2014 北京昌平高三二模

数　　学（理）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1.（5 分）已知集合 A={x|2x+1＜3}，B={x|x^2≤4}，则 A∪B=（　　）

A．{x|－2≤x＜1}　　B．{x|x≤2}　C．{x|－2＜x＜1}　　D．{x|x＜2}

2.（5 分）设 a，b∈R，则“a＞1 且 b＞1”是“ab＞1”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

3.（5 分）设 $a=4^{0.1}$，$b=\log_3 0.1$，$c=0.5^{0.1}$，则（　　）

A．a＞b＞c　B．b＞a＞c　C．a＞c＞b　D．b＞c＞a

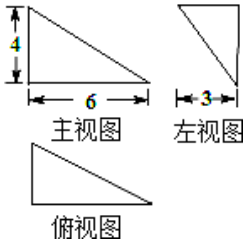
4.（5 分）$(\sqrt{x}-2)^6$的展开式中 x^2的系数是（　　）

A．－120　　B．120　C．－60　D．60

5.（5 分）在△ABC 中，$BC=2\sqrt{3}$，AC=2，$S_{△ABC}=\sqrt{6}$，则∠C 等于（　　）

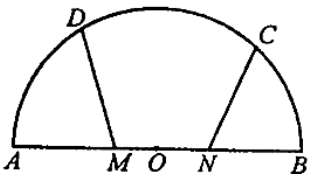
A．$\frac{\pi}{4}$　B．$\frac{\pi}{3}$　C．$\frac{\pi}{4}$或$\frac{3\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

6.（5 分）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（　　）



A．12　　B．36　　C．24　　D．72

7.（5 分）如图，AB 是半圆 O 的直径，C、D 是弧 AB 的三等分点，M、N 是线段 AB 的三等分点，若 OA=6，则$\overrightarrow{MD}\cdot\overrightarrow{NC}$的值是（　　）



A．2　　B．5　　C．26　　D．29

8.（5 分）已知 f（x）=$\begin{cases}\frac{1}{x}-1, & x\geqslant 1\\ \ln x, & 0<x<1\end{cases}$，若函数 g（x）=f（x）－kx+k 只有一个零点，则 k 的取值范围是（　　）

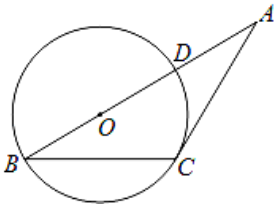
A．（－∞，－1）∪（1，+∞）　B．（－1，1）　　C．[0，1]　D．（－∞，－1]∪[0，1]

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

9.（5 分）若数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n$（$n\in N^*$），则 a_4=_____.

10.（5 分）圆 C：$\rho=2\sin\theta$ 的圆心到直线 l：$\rho\sin\theta=-2$ 的距离为_____.

11.（5 分）如图，已知⊙O 中，弦 $BC=2\sqrt{3}$，BD 为⊙O 直径．过点 C 作⊙O 的切线，交 BD 的延长线于点 A，∠ABC=30°．则 AD=_____.



12.（5 分）已知抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）的焦点为 F（2，0），则 p=_____，过点 A（3，2）向其准线作垂线，记与抛物线的交点为 E，则|EF|=_____.

13.（5 分）选派 5 名学生参加四项环保志愿活动，要求每项活动至少有一人参加，则不同的选派方法共有_____种.

14.（5 分）已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，在四边形 ABC_1D_1 内随机取一点 M，则∠AMB≥90° 的概率为_____，∠AMB≥135° 的概率为_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．）

15.（13 分）已知函数 $f(x)=\cos^2x+\sin x-1$，（$x\in R$）.

（Ⅰ）求 $f(\frac{7\pi}{6})$ 的值；

（Ⅱ）当 $x\in[-\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$ 时，求 f（x）的取值范围.

16.（13 分）某公司为招聘新员工设计了一个面试方案：应聘者从 6 道备选题中一次性随机抽取 3 道题，按照题目要求独立完成．规定：至少正确完成其中 2 道题的便可通过．已知 6 道备选题中应聘者甲有 4 道题能正确完成，2 道题不能完成；应聘者乙每题正确完成的概率都是$\frac{2}{3}$，且每题正确完成与否互不影响.

（Ⅰ）分别求甲、乙两人正确完成面试题数的分布列，并计算其数学期望；

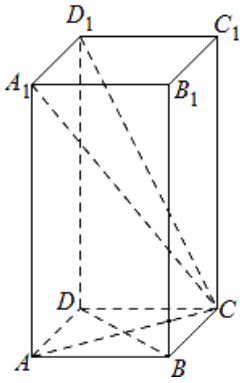
（Ⅱ）请分析比较甲、乙两人谁的面试通过的可能性大？

17.（14 分）已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=4$.

（Ⅰ）求证：$BD\perp A_1C$；

（Ⅱ）求二面角 $A-A_1C-D_1$ 的余弦值；

（Ⅲ）在线段 CC_1 上是否存在点 P，使得平面 $A_1CD_1\perp$ 平面 PBD，若存在，求出$\frac{CP}{PC_1}$的值；若不存在，请说明理由.



18.（13 分）已知函数 f（x）=axlnx，（a≠0）.

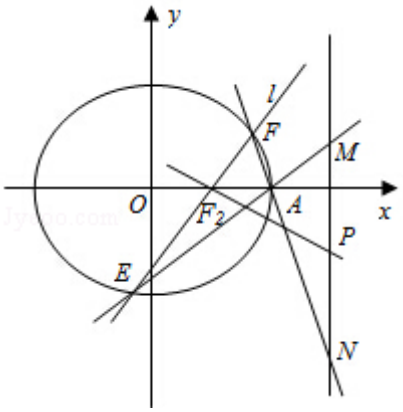
（Ⅰ）求 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）当 a＜0 时，若对于任意的 x∈（0，+∞），都有 f（x）＜3ax+1 成立，求 a 的取值范围.

19.（13 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左右焦点分别为 F_1，F_2，点 B（0，$\sqrt{3}$）为短轴的一个端点，∠$OF_2B=60°$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）如图，过右焦点 F_2，且斜率为 k（k≠0）的直线 l 与椭圆 C 相交于 E、F 两点，A 为椭圆的右顶点，直线 AE、AF 分别交直线 x=3 于点 M、N，线段 MN 的中点为 P，记直线 PF_2 的斜率为 k′. 求证：k•k′为定值.



20.（14 分）已知数列{a_n}的各项均为正数，记 A（n）=$a_1+a_2+\cdots+a_n$，B（n）=$a_2+a_3+\cdots+a_{n+1}$，C（n）=$a_3+a_4+\cdots+a_{n+2}$，n=1，2，….

（1）若 $a_1=1$，$a_2=5$，且对任意 n∈N^*，三个数 A（n），B（n），C（n）组成等差数列，求数列{a_n}的通项公式.

（2）证明：数列{a_n}是公比为 q 的等比数列的充分必要条件是：对任意 n∈N^*，三个数 A（n），B（n），C（n）组成公比为 q 的等比数列.

参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1.【解答】A={x|2x+1＜3}={x|x＜1}，B={x|x^2≤4}={x|－2≤x≤2}，

∴A∪B={x|x≤2}，

故选：B.

2.【解答】∵a＞1 且 b＞1，

∴ab＞1，

若已知 ab＞1，可取 a=$\frac{1}{2}$，b=8，也满足已知，但不满足 a＞1 且 b＞1.

∴“a＞1 且 b＞1”是“ab＞1”的充分不必要条件，

故选 A.

3.【解答】考查指数函数的图象与性质，知 a=$4^{0.1}$＞1，c=$0.5^{0.1}$＞0，

考查对数函数的图象与性质，知 b=$\log_3 0.1$＜0，

∴a＞c＞b.

故选：C.

4.【解答】$(\sqrt{x}-2)^6$的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r\cdot(-2)^r\cdot x^{\frac{6-r}{2}}$，

令$\frac{6-r}{2}$=2，求得 r=2，可得展开式中 x^2的系数是 $C_6^2\cdot4=60$，

故选：D.

5.【解答】∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AC\cdot\sin C=\frac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}\cdot2\cdot\sin C=\sqrt{6}$，

∴$\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∵0＜∠C＜π，

∴∠C=$\frac{\pi}{4}$或$\frac{3\pi}{4}$，

故选 C.

6.【解答】该几何体是以主视图为底面的三棱锥，

底面面积 S=$\frac{1}{2}\times 6\times 4$=12，

高 h=3，

故体积 V=$\frac{1}{3}\times S\times h=12$.

故选：A

7.【解答】连接 OC，OD，

∵C、D 是弧 AB 的三等分点，

∴∠AOD=∠DOC=∠COB=60°，

∵M、N 是线段 AB 的三等分点，OA=6，

∴ $|\overrightarrow{MO}|=|\overrightarrow{NO}|=2$，$|\overrightarrow{OD}|=|\overrightarrow{OC}|=6$.

∵ $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OD}$，

$\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{NO}+\overrightarrow{OC}$，

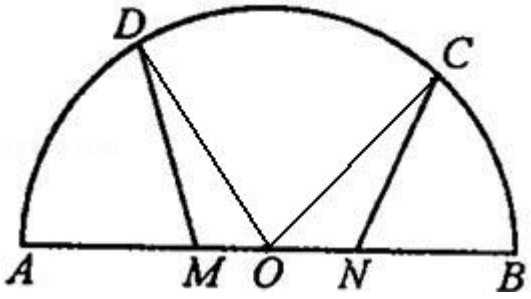
∴ $\overrightarrow{MD}\cdot\overrightarrow{NC}=(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OD})\cdot(\overrightarrow{NO}+\overrightarrow{OC})$

$=\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{NO}+\overrightarrow{MO}\cdot\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{NO}+\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OC}$

$=-4+2\times 6\times\frac{1}{2}+2\times 6\times\frac{1}{2}+6\times 6\times\frac{1}{2}$

=26，

故选 C.



8.【解答】由题意可得函数 y=f（x）的图象（红线部分）

和直线 y=k（x－1）（蓝线部分）只有一个交点.

直线 y=k（x－1）经过定点（1，0），斜率为 k.

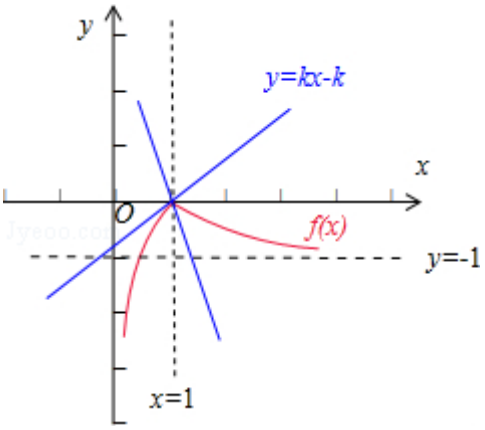
当 0＜x＜1 时，f′（x）=$\frac{1}{x}$＞1，

当 x≥1 时，f′（x）=－$\frac{1}{x^2}$∈[－1，0)，

如图所示：

故 k∈（－∞，－1]∪[0，1]，

故选：D.



二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

9.【解答】在数列{a_n}中，由 $a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n$，且 $a_1=1\neq 0$，

得$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$.

∴数列{a_n}是以 1 为首项，以$\frac{1}{2}$为公比的等比数列.

则 $a_4=a_1q^3=1\times(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$.

故答案为：$\frac{1}{8}$.

10.【解答】圆 C：ρ=2sinθ 即 $\rho^2=2\rho\sin\theta$，化为直角坐标方程为 $x^2+(y-1)^2=1$，

故它的圆心为（0，1）.

直线 l：$\rho\sin\theta=-2$ 即 y=－2，显然圆心到直线 l 的距离为 3，

故答案为：3.

11.【解答】连接 OC，则 OC⊥AC，

∵∠ABC=30°，BC=$2\sqrt{3}$，

∴OB=2，∠DOC=60°，

∴OA=2OC=4，

∵OD=2，

∴AD=2.

故答案为：2.

12.【解答】∵抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）的焦点为 F（2，0），

$\therefore \frac{p}{2}=2$，

$\therefore p=4$；

过点 A（3，2）向其准线作垂线，记与抛物线的交点为 E，则 $y=2$，$x=\frac{1}{2}$，

$\therefore |EF|=x+\frac{p}{2}=\frac{5}{2}$.

故答案为：4；$\frac{5}{2}$.

13.【解答】根据题意，分 2 步分析：

①、先将 5 名学生分成 4 组，分析可得应该 1 组有 2 人，剩余 3 组每组 1 人，

则有 $C_5^2=10$ 种情况，

②、将分好的 4 个组对应四项环保志愿活动，有 $A_4^4=24$ 种情况，

则共有 $10\times24=240$ 种不同的选派方法；

故答案为：240.

14.【解答】四边形 ABC_1D_1 为长方形，$AB=2$，$BC_1=2\sqrt{2}$，

以 AB 为直径圆内的区域为满足∠AMB＞90°的区域，半圆的面积为 $\frac{1}{2}\pi\times1^2=\frac{\pi}{2}$；

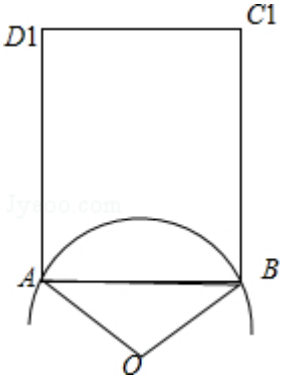
四边形 ABC_1D_1 的面积为 $4\sqrt{2}$.

$\therefore$满足∠AMB≥90°的概率为 $\frac{\frac{\pi}{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\pi}{16}$；

以 AB 为底边，向正方形外作顶角为 90°的等腰三角形，以等腰三角形的顶点 O 为圆心，OA 为半径作圆，

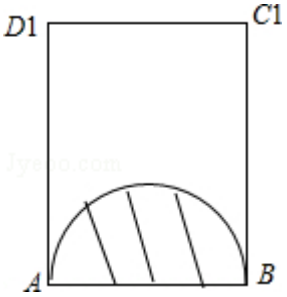
根据圆周角相关定理，弧 AB 所对的圆周角为 135°．即当 M 取圆 O 与 ABCD 的公共部分（弓形），∠AMB 必大于 135°

其中 AB=2，$OA=\frac{2}{2\sin135°}=\sqrt{2}$，



故所求的概率为：$\frac{\frac{1}{4}\pi\cdot2-\frac{1}{2}\cdot2\cdot1}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\pi-2\sqrt{2}}{16}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{2}\pi}{16}$；$\frac{\sqrt{2}\pi-2\sqrt{2}}{16}$.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.【解答】（Ⅰ）∵f（x）=$\cos^2x+\sin x-1=1-\sin^2x+\sin x-1=-\sin^2x+\sin x=-(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$,

∴$f(\frac{7\pi}{6})=-(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}=-\frac{3}{4}$;

（Ⅱ）∵$x\in[-\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$，∴$\sin x\in[-\frac{1}{2},1]$,

∴$\sin x-\frac{1}{2}\in[-1,\frac{1}{2}]$,

∴$(\sin x-\frac{1}{2})^2\in[0,1]$,

∴$-(\sin x-\frac{1}{2})^2\in[-1,0]$,

即$-(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}\in[-\frac{3}{4},\frac{1}{4}]$,

则 f（x）的取值范围为$[-\frac{3}{4},\frac{1}{4}]$.

16.【解答】（Ⅰ）设甲正确完成面试的题数为 ξ，则 ξ 的取值分别为 1，2，3. …（1 分）

$P(\xi=1)=\frac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}$；$P(\xi=2)=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$；$P(\xi=3)=\frac{C_4^3C_2^0}{C_6^3}=\frac{1}{5}$； …（3 分）

考生甲正确完成题数 ξ 的分布列为

ξ	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$E\xi=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2$. …（4 分）

设乙正确完成面试的题数为 η，则 η 取值分别为 0，1，2，3. …（5 分）

$P(\eta=0)=\frac{1}{27}$；$P(\eta=1)=C_3^1\cdot(\frac{2}{3})^1\cdot(\frac{1}{3})^2=\frac{6}{27}$，$P(\eta=2)=C_3^2\cdot(\frac{2}{3})^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{12}{27}$，$P(\eta=3)=(\frac{2}{3})^3=\frac{8}{27}$. …（7 分）

考生乙正确完成题数 η 的分布列为：

η	0	1	2	3
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

$E\eta=0\times\frac{1}{27}+1\times\frac{6}{27}+2\times\frac{12}{27}+3\times\frac{8}{27}=2$．…（8 分）

（Ⅱ）因为 $D\xi=(1-2)^2\times\frac{1}{5}+(2-2)^2\times\frac{3}{5}+(3-2)^2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$，…（10 分）

$D\eta=npq=\frac{2}{3}$．…（12 分）

所以 $D\xi<D\eta$．

综上所述，从做对题数的数学期望考查，两人水平相当；从做对题数的方差考查，甲较稳定；从至少完成 2 道题的概率考查，甲获得面试通过的可能性大．…（13 分）

17．【解答】（Ⅰ）证明：∵$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正四棱柱，

∴$AA_1\perp$平面 ABCD，且 ABCD 为正方形．…（1 分）

∵$BD\subset$平面 ABCD，∴$BD\perp AA_1$，$BD\perp AC$．…（2 分）

∵$AA_1\cap AC=A$，∴$BD\perp$平面 A_1AC．…（3 分）

∵$A_1C\subset$平面 A_1AC，

∴$BD\perp A_1C$．…（4 分）

（Ⅱ）解：如图，以 D 为原点建立空间直角坐标系 D－xyz．

则 D（0，0，0），A（2，0，0），C（0，2，0），A_1（2，0，4），B_1（2，2，4），

C_1（0，2，4），D_1（0，0，4），…（5 分）

∵$\overrightarrow{D_1A_1}$=（2，0，0），$\overrightarrow{D_1C}$=（0，2，－4）．

设平面 A_1D_1C 的法向量$\vec{n}$=（x_1，y_1，z_1）．

∴$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1A_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{D_1C}=0\end{cases}$．即$\begin{cases}x_1=0\\ 2y_1-4z_1=0\end{cases}$，…（6 分）

令 $z_1=1$，则 $y_1=2$．∴$\vec{n}$=（0，2，1）．

由（Ⅰ）知平面 AA_1C 的法向量为$\overrightarrow{DB}$=（2，2，0）．…（7 分）

∴$\cos<\overrightarrow{DB},\vec{n}>=\frac{4}{\sqrt{5}\cdot2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$．…（8 分）

∵二面角 $A-A_1C-D_1$ 为钝二面角，

∴二面角 $A-A_1C-D_1$ 的余弦值为 $-\frac{\sqrt{10}}{5}$．…（9 分）

（Ⅲ）解：设 P（x_2，y_2，z_2）为线段 CC_1 上一点，且$\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{PC_1}$．

∵$\overrightarrow{CP}$=（x_2，y_2-2，z_2），$\overrightarrow{PC_1}$=（$-x_2$，$2-y_2$，$4-z_2$）.

∴（x_2，y_2-2，z_2）=λ（$-x_2$，$2-y_2$，$4-z_2$）. …（10 分）

即 $x_2=0$，$y_2=2$，$z_2=\frac{4\lambda}{1+\lambda}$.

∴P（0，2，$\frac{4\lambda}{1+\lambda}$）. …（11 分）

设平面 PBD 的法向量$\vec{m}=(x_3, y_3, z_3)$.

∵$\overrightarrow{DP}=(0, 2, \frac{4\lambda}{1+\lambda})$，$\overrightarrow{DB}=(2, 2, 0)$，

∴$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{DP}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DB}=0\end{cases}$. 即$\begin{cases}2y_3+\frac{4\lambda}{1+\lambda}z_3=0\\ 2x_3+2y_3=0\end{cases}$. …（12 分）

令 $y_3=1$，得$\vec{n}$=（-1，1，$-\frac{1+\lambda}{2\lambda}$）. …（13 分）

若平面 A_1CD_1⊥平面 PBD，则$\vec{m}\cdot\vec{n}=0$.

即 $2-\frac{1+\lambda}{2\lambda}=0$，解得 $\lambda=\frac{1}{3}$.

所以当$\frac{CP}{PC_1}=\frac{1}{3}$时，平面 A_1CD_1⊥平面 PBD. …（14 分）

18.【解答】（Ⅰ）函数 f（x 的定义域为（0，+∞）.

因为 f′（x）=a（lnx+1），

令 f′（x）=0，解得 $x=\frac{1}{e}$.

①当 a＞0 时，随着 x 变化时，f（x）和 f′（x）的变化情况如下：

x	（0，$\frac{1}{e}$）	$\frac{1}{e}$	（$\frac{1}{e}$，+∞）
f′（x）	-	0	+
f（x）	↘		↗

即函数 f（x）在（0，$\frac{1}{e}$）上单调递减，在（$\frac{1}{e}$，+∞）上单调递增.

②当 a＜0 时，随着 x 变化时，f（x）和 f′（x）的变化情况如下：

x	（0，$\frac{1}{e}$）	$\frac{1}{e}$	（$\frac{1}{e}$，+∞）
f′（x）	+	0	-
f（x）	↗		↘

即函数 f（x）在（0，$\frac{1}{e}$）上单调递增，在（$\frac{1}{e}$，+∞）上单调递减.

（Ⅱ）当 a＜0 时，对于任意的 x∈（0，+∞），都有 f（x）＜3ax+1 成立，

$ax\ln x<3ax+1$.

所以 $ax\ln x-3ax-1<0$.

设 $g(x)=ax\ln x-3ax-1$.

因为 $g'(x)=a(\ln x-2)$,

令 $g'(x)=0$，解得 $x=e^2$.

因为 $a<0$,

所以随着 x 变化时，$g(x)$ 和 $g'(x)$ 的变化情况如下：

x	$(0, e^2)$	e^2	$(e^2, +\infty)$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗		↘

即函数 $g(x)$ 在 $(0, e^2)$ 上单调递增，在 $(e^2, +\infty)$ 上单调递减.

所以 $g(x)_{min}=g(e^2)=-ae^2-1$.

所以 $-ae^2-1<0$.

所以 $a>-\frac{1}{e^2}$.

所以 a 的取值范围为 $(-\frac{1}{e^2}, 0)$.

法二：

当 $a<0$ 时，对于任意的 $x\in(0, +\infty)$，都有 $f(x)<3ax+1$ 成立，

即 $ax\ln x<3ax+1$.

所以 $a(x\ln x-3x)<1$.

即 $\frac{1}{a}<x\ln x-3x$.

设 $g(x)=x\ln x-3x$.

因为 $g'(x)=\ln x-2$,

令 $g'(x)=0$，解得 $x=e^2$.

所以随着 x 变化时，$g(x)$ 和 $g'(x)$ 的变化情况如下：

x	$(0, e^2)$	e^2	$(e^2, +\infty)$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	↘		↗

即函数 $g(x)$ 在 $(0, e^2)$ 上单调递减，在 $(e^2, +\infty)$ 上单调递增.

所以 $g(x)_{min}=g(e^2)=-e^2$.

所以 $\frac{1}{a}<-e^2$.

所以 a＞ - $\frac{1}{e^2}$.

所以 a 的取值范围为（ - $\frac{1}{e^2}$，0）.

19.【解答】（Ⅰ）解：如图，∵椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左右焦点分别为 F_1，F_2，

点 B（0，$\sqrt{3}$）为短轴的一个端点，∠OF_2B=60°，

∴b=$\sqrt{3}$，a=$\frac{b}{\sin\angle OF_2B}=\frac{\sqrt{3}}{\sin 60°}$=2，…

故所求椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$．…

（Ⅱ）证明：设过点 F_2（1，0）的直线 l 方程为：y=k（x - 1）．…

由$\begin{cases} y=k(x-1) \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$，

得：（$4k^2$+3）x^2 - $8k^2x$+$4k^2$ - 12=0，…

因为点 F_2（1，0）在椭圆内，所以直线 l 和椭圆都相交，

即△＞0 恒成立.

设点 E（x_1，y_1），F（x_2，y_2），则 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{4k^2+3}$，$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{4k^2+3}$．…

因为直线 AE 的方程为：y=$\frac{y_1}{x_1-2}(x-2)$，

直线 AF 的方程为：y=$\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$，…

令 x=3，得 M（3，$\frac{y_1}{x_1-2}$），N（3，$\frac{y_2}{x_2-2}$），

所以点 P 的坐标（3，$\frac{1}{2}(\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2})$）．…

直线 PF_2 的斜率为 $k'=\frac{\frac{1}{2}(\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2})-0}{3-1}$

=$\frac{1}{4}(\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2})$

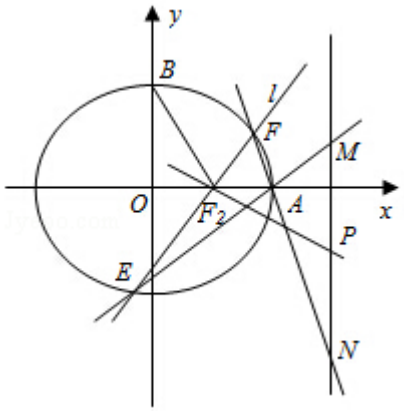
$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{x_1y_2+x_2y_1-2(y_1+y_2)}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{2kx_1x_2-3k(x_1+x_2)+4k}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}\cdots$$

$$=\frac{1}{4}\cdot\frac{2k\cdot\frac{4k^2-12}{4k^2+3}-3k\cdot\frac{8k^2}{4k^2+3}+4k}{\frac{4k^2-12}{4k^2+3}-2\cdot\frac{8k^2}{4k^2+3}+4}$$

$$=-\frac{3}{4k}.$$

所以 k•k′ 为定值 $-\frac{3}{4}$. …



20.【解答】（1）∵对任意 $n\in N^*$，三个数 A（n），B（n），C（n）组成等差数列，

∴B（n）－A（n）=C（n）－B（n），

即 $a_{n+1}-a_1=a_{n+2}-a_2$，亦即 $a_{n+2}-a_{n+1}=a_2-a_1=4$.

故数列$\{a_n\}$是首项为 1，公差为 4 的等差数列，于是 $a_n=1+(n-1)\times4=4n-3$.

（2）证明：（必要性）：若数列$\{a_n\}$是公比为 q 的等比数列，对任意 $n\in N^*$，有 $a_{n+1}=a_nq$. 由 $a_n>0$ 知，A（n），B（n），C（n）均大于 0，于是

$$\frac{B(n)}{A(n)}=\frac{a_2+a_3+\cdots+a_{n+1}}{a_1+a_2+\cdots+a_n}=\frac{q(a_1+a_2+\cdots+a_n)}{a_1+a_2+\cdots+a_n}=q,$$

$$\frac{C(n)}{B(n)}=\frac{a_3+a_4+\cdots+a_{n+2}}{a_2+a_3+\cdots+a_{n+1}}=\frac{q(a_2+a_3+\cdots+a_{n+1})}{a_2+a_3+\cdots+a_{n+1}}=q,$$

即 $\frac{B(n)}{A(n)}=\frac{C(n)}{B(n)}=q$,

∴三个数 A（n），B（n），C（n）组成公比为 q 的等比数列；

（充分性）：若对任意 $n\in N^*$，三个数 A（n），B（n），C（n）组成公比为 q 的等比数列，则

B（n）=qA（n），C（n）=qB（n），

于是C（n）－B（n）=q[B（n）－A（n）]，即$a_{n+2}-a_2=q(a_{n+1}-a_1)$，亦即$a_{n+2}-qa_{n+1}=a_2-qa_1$.

由n=1时，B（1）=qA（1），即$a_2=qa_1$，从而$a_{n+2}-qa_{n+1}=0$.

∵$a_n>0$，

∴$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=\frac{a_2}{a_1}=q$．故数列$\{a_n\}$是首项为$a_1$，公比为q的等比数列.

综上所述，数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列的充分必要条件是：对任意$n\in N^*$，三个数A（n），B（n），C（n）组成公比为q的等比数列.