2014 北京朝阳高三二模

数　　学（理）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

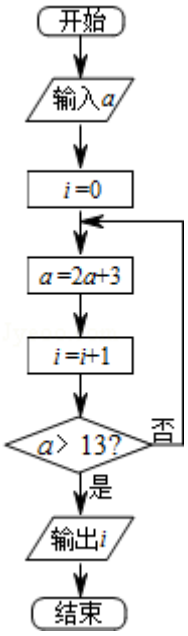
1．（5 分）已知集合 A={x∈R|2x－3≥0}，集合 B={x∈R|x^2－3x+2＜0}，则 A∩B=（　　）

A．{x|x≥$\frac{3}{2}$}　B．{x|$\frac{3}{2}$≤x＜2}　C．{x|1＜x＜2}　D．{x|$\frac{3}{2}$＜x＜2}

2．（5 分）如果 a＞b＞0，那么下列不等式一定成立的是（　　）

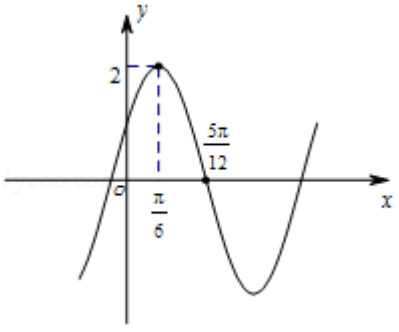
A．$\log_3 a<\log_3 b$　B．$(\frac{1}{4})^a>(\frac{1}{4})^b$　C．$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　D．$a^2<b^2$

3．（5 分）执行如图所示的程序框图，若输出的结果为 2，则输入的正整数 a 的可能取值的集合是（　　）



A．{1，2，3，4，5}　B．{1，2，3，4，5，6}　C．{2，3，4，5}　D．{2，3，4，5，6}

4．（5 分）已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\phi)(A>0,\ \omega>0,\ |\phi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，则 φ=（　　）



A．$-\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　C．$\frac{\pi}{3}$　D．$\frac{5\pi}{12}$

5．（5 分）已知命题 P：复数 $z=\frac{1+i}{i}$在复平面内所对应的点位于第四象限；命题 q：∃x＞0，x=cosx，则下列命题中为真命题的是（　　）

A．（￢p）∧（￢q）　　B．（￢p）∧q　C．p∧（￢q）　D．p∧q

6．（5 分）若双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$（b＞0）的一条渐近线与圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 至多有一个交点，则双曲线离心率的取值范围是（　　）

A．（1，2］　B．［2，+∞）　C．（1，$\sqrt{3}$］　　D．［$\sqrt{3}$，+∞）

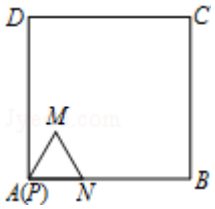
7．（5 分）某工厂分别生产甲、乙两种产品 1 箱时所需要的煤、电以及获得的纯利润如下表所示．

	煤（吨）	电（千度）	纯利润（万元）
1 箱甲产品	3	1	2
1 箱乙产品	1	1	1

若生产甲、乙两种产品可使用的煤不超过 120 吨，电不超过 60 千度，则可获得的最大纯利润和是（　　）

A．60 万元　B．80 万元　C．90 万元　D．100 万元

8．（5 分）如图放置的边长为 1 的正△PMN 沿边长为 3 的正方形 ABCD 的各边内侧逆时针方向滚动．当△PMN 沿正方形各边滚动一周后，回到初始位置时，点 P 的轨迹长度是（　　）



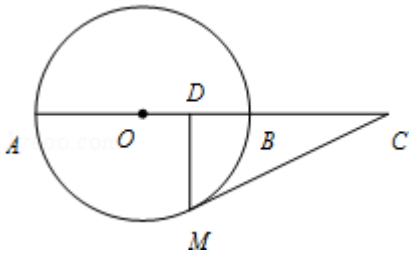
A．$\frac{8\pi}{3}$　　B．$\frac{16\pi}{3}$　　C．4π　D．5π

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

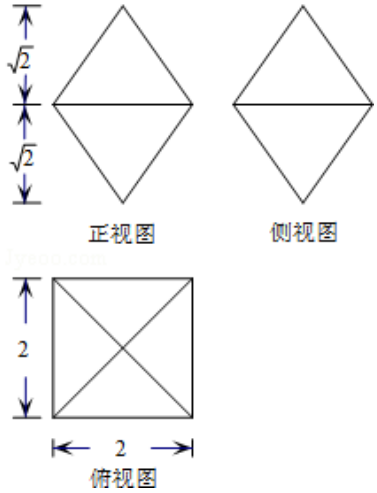
9．（5 分）若向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，则$|2\vec{a}+\vec{b}|=$_____．

10．（5 分）$(1-2x)^5$的展开式中 x^3 的项的系数是_____（用数字表示）

11．（5 分）如图，AB 为圆 O 的直径，AB=2，过圆 O 上一点 M 作圆 O 的切线，交 AB 的延长线于点 C，过点 M 作 MD⊥AB 于点 D，若 D 是 OB 中点．则 AC•BC=_____．



12.（5 分）由两个四棱锥组合而成的空间几何体的三视图如图所示，其体积是_____；表面积是_____.



13.（5 分）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=2a_n-4$（$n\in N^*$），则 a_n=_____；数列$\{\log_2 a_n\}$的前 n 项和为_____.

14.（5 分）若存在正实数 M，对于任意 $x\in(1,+\infty)$，都有$|f(x)|\leq M$，则称函数 f（x）在（1，+∞）上是有界函数．下列函数：①$f(x)=\frac{1}{x-1}$；②$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$；③$f(x)=\frac{\ln x}{x}$；④f（x）=xsinx，其中“在（1，+∞）上是有界函数”的序号为_____.

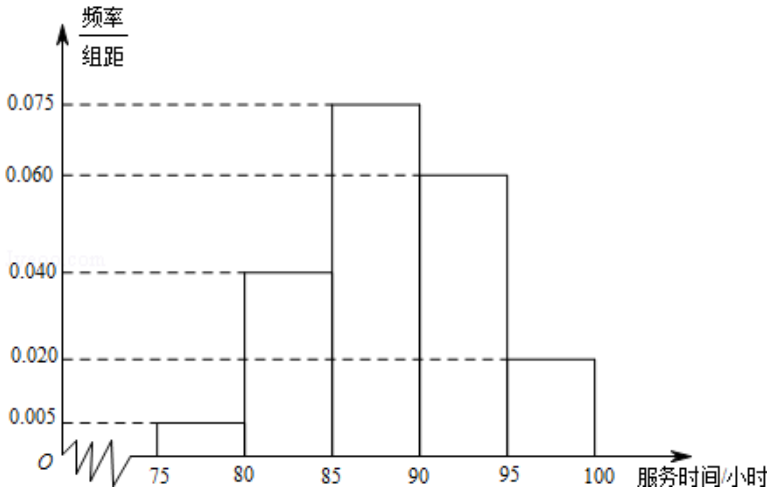
三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15.（13 分）在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且 $A=\frac{2\pi}{3}$，b=3，△ABC 的面积为$\frac{15\sqrt{3}}{4}$.

（Ⅰ）求边 a 的边长；

（Ⅱ）求 cos2B 的值.

16.（13 分）某市规定，高中学生三年在校期间参加不少于 80 小时的社区服务才合格．教育部门在全市随机抽取 200 学生参加社区服务的数据，按时间段[75，80），[80，85），[85，90），[90，95），[95，100]（单位：小时）进行统计，其频率分布直方图如图所示.



（Ⅰ）求抽取的 200 位学生中，参加社区服务时间不少于 90 小时的学生人数，并估计从全市高中学生中任意选取一人，其参加社区服务时间不少于 90 小时的概率；

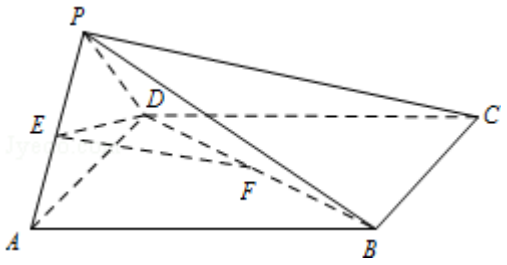
（Ⅱ）从全市高中学生（人数很多）中任意选取 3 位学生，记 ξ 为 3 位学生中参加社区服务时间不少于 90 小时的人数．试求随机变量 ξ 的分布列和数学期望 Eξ．

17．（14 分）如图，在四棱锥 P－ABCD 中，底面 ABCD 是正方形，侧面 PAD⊥底面 ABCD，E，F 分别为 PA，BD 中点，PA=PD=AD=2．

（Ⅰ）求证：EF∥平面 PBC；

（Ⅱ）求二面角 E－DF－A 的余弦值；

（Ⅲ）在棱 PC 上是否存在一点 G，使 GF⊥平面 EDF？若存在，指出点 G 的位置；若不存在，说明理由．



18．（13 分）已知函数 $f(x)=e^{2x+1}-ax+1$，$a\in R$．

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在点（0，$f(0)$）处的切线与直线 $x+ey+1=0$ 垂直，求 a 的值；

（2）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（3）设 $a<2e^3$，当 $x\in[0,1]$ 时，都有 $f(x)\geq 1$ 成立，求实数 a 的取值范围．

19．（14 分）已知椭圆 C 的中心在原点 O，焦点在 x 轴上，离心率为 $\frac{1}{2}$，右焦点到到右顶点的距离为 1．

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）是否存在与椭圆 C 交于 A，B 两点的直线 l：$y=kx+m$（$k\in R$），使得 $|\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}|$ 成立？

若存在，求出实数 m 的取值范围，若不存在，请说明理由.

20.（13 分）已知 x_1，x_2 是函数 $f(x)=x^2+mx+t$ 的两个零点，其中常数 m，$t\in Z$，设 $T_n=\sum_{r=0}^{n} x_1^{n-r}x_2^{r}$（$n\in N^*$）.

（1）用 m，t 表示 T_1，T_2；

（2）求证：$T_5=-mT_4-tT_3$；

（3）求证：对任意的 $n\in N^*$，$T_n\in Z$.

参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【解答】由 A 中的不等式解得：$x\geq\frac{3}{2}$，即 $A=\{x|x\geq\frac{3}{2}\}$，

由 B 中的不等式解得：$1<x<2$，即 $B=\{x|1<x<2\}$，

则 $A\cap B=\{x|\frac{3}{2}\leqslant x<2\}$.

故选：B.

2.【解答】∵$a>b>0$，

∴$\frac{a}{ab}>\frac{b}{ab}$，即 $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$.

故选：C.

3.【解答】输入 a 值，此时 i=0，执行循环体后，$a=2a+3$，i=1，不应该退出；

再次执行循环体后，$a=2（2a+3）+3=4a+9$，i=2，应该退出；

故 $\begin{cases}2a+3\leqslant 13\\4a+9>13\end{cases}$，

解得：$1<a\leqslant 5$，

故输入的正整数 a 的可能取值的集合是{2，3，4，5}，

故选：C

4.【解答】由题意，A=2，且 f（x）的最小正周期 $T=4\times（\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6}）=\pi$，

则 $\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$，此时 $f（x）=2\sin（2x+\phi）$，

将点（$\frac{\pi}{6}$，2）代入 f（x）的解析式得 $\sin（\frac{\pi}{3}+\phi）=1$，

∵$|\phi|<\frac{\pi}{2}$，

∴$\phi=\frac{\pi}{6}$

故选 B.

5.【解答】由命题 p 得：

复数 $z=\frac{1+i}{i}=1-i$，

它在复平面内对应的点为：（1，－1），

它位于第四象限，

∴命题 p 为真命题；

由命题 q 得：

∵$x\in(0,+\infty)$，

∵$y=x$ 与 $y=\cos x$ 的图象在（0，+∞）内有交点，

∴存在 $x>0$，$x=\cos x$，

∴命题 q 为真命题，

故 p∧q 是真命题．

故选：D．

6.【解答】圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 的圆心（0，2），半径 r=1．

∵双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$（b＞0）的一条渐近线与圆 $x^2+(y-2)^2=1$ 至多有一个交点，

∴$\frac{2}{\sqrt{b^2+1}}\geqslant 1$，化为 $b^2\leqslant 3$．

∴$e^2=1+b^2\leqslant 4$，

∵e＞1，

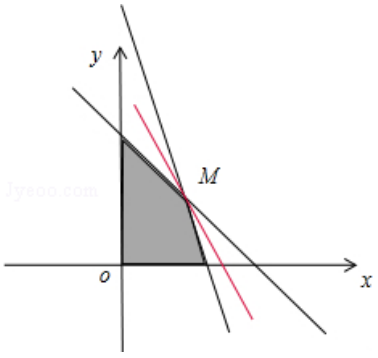
∴1＜e≤2，

∴该双曲线的离心率的取值范围是（1，2］．

故选：A．

7.【解答】设每天生产甲种产品 x 箱，乙种产品 y 箱．

依题意可得线性约束条件 $\begin{cases}3x+y\leqslant 120\\ x+y\leqslant 60\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$



目标函数为 z=2x+y，…（7 分）

作出线性约束条件所表示的平面区域如图所示．

将 z=2x+y 变形为 y=－2x+z

当直线 $y=-2x+z$

在纵轴上的截距 z 达到最大值时，

即直线 $y=-2x+z$ 经过点 M 时，z 也达到最大值．

由 $\begin{cases}3x+y=120\\x+y=60\end{cases}$ 得 M 点的坐标为（30，30）

∴当 x=30，y=30 时，$z_{max}=2\times30+30=90$

因此，该厂每天生产甲种产品 30 箱，乙种产品 30 箱，才能使该厂日产值最大，最大的产值是 90 万元．

故选：C．

8．【解答】由题意，边长为 1 的正△PMN 沿边长为 3 的正方形 ABCD 的各边内侧逆时针方向滚动，P 的轨迹：每个边上对应两个相同的弧，所以点 P 的轨迹长度是每个边上对应两个相同的弧长均为 3 分之 2π，一共八个，所以是 $\frac{16\pi}{3}$．

故选：B．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

9．【解答】∵$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，

∴ $(2\vec{a}+\vec{b})^2=4\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2$

$=4\times1^2+4\times1\times2\times\cos\frac{\pi}{3}+2^2$

$=4+4+4=12$；

∴ $|2\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$；

故答案为：$2\sqrt{3}$．

10．【解答】$(1-2x)^5$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(-2x)^r$，令 r=3，得 x^3 的项的系数是 $C_5^3(-2)^3=-80$

故答案为：－80

11．【解答】连接 OM，则 OM⊥MC，

∵MD⊥AB

∴$OM^2=OD\cdot OC$，

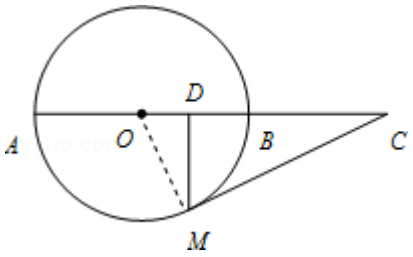
∵AB=2，D 是 OB 中点，

∴OC=2，

∴BC=1，AC=3，

∴AC•BC=3．

故答案为：3．



12．【解答】由三视图知：几何体为两个完全相同的正四棱锥底面对接的组合体，

四棱锥的底面边长为 4，高为$\sqrt{2}$，∴侧面上的斜高为$\sqrt{3}$，

∴几何体的体积 V=2×$\frac{1}{3}$×2^2×$\sqrt{2}$=$\frac{8\sqrt{2}}{3}$；

几何体的表面积 S=8×$\frac{1}{2}$×2×$\sqrt{3}$= $8\sqrt{3}$.

故答案为：$\frac{8\sqrt{2}}{3}$，$8\sqrt{3}$.

13．【解答】∵$S_n=2a_n-4$（n∈N^*），

∴n=1 时，$a_1=S_1=2a_1-4$，解得 $a_1=4$，

n≥2 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2a_n-2a_{n-1}$，

整理，得 $a_n=2a_{n-1}$，

∴{a_n}是首项为 4，公比为 2 的等比数列，

∴ $a_n=4\times 2^{n-1}=2^{n+1}$.

$\log_2 a_n=n+1$，

∴数列{$\log_2 a_n$}的前 n 项和为：

2+3+4+5+…+（n+1）=$\frac{n(n+3)}{2}$.

故答案为：2^{n+1}，$\frac{n(n+3)}{2}$.

14．【解答】当 x∈（1，+∞）时，

f（x）=$\frac{1}{x-1}$∈（0，+∞），不存在满足|f（x）|≤M 恒成立的 M 的值，故①不是“在（1，+∞）上是有界函数”；

f（x）=$\frac{x}{x^2+1}=\frac{1}{x+\frac{1}{x}}$∈（0，$\frac{1}{2}$），任意 M≥$\frac{1}{2}$，|f（x）|≤M 均恒成立，故②是“在（1，+∞）上是有界函数”；

f（x）=$\frac{\ln x}{x}$∈（0，$\frac{1}{e}$]，任意 M≥$\frac{1}{e}$，|f（x）|≤M 均恒成立，故③是“在（1，+∞）上是有界函数”；

f（x）=xsinx∈（－∞，+∞），不存在满足|f（x）|≤M 恒成立的 M 的值，故④不是“在（1，+∞）上是有界函数”；

综上“在（1，+∞）上是有界函数”的序号为②③，

故答案为：②③

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．【解答】（Ⅰ）在△ABC 中，A=$\frac{2\pi}{3}$，b=3，△ABC 的面积为$\frac{15\sqrt{3}}{4}$．

∴$S_{△ABC}=\frac{1}{2}b•c•\sin A=\frac{1}{2}•3•c•\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$，

解得：c=5，

∴a=$\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos A}=\sqrt{9+25+2\times3\times5\times\frac{1}{2}}=7$．

（Ⅱ）∵$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{49+25-9}{2\times7\times5}=\frac{13}{14}$，

∴$\cos 2B=2\cos^2 B-1=\frac{71}{98}$．

16．【解答】（Ⅰ）抽取的 200 位学生中，参加社区服务时间不少于 90 小时的学生人数为（0.06+0.02）×5×200=80 人

参加社区服务时间不少于 90 小时的概率$\frac{80}{200}$=0.4；

（Ⅱ）ξ=0，1，2，3，则

P（ξ=0）=0.6^3=0.216，P（ξ=1）=$C_3^1•0.4•0.6^2$=0.432，P（ξ=2）=$C_3^2•0.4^2•0.6$=0.288，P（ξ=3）=0.4^3=0.064

∴ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	0.216	0.432	0.288	0.064

数学期望 Eξ=1×0.432+2×0.288+3×0.064=1.2．

17.【解答】（Ⅰ）作 AB 的中点 H，连接 EH，FH，

∵在△PAB 中，E，H 为中点，

∴EH∥PB，

∵EH⊄平面 PBC，PB⊂平面 PBC，

∴EH∥平面 PBC，

同理可证明 FH∥平面 PBC，

∵EH⊂平面 EFH，FH⊂平面 EFH，EH∩FH=H，

∴平面 EFH∥平面 PBC，

∵EF⊂平面 EFH，

∴EF∥平面 PBC.

（Ⅱ）做 EI 垂直 AD 于 I，作 IJ⊥DB=J，连接 EJ，做 AD 中点 O，连接 OP，

∵PA=PD，

∴OP⊥AB，

∵EI⊥AB，

∴EI∥OP，

∵E 为中点，

∴EI=$\frac{1}{2}$OP=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，AE=$\frac{1}{4}$AB=$\frac{1}{2}$，

∵侧面 PAD⊥底面 ABCD，

∴EI⊥底面 ABCD，

∵IJ⊥DB，

∴EJ⊥DB，

∴∠EJI 为二面角 E﹣DF﹣A 的平面角，

∵∠ADB=∠JIB，∠DJI=∠DAB=90°，

∴△DJI∽△ADB，

∴$\frac{DI}{DB}=\frac{JI}{AB}$，$\frac{\frac{3}{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{JI}{2}$，

∴JI=$\frac{3}{2\sqrt{2}}$

∴EJ=$\sqrt{JI^2+EI^2}=\sqrt{\frac{9}{8}+\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}$，

∴cos∠EJI=$\frac{JI}{EJ}=\frac{\frac{3}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

即二面角 E－DF－A 的余弦值为$\frac{\sqrt{15}}{5}$.

（Ⅲ）不存在.

假设存在，连接 AC，BD，交于点 F，EF 为平面 EDF 和平面 PAC 的交线，

以 O 为原点，OA，OF，OP 分别为 xyz 轴建立空间直角坐标系．则 A（1，0，0），

B（1，2，0），C（－1，2，0），D（－1，0，0），

P（O，O，$\sqrt{3}$），E（$\frac{1}{2}$，0，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），F（0，1，0），设 G（x_1，y_1，z_1），则 $\overrightarrow{FG}$=（x_1，1－y_1，z_1），

设平面 EFD 的一个法向量是 n=（x_0，y_0，z_0），

$\because \begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{DF}=x_0+y_0=0 \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}x_0+\frac{\sqrt{3}}{2}z_0=0 \end{cases}$，

即 $\begin{cases} y_0=x_0 \\ z_0=-\sqrt{3}x_0 \end{cases}$，令 x_0=1，则 n=（1，－1，$-\sqrt{3}$），

∵因为 GF⊥面 EDF，

∴ $\overrightarrow{FG}=\lambda\vec{n}$，

∴$x_1=\lambda$，$y_1-1=-\lambda$，$z_1=-\sqrt{3}\lambda$，

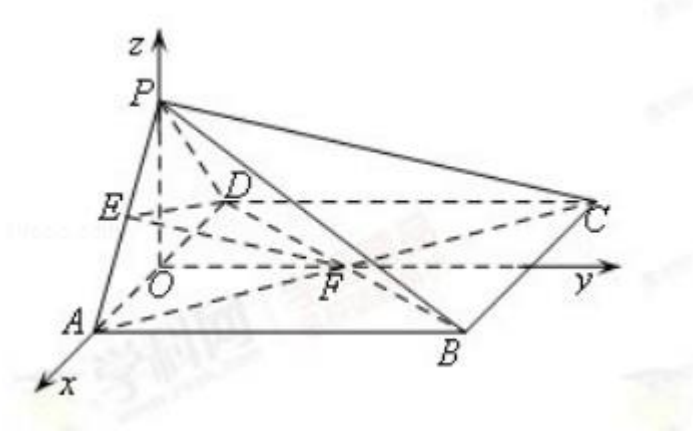
∵ $\overrightarrow{GC}$，$\overrightarrow{PC}$共线，$\overrightarrow{PC}$=（－1，2，$-\sqrt{3}$），

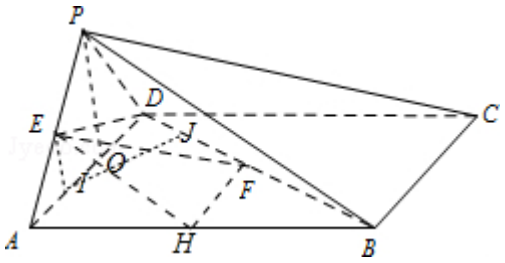
$\overrightarrow{CG}$=（x_1+1，y_1－2，z_1），

∴ $\frac{x_1+1}{-1}=\frac{y_1-2}{2}=\frac{z_1}{-\sqrt{3}}$，

∴ $\frac{1+\lambda}{-1}=\frac{-\lambda-1}{2}=\frac{-\sqrt{3}\lambda}{-\sqrt{3}}$，无解，

故在棱 PC 上不存在一点 G，故在棱 PC 上不存在一点 G，使 GF⊥平面 EDF.





18.【解答】f′（x）=2e^{2x+1}－a，

（1）由题意知：f′（0）=2e－a=e，得 a=e；

（2）当 a≤0 时，f′（x）＞0，

∴f（x）在 R 上单调递增，

当 a＞0 时，由：f′（x）=2e^{2x+1}－a＞0，得 $x>\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{1}{2}$，

∴f（x）在 $(\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{1}{2},+\infty)$上单调递增，

由：f′（x）=2e^{2x+1}－a＜0，得 $x<\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{1}{2}$，

∴f（x）在（－∞，$\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{1}{2}$）上单调递减，

综上：当 a≤0 时，f（x）的单调递增为 R，

当 a＞0 时，f（x）的单调递增为 $(\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{1}{2},+\infty)$，单调递减区间为（－∞，$\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{1}{2}$），

（3）由 f（x）≥1 得，e^{2x+1}≥ax，当 x=0 时，不等式成立，当 x∈（0，1]时，$a\leq\frac{e^{2x+1}}{x}$，

令 $g(x)=\frac{e^{2x+1}}{x}$，则 $g'(x)=\frac{(2x-1)e^{2x+1}}{x^2}$，易知，当 $x<\frac{1}{2}$时 g′（x）＜0，当 $x>\frac{1}{2}$时 g′（x）＞0，

∴g（x）在 $(0,\frac{1}{2})$上单调递减，在 $(\frac{1}{2},1)$上单调递增，

∴g（x）的最小值为 $g(\frac{1}{2})=2e^2$，

∴a 的取值范围为（－∞，2e^2]．

19.【解答】（1）设椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0），半焦距为 c．

依题意 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，由右焦点到右顶点的距离为 1，得 a－c=1．

解得 c=1，a=2．

所以 b^2 =4－1=3．

所以椭圆 C 的标准方程是$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（2）解：存在直线 l，使得$|\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}|$成立．理由如下：

设直线 l 的方程为 y=kx+m，

由$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$ 得（$3+4k^2$）$x^2+8kmx+4m^2-12=0$.

△=（$8km$）$^2-4(3+4k^2)(4m^2-12)>0$，化简得 $3+4k^2>m^2$.

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则

$x_1+x_2=-\frac{8km}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$.

若$|\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}|$成立，

即$|\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}|^2=|\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}|^2$，等价于$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$.

所以 $x_1x_2+y_1y_2=0$.

$x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)=0$，

$(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=0$，

$(1+k^2)\cdot\frac{4m^2-12}{3+4k^2}-km\cdot\frac{8km}{3+4k^2}+m^2=0$，

化简得 $7m^2=12+12k^2$.

将$k^2=\frac{7}{12}m^2-1$代入 $3+4k^2>m^2$ 中，$3+4(\frac{7}{12}m^2-1)>m^2$，

解得$m^2>\frac{3}{4}$.

又由 $7m^2=12+12k^2\geqslant 12$，得$m^2\geqslant\frac{12}{7}$，

从而$m^2\geqslant\frac{12}{7}$，解得$m\geqslant\frac{2\sqrt{21}}{7}$或$m\leqslant-\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

所以实数 m 的取值范围是$(-\infty,-\frac{2\sqrt{21}}{7}]\cup[\frac{2\sqrt{21}}{7},+\infty)$.

20.【解答】（1）$x_1+x_2=-m$，$x_1x_2=t$.

因为$T_n=\sum_{r=0}^{n}x_1^{n-r}x_2^r$（$n\in N^*$），所以 $T_1=x_1+x_2=-m$，

$T_2=\sum_{r=0}^{2} x_1^{2-r}x_2^{r}=x_1^{2}+x_1x_2+x_2^{2}=(x_1+x_2)^2-x_1x_2=m^2-t$…3 分

（2）由 $\sum_{r=0}^{k} x_1^{k-r}x_2^{r}$，得 $T_5=\sum_{r=0}^{5} x_1^{5-r}x_2^{r}=x_1\sum_{r=0}^{4} x_1^{4-r}x_2^{r}+x_2^{5}=x_1T_4+x_2^{5}$.

即 $T_5=x_1T_4+x_2^{5}$.

所以 $x_2T_4=x_1x_2T_3+x_2^{5}$.

所以 $T_5=x_1T_4+（x_2T_4-x_1x_2T_3）=（x_1+x_2）T_4-x_1x_2T_3=-mT_4-tT_3$…8 分

（3）①当 n=1，2 时，由（1）知 T_k 是整数，结论成立.

②假设当 n=k－1，n=k（k≥2）时结论成立，即 T_{k-1}，T_k 都是整数.

由 $T_k=\sum_{r=0}^{k} x_1^{k-r}x_2^{r}$，得 $T_{k+1}=\sum_{r=0}^{k+1} x_1^{k+1-r}x_2^{r}=x_1\sum_{r=0}^{k} x_1^{k-r}x_2^{r}+x_2^{k+1}$,

即 $T_{k+1}=x_1T_k+x_2^{k+1}$,

所以 $T_k=x_1T_{k-1}+x_2^{k}$，$x_2T_k=x_1x_2T_{k-1}+x_2^{k+1}$,

所以 $T_{k+1}=x_1T_k+（x_2T_k-x_1x_2T_{k-1}）=（x_1+x_2）T_k-x_1x_2T_{k-1}$.

即 $T_{k+1}=-mT_k-tT_{k-1}$.

由 T_{k-1}，T_k 都是整数，且 m，t∈Z 知，T_{k+1} 也是整数，即 n=k+1 时，结论也成立.

由①②可知，对于一切 n∈N^*，T_n∈Z…13 分