17．（13 分）某单位有车牌尾号为 2 的汽车 A 和尾号为 6 的汽车 B，两车分属于两个独立业务部门．对一段时间内两辆汽车的用车记录进行统计，在非限行日，A 车日出车频率 0.6，B 车日出车频率 0.5．该地区汽车限行规定如下：

| 车尾号 | 0 和 5 | 1 和 6 | 2 和 7 | 3 和 8 | 4 和 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| 限行日 | 星期一 | 星期二 | 星期三 | 星期四 | 星期五 |

现将汽车日出车频率理解为日出车概率，且 A，B 两车出车相互独立．

（Ⅰ）求该单位在星期一恰好出车一台的概率；

（Ⅱ）设 X 表示该单位在星期一与星期二两天的出车台数之和，求 X 的分布列及其数学期望 E（X）．

18．（13 分）已知函数 f（x）=（x－a）sinx+cosx，x∈（0，π）．

（Ⅰ）当 a=$\frac{\pi}{2}$时，求函数 f（x）值域；

（Ⅱ）当 a＞$\frac{\pi}{2}$时，求函数 f（x）的单调区间．

19．（14 分）已知椭圆 G 的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，其短轴两端点为 A（0，1），B（0，－1）．

（Ⅰ）求椭圆 G 的方程；

（Ⅱ）若 C、D 是椭圆 G 上关于 y 轴对称的两个不同点，直线 AC、BD 与 x 轴分别交于点 M、N．判断以 MN 为直径的圆是否过点 A，并说明理由．

20．（13 分）对于自然数数组（a，b，c），如下定义该数组的极差：三个数的最大值与最小值的差．如果（a，b，c）的极差 d≥1，可实施如下操作 f：若 a，b，c 中最大的数唯一，则把最大数减 2，其余两个数各增加 1；若 a，b，c 中最大的数有两个，则把最大数各减 1，第三个数加 2，此为一次操作，操作结果记为 $f_1$（a，b，c），其级差为 $d_1$．若 $d_1$≥1，则继续对 $f_1$（a，b，c）实施操作 f，…，实施 n 次操作后的结果记为 $f_n$（a，b，c），其极差记为 $d_n$．例如：$f_1$（1，3，3）=（3，2，2），$f_2$（1，3，3）=（1，3，3）．

（Ⅰ）若（a，b，c）=（1，3，14），求 $d_1$，$d_2$和 $d_{2014}$的值；

（Ⅱ）已知（a，b，c）的极差为 d 且 a＜b＜c，若 n=1，2，3，…时，恒有 $d_n$=d，求 d 的所有可能取值；

（Ⅲ）若 a，b，c 是以 4 为公比的正整数等比数列中的任意三项，求证：存在 n 满足 $d_n$=0．

# 参考答案

**一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.**

1.【解答】sin（﹣150°）=﹣sin150°=﹣sin（180°﹣30°）=﹣sin30°=$-\frac{1}{2}$.

故选：A.

2.【解答】全称命题的否定是特称命题，则¬p：∃a＞0，有 $e^a$＜1 成立，

故选：C.

3.【解答】由程序框图知：算法的功能是求 S=$\begin{cases}2^{-x} & x\leqslant 1\\ \log_2 x & x>1\end{cases}$的值，

当 x≤1 时，输出的 S=4⇒$2^{-x}$=4⇒x=﹣2；

当 x＞1 时，输出的 S=4⇒$\log_2 x$=4⇒x=16.

故选：D.

4.【解答】圆 ρ=2sinθ 的直角坐标方程为 $x^2+(y-1)^2=1$，它的圆心为（0，1），

故圆心到极轴的距离为 1，

故答案为：1.

5.【解答】作出不等式组对应的平面区域如图：

$z=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$，则 z=x+2y，即 y=$-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$，

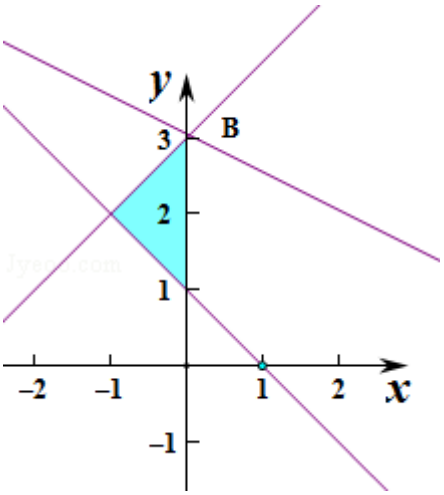
平移直线 y=$-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$，

由图象可知当直线 y=$-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$ 经过点 B（0，3），y=$-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z$ 的截距最大，此时 z 最大.

代入 z=x+2y=0+2×3=6.

即$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$的最大值最大值为 6.

故选：D




6.【解答】设巨轮转动时距离地面的高度 h 与时间 t 之间的函数关系式为：h=Asin（ωt+φ）+b，

∵巨轮逆时针旋转且每 12 分钟转动一圈，

∴T=$\frac{2\pi}{\omega}$=12，解得 ω=$\frac{\pi}{6}$，

又巨轮的半径为 30m，即 A=30，又观览车的轮轴的中心距地面 32m，AM=2m，

∴b=30，

∴h=30sin（$\frac{\pi}{6}$t－$\frac{\pi}{2}$）+30，

故选：B.

7.【解答】设公差为 d，则

∵$a_1+a_{10}=4$，

∴$2a_1+9d=4$，

∴$a_1=2-\frac{9}{2}d$，

∴$a_8=a_1+7d=2+\frac{5}{2}d$，

∵$d>0$，

∴$a_8=2+\frac{5}{2}d>2$.

故选：C.

8.【解答】取 $BB_1$ 的中点 H，连接 FH，则 $FH/\!/C_1D$，

连接 HE，在 $D_1E$ 上任取一点 M，

过 M 在面 $D_1HE$ 中，作 MG 平行于 HO，

其中 O 为线段 $D_1E$ 的中点，交 $D_1H$ 于 G，

再过 G 作 $GN/\!/FH$，交 $C_1F$ 于 N，连接 MN，

O 在平面 ABCD 的正投影为 K，连接 KB，则 OH∥KB，

由于 GM∥HO，HO∥KB，KB⊂平面 ABCD，

GM⊄平面 ABCD，

所以 GM∥平面 ABCD，

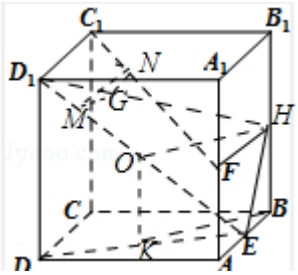
同理由 NG∥FH，可推得 NG∥平面 ABCD，

由面面平行的判定定理得，平面 MNG∥平面 ABCD，

则 MN∥平面 ABCD.

由于 M 为 $D_1E$ 上任一点，故这样的直线 MN 有无数条.

故选：D.




**二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.**

9.【解答】不等式 $x^2-x<0$ 可化为

$x(x-1)<0$，

解得 $0<x<1$；

∴x 的取值范围是（0，1）.

故答案为：（0，1）.

10.【解答】∵双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线方程为 y=2x，

∴ $\frac{b}{a}=2$，即 b=2a，

∴ $c=\sqrt{a^2+4a^2}=\sqrt{5}a$，

∴ $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}a}{a}=\sqrt{5}$.

故答案为：$\sqrt{5}$.

11.【解答】$(ax+1)^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_5^r(ax)^{5-r}$，则

∵（ax+1）$^5$的展开式中 $x^3$ 的系数是 10，

∴ $C_5^2 a^3$=10，

∴a=1.

故答案为：1.

12.【解答】由题意可知三棱柱的底面是直角边长为 1 和 2 的直角三角形，棱柱的高为：2.

斜三棱柱的体积为：$\frac{1}{2}\times 1\times 2\times 2$=2.

故答案为：2.

13.【解答】设 $l_1$，$l_2$ 与曲线相切的切点分别是 $P_1$（$x_1$，$y_1$），$P_2$（$x_2$，$y_2$），

则 $y_1=\frac{1}{x_1}$，$y_2=\frac{1}{x_2}$，

又 $y'=(\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$，

∵$l_1 // l_2$，∴ $-\frac{1}{x_1^2}=-\frac{1}{x_2^2}$，∴$x_2=-x_1$，

∴$l_1$：$y-y_1=-\frac{1}{x_1^2}(x-x_1)$ 即 $y=-\frac{1}{x_1^2}x+\frac{2}{x_1}$，

$l_2$：$y-y_2=-\frac{1}{x_2^2}(x-x_2)$ 即 $y=-\frac{1}{x_1^2}x-\frac{2}{x_1}$，

∴由两平行线的距离公式得，$d=\frac{\frac{4}{|x_1|}}{\sqrt{1+\frac{1}{x_1^4}}}=\frac{4}{\sqrt{x_1^2+\frac{1}{x_1^2}}}\leqslant\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$. 当且仅当 $x_1^2=\frac{1}{x_1^2}$即 $x_1=\pm 1$ 时，d 取得最大值 $2\sqrt{2}$.

故答案为：$2\sqrt{2}$.

14.【解答】①一个元素：8；两个元素：1，7；2，6；3，5；三个元素：1，3，4；1，2，5；四个元素：

∴满足 S（A）=8 的集合 A 的个数为 6.

②∵S（A）的所有可能取值为 1，2，3，4，5，…，100.

对于 S（A）来说，由于它是集合 A 中的各元素之和，同时

A 又是集合 M 的非空子集，

∵1+2+3+…+100=5050，

∴易知 S（A）将取尽 1 到 5050 的所有数，

∴S（A）的取值个数为 5050，

故答案：①6；②5050.

**三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.**

15.【解答】（Ⅰ）由正弦定理可得$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}$，

∵$a=2\sqrt{7}sinA$，$b=\sqrt{21}$，

∴$sinB=\frac{bsinA}{a}=\frac{\sqrt{21}sinA}{2\sqrt{7}sinA}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则在锐角△ABC 中，B=60°；

（Ⅱ）由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2accosB$，

又 a=3c，$b=\sqrt{21}$，$cosB=\frac{1}{2}$，

∴$21=9c^2+c^2-3c^2$，即 $c^2=3$，

解得：$c=\sqrt{3}$，

经检验，由 $cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\frac{1}{2\sqrt{7}}<0$，可得 A＞90°，不符合题意，

则 a=3c 时，此三角形无解.

16.【解答】（Ⅰ）解：因为 $C_1F$∥平面 AEG，又 $C_1F\subset$平面 $ACC_1A_1$，

平面 $ACC_1A_1\cap$平面 AEG=AG，

所以 $C_1F$∥AG.（3 分）

因为 F 为 $AA_1$ 中点，且侧面 $ACC_1A_1$ 为平行四边形，

所以 G 为 $CC_1$ 中点，所以$\frac{CG}{CC_1}=\frac{1}{2}$.（4 分）

（Ⅱ）证明：因为 $AA_1\perp$底面 ABC，

所以 $AA_1\perp AB$，$AA_1\perp AC$，（5 分）

又 $AB\perp AC$，

如图，以 A 为原点建立空间直角坐标系 A－xyz，

设 AB=2，则由 $AB=AC=AA_1$，得 C（2，0，0），B（0，2，0），$C_1$（2，0，2），$A_1$（0，0，2），A（0，0，0），（6 分）

因为 E，G 分别是 BC，$CC_1$ 的中点，

所以 E（1，1，0），G（2，0，1）.（7 分）

所以$\overrightarrow{EG}=(1,-1,1)$，$\overrightarrow{CA_1}=(-2,0,2)$，

因为$\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{CA_1}$=（1，－1，1）•（－2，0，2）=0.（8 分）

所以$\overrightarrow{EG}\perp\overrightarrow{CA_1}$，

所以 EG⊥CA₁.（9 分）

（Ⅲ）解：设平面 AEG 的法向量$\vec{n}=(x,\ y,\ z)$，

因为$\overrightarrow{AE}=(1,\ 1,\ 0)$，$\overrightarrow{AG}=(2,\ 0,\ 1)$，

所以$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=x+y=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AG}=2x+z=0\end{cases}$，（10 分）

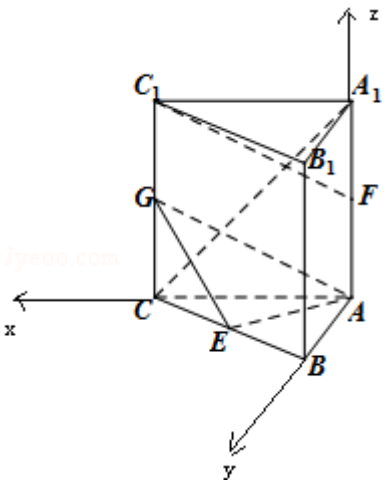
令 x=1，得$\vec{n}$=（1，－1，－2）.（11 分）

由已知得平面 A₁AG 的法向量$\vec{m}=(0,\ 1,\ 0)$，（11 分）

所以 cos＜$\vec{n}$，$\vec{\pi}$＞=$\frac{-1}{\sqrt{6}}=-\frac{\sqrt{6}}{6}$，（13 分）

由题意知二面角 A₁－AG－E 为钝角，

所以二面角 A₁－AG－E 的余弦值为－$\frac{\sqrt{6}}{6}$.（14 分）




17.【解答】（Ⅰ）设 A 车在星期 i 出车的事件为 Aᵢ，B 车在星期 i 出车的事件为 Bᵢ，i=1，2，3，4，5，则

由已知可得 P（Aᵢ）=0.6，P（Bᵢ）=0.5.

设该单位在星期一恰好出车一台的事件为 C，则

P（C）=P（$A_1\overline{B_1}+\overline{A_1}B_1$）=$P(A_1)P(\overline{B_1})+P(\overline{A_1})P(B_1)$=0.6×（1－0.5）+（1－0.6）×0.5=0.5，

∴该单位在星期一恰好出车一台的概率为 0.5；

（Ⅱ）X 的取值为 0，1，2，3，则

P（X=0）=$P(\overline{A_1B_1})P(\overline{A_2})$=0.4×0.5×0.4=0.08，

P（X=1）=$P(C)P(\overline{A_2})+P(\overline{A_1B_1})P(A_2)$=0.5×0.4+0.4×0.5×0.6=0.32，

P（X=2）=$P(A_1B_1)P(\overline{A_2})+P(C)P(A_2)$=0.6×0.5×0.4+0.5×0.6=0.42，

P（X=3）=P（$A_1B_1$）P（$A_2$）=0.6×0.5×0.6=0.18，

∴X 的分布列为

| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P | 0.08 | 0.32 | 0.42 | 0.18 |

EX=1×0.32+2×0.42+3×0.18=1.7.

18.【解答】（Ⅰ）当 a=$\frac{\pi}{2}$时，f（x）=（x-$\frac{\pi}{2}$）sinx+cosx，x∈（0，π）.

f′（x）=（x-$\frac{\pi}{2}$）cosx，由 f′（x）=0 得 x=$\frac{\pi}{2}$，

f（x），f′（x）的情况如下：

| x | （0，$\frac{\pi}{2}$） | $\frac{\pi}{2}$ | （$\frac{\pi}{2}$，π） |
|---|---|---|---|
| x-$\frac{\pi}{2}$ | - | 0 | + |
| cosx | + | 0 | - |
| f′（x） | - | 0 | - |
| f（x） | ↓ | | ↓ |

因为 f（0）=1，f（π）=-1，

所以函数 f（x）的值域为（-1，1）.

（Ⅱ）f′（x）=（x-a）cosx，

①当$\frac{\pi}{2}<a<\pi$时，f（x），f′（x）的情况如下

| x | （0，$\frac{\pi}{2}$） | $\frac{\pi}{2}$ | （$\frac{\pi}{2}$，a） | a | （a，π） |
|---|---|---|---|---|---|
| x-a | - | | - | 0 | + |
| cosx | + | 0 | - | | - |
| f′（x） | - | 0 | + | 0 | - |
| f（x） | ↓ | | ↑ | | ↓ |

所以函数 f（x）的单调增区间为（$\frac{\pi}{2}$，a），单调减区间为（0，$\frac{\pi}{2}$）和（a，π）.

②当 a≥π 时，f（x），f′（x）的情况如下

| x | （0，$\frac{\pi}{2}$） | $\frac{\pi}{2}$ | （$\frac{\pi}{2}$，π） |
|---|---|---|---|
| x-a | - | | - |
| cosx | + | 0 | - |

| f′（x） | - | 0 | + |
|---|---|---|---|
| f（x） | ↓ | | ↑ |

所以函数 f（x）的单调增区间为（$\frac{\pi}{2}$，π），单调减区间为（0，$\frac{\pi}{2}$）.

19.【解答】（Ⅰ）∵椭圆 G 的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，其短轴两端点为 A（0，1），B（0，-1），

∴设椭圆 G 的方程为：$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$，$(a>1)$.

由 e=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，得 $e^2=\frac{a^2-1}{a^2}=\frac{1}{2}$，

解得 $a^2=2$，

∴椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

（Ⅱ）以 MN 为直径的圆是不过点 A. 理由如下：

∵C、D 是椭圆 G 上关于 y 轴对称的两个不同点，

∴设 C（$x_0$，$y_0$），且 $x_0\neq 0$，则 D（$-x_0$，$y_0$）.

∵A（0，1），B（0，-1），∴直线 AC 的方程为 y=$\frac{y_0-1}{x_0}x+1$.

令 y=0，得 $x_M=\frac{-x_0}{y_0-1}$，∴M（$\frac{-x_0}{y_0-1}$，0）.

同理直线 BD 的方程为 y=$\frac{y_0+1}{-x_0}x-1$，令 y=0，解得 N（$\frac{-x_0}{y_0+1}$，0）.

$\overrightarrow{AM}=(\frac{x_0}{1-y_0},-1)$，$\overrightarrow{AN}=(\frac{-x_0}{1+y_0},-1)$，

∴$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=\frac{-x_0^2}{1-y_0^2}+1$，

由 C（$x_1$，$y_1$）在椭圆 G：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$上，∴$x_0^2=2(1-y_0^2)$，

∴$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=-1\neq 0$，

∴∠MAN≠90°，

∴以线段 MN 为直径的圆不过点 A.

20.【解答】（Ⅰ）解：由题意，$d_1=10$，$d_2=7$，$d_{2014}=2$- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

（3 分）

（Ⅱ）解：①当 d=2 时，则（a，b，c）=（a，a+1，a+2）

所以 $f_1$（a，a+1，a+2）=（a+1，a+2，a），$d_1$=a+2﹣a=2，

由操作规则可知，每次操作，数组中的最大数 a+2 变为最小数 a，最小数 a 和次小数 a+1 分别变为次小数 a+1 和最大数 a+2，所以数组的极差不会改变.

所以，当 d=2 时，$d_n$=d（n=1，2，3，…）恒成立.

②当 d≥3 时，则 $f_1$（a，b，c）=（a+1，b+1，c﹣2）

所以 $d_1$=b+1﹣（a+1）=b﹣a＜c﹣a=d 或 $d_1$=c﹣2﹣（a+1）=d﹣3

所以总有 $d_1$≠d.

综上讨论，满足 $d_n$=d（n=1，2，3，…）的 d 的取值仅能是 2. ﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣（8 分）

（Ⅲ）证明：因为 a，b，c 是以 4 为公比的正整数等比数列的三项，

所以 a，b，c 是形如 $m\cdot 4^k$（其中 $m\in N^*$）的数，

又因为 $4^k=(3+1)^k=3^k+C_k^1\cdot 3^{k-1}+\cdots+1$

所以 a，b，c 中每两个数的差都是 3 的倍数.

所以（a，b，c）的极差 $d_0$是 3 的倍数. ﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣﹣