2014 北京昌平高三二模

数　　学（文）

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1.（5 分）在复平面内，复数 i•（1 - i）对应的点位于（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

2.（5 分）在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=4$，$a_6=12$，则数列$\{a_n\}$的前 10 项的和为（　　）

A．100　B．110　C．120　D．130

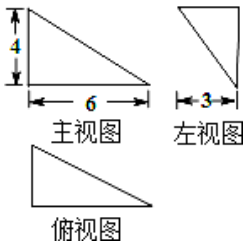
3.（5 分）在△ABC 中，若$\frac{c^2-a^2}{b^2+ab}=1$，则∠C 的大小为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　B．$\frac{\pi}{3}$　C．$\frac{2\pi}{3}$　D．$\frac{5\pi}{6}$

4.（5 分）已知命题 p：$\exists x\in R^+$，使得 $x+\frac{1}{x}<2$；命题 q：$\forall x\in R$，$x^2\geqslant 0$．则下列命题为真命题的是（　　）

A．p∧q B．p∨q C．p∨¬q　D．p∧¬q

5.（5 分）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（　　）



A．12　B．36　C．24　D．72

6.（5 分）下列函数中，对于任意的 x_1，$x_2\in R$，满足条件$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0$（$x_1\neq x_2$）的函数是（　　）

A．$y=\log_2 x$　B．$y=-\frac{1}{x}$　C．$y=2^x$　D．$y=\tan x$

7.（5 分）假设你有一笔资金用于投资，现有三种投资方案供你选择，这三种方案的回报如下：

方案一：每天回报 40 元；

方案二：第一天回报 10 元，以后每天的回报比前一天多回报 10 元；

方案三：第一天回报 0.4 元，以后每天的回报是前一天的两倍.

若投资的时间为 8～10 天，为使投资的回报最多，你会选择哪种方案投资？（　　）

A．方案一　B．方案二　C．方案三　D．都可以

8.（5 分）已知 f（x）=$\begin{cases}\frac{1}{x}-1, & x\geqslant 1\\ \ln x, & 0<x<1\end{cases}$，若 f（x）≤k（x - 1）恒成立，则 k 的取值范围是（　　）

A．（1，+∞）　B．（ - ∞，0]　C．（0，1）　D．[0，1]

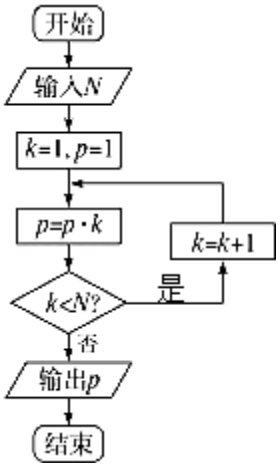
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

9.（5 分）若直线 ax+2y﹣1=0 与直线 2x﹣3y﹣1=0 平行，则 a=_____.

10.（5 分）已知实数 x，y 满足$\begin{cases} x-y+5\geqslant 0 \\ x\leqslant 3 \\ x+y\geqslant 0 \end{cases}$，则目标函数 z=x+2y 的最小值为_____.

11.（5 分）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的焦距为 10，一条渐近线的斜率为$\frac{3}{4}$，则此双曲线的标准方程为_____，焦点到渐近线的距离为_____.

12.（5 分）执行如图所示的程序框图，若输入的 N 是 4，则输出 p 的值是_____.



13.（5 分）已知矩形 ABCD，AB=2，BC=1，在矩形 ABCD 内随机取一点 M，则∠AMB≤90° 的概率为_____.

14.（5 分）在边长为 2 的菱形 ABCD 中，∠BAD=60°，若 P 为 CD 的中点，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BD}$值为_____；若点 E 为 AB 边上的动点，点 F 是 AD 边上的动点，且$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AF}=(1-\lambda)\overrightarrow{AD}$，0≤λ≤1，则$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{BF}$的最大值为_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.（13 分）已知函数 f（x）=cosx（$\sqrt{3}$sinx+cosx），x∈R.

（Ⅰ）求 f（x）的最小正周期及值域；

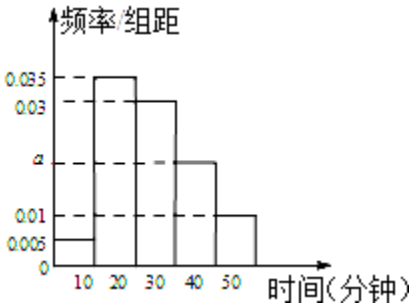
（Ⅱ）求 f（x）单调递增区间.

16.（13 分）某学校为调查高一新生上学路程所需要的时间（单位：分钟），从高一年级新生中随机抽取 100 名新生按上学所需时间分组：第 1 组（0，10]，第 2 组（10，20]，第 3 组（20，30]，第 4 组（30，40]，第 5 组（40，50]，得到的频率分布直方图如图所示.

（Ⅰ）根据图中数据求 a 的值；

（Ⅱ）若从第 3，4，5 组中用分层抽样的方法抽取 6 名新生参与交通安全问卷调查，应从第 3，4，5 组各抽取多少名新生？

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，该校决定从这 6 名新生中随机抽取 2 名新生参加交通安全宣传活动，求第 4 组至少有一名志愿者被抽中的概率.

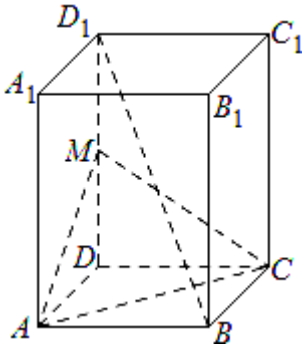


17.（14 分）已知正四棱柱 ABCD－$A_1B_1C_1D_1$ 中，M 是 DD_1 的中点.

（Ⅰ）求证：BD_1 ∥平面 AMC；

（Ⅱ）求证：AC⊥BD_1；

（Ⅲ）在线段 BB_1 上是否存在点 P，当$\frac{BP}{BB_1}$=λ 时，平面 A_1PC_1 ∥平面 AMC？若存在，求出 λ 的值并证明；若不存在，请说明理由.



18.（13 分）已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，公差 d=2，且 $S_5=4a_3+6$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\{\frac{b_n}{a_n}\}$是首项为 1，公比为 c 的等比数列，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

19.（13 分）已知函数 f（x）=$\frac{a}{3}x^3+x^2-2ax-1$，f′（－1）=0.

（Ⅰ）求函数 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）如果对于任意的 x∈[－2，0），都有 f（x）≤bx+3，求 b 的取值范围.

20.（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的焦点为 F_1（－1，0），F_2（1，0），点 P 是椭圆 C 上的一点，PF_1 与 y 轴的交点 Q 恰为 PF_1 的中点，|OQ|=$\frac{3}{4}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）若点 A 为椭圆的右顶点，过焦点 F_1 的直线与椭圆 C 交于不同的两点 M、N，求△AMN 面积的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.）

1.【解答】∵i•（1﹣i）=1+i，∴复数 i•（1﹣i）对应的点的坐标为（1，1），显然位于第一象限，

故选 A.

2.【解答】∵$a_2=4$，$a_6=12$，

由等差数列的通项公式可得，$d=\frac{a_6-a_2}{6-2}=2$

∴$a_1=2$

∴$S_{10}=10\times 2+\frac{10\times 9\times 2}{2}=110$

故选 B

3.【解答】∵$\frac{c^2-a^2}{b^2+ab}=1$，即 $a^2+b^2-c^2=-ab$，

∴$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{-ab}{2ab}=-\frac{1}{2}$，

∵∠C 为三角形的内角，

∴$\angle C=\frac{2\pi}{3}$.

故选：C.

4.【解答】由命题 p 得：

∵$x\in R^+$，

∴$x+\frac{1}{x}\geqslant 2$；

∴命题 p 为假命题；

由命题 q 得：

$\forall x\in R$，$x^2\geqslant 0$.

命题 q 为真命题.

p∨q 为真命题

故选 B.

5.【解答】该几何体是以主视图为底面的三棱锥，

底面面积 $S=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$，

高 h=3，

故体积 $V=\frac{1}{3}\times S\times h=12$.

故选：A

6.【解答】因题目要求是对于任意的 x_1，$x_2\in R$，

选项 A 里的 x 是真数，要求 x＞0，不合题意，

选项 B 里的 x 不能为 0，不合题意，

选项 D 里的 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，也不合题意，

故选：C.

7.【解答】设第 x 天所得回报是 y 元，则方案一可以用函数 y=40（$x\in N_+$）进行描述；

方案二可以用函数 y=10x（$x\in N_+$）进行描述；

方案三可以用函数 $y=0.4\times 2^{x-1}$（$x\in N_+$）进行描述．三个函数，第一个是常数函数，后两个都是递增函数模型．

要对三个方案作出选择，就要对它们的增长情况进行分析．并作出三个函数的图象如图所示．

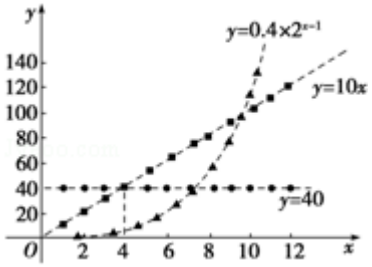
由图可以看出，从每天回报看，在第一天到第三天，方案一最多，在第四天，方案一、二一样多，方案三最少，在第五天到第八天，方案二最多，第九天开始，方案三比其他两个方案所得回报多得多，经验证到第三十天，所得回报已超过 2 亿元，

∴若是短期投资可选择方案一或方案二，长期的投资则选择方案三.

∵因为投资的时间为 8～10 天，

∴方案二的回报最多.

故选 B.



8.【解答】由 f（x）的解析式画出其图象，如右图所示，

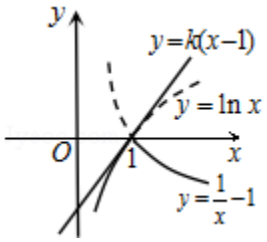
设曲线 y=lnx（x＞0）在点（1，0）处的切线的斜率为 k_0，

由直线 y=k（x－1）的位置变化知，若 f（x）≤k（x－1）恒成立，则 $0\leq k\leq k_0$，

又由$y'=(\ln x)'=\frac{1}{x}$，得 $k_0=1$，

所以 $0\leqslant k\leqslant 1$.

故选 D.



二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

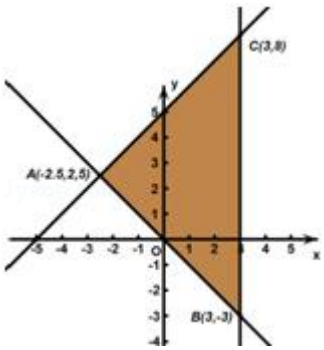
9.【解答】由于直线 ax+2y - 1=0 与直线 2x - 3y - 1=0 平行，

可得 $\frac{a}{2}=\frac{2}{-3}\neq\frac{-1}{-1}$，解得 $a=-\frac{4}{3}$，

故答案为：$-\frac{4}{3}$.

10.【解答】不等式组$\begin{cases}x-y+5\geqslant 0\\ x\leqslant 3\\ x+y\geqslant 0\end{cases}$所表示的平面区域，如图所示．显然目标函数在点 B（3，- 3）处取得最小值 - 3.

故答案为：- 3



11.【解答】由题意，2c=10，$\frac{b}{a}=\frac{3}{4}$，

∴a=4，b=3，c=5，

∴双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$，

焦点（5，0）到渐近线 3x+4y=0 的距离为$\frac{15}{\sqrt{3^2+4^2}}$=3.

故答案为：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$，3.

12.【解答】由程序框图知；第一次循环 k=1，p=1•1=1；

第二次循环 k=2，p=1•2=2；

第三次循环 k=3，p=2•3=6；

第四次循环 k=4，p=4•6=24.

不满足条件 k＜4，跳出循环体，输出 p=24.

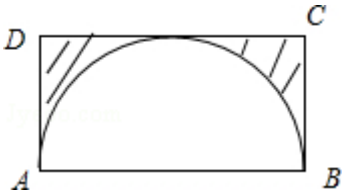
故答案为：24.

13.【解答】以 AB 为直径圆外的区域为满足∠AMB≤90° 的区域，半圆的面积为$\frac{1}{2}\pi\times1^2=\frac{\pi}{2}$；

四边形 ABCD 的面积为 2.

∴满足∠AMB≤90° 的概率为 1 - $\frac{\frac{\pi}{2}}{2}$=1 - $\frac{\pi}{4}$.

故答案为：1 - $\frac{\pi}{4}$.



14.【解答】如图所示，

（1）∵边长为 2 的菱形 ABCD 中，∠BAD=60° ，P 为 CD 的中点，

∴A $(-\sqrt{3},\ 0)$，B（0，1），C $(\sqrt{3},\ 0)$，D（0，－1），P $(\frac{\sqrt{3}}{2},\ -\frac{1}{2})$.

∴$\overrightarrow{AP}=(\frac{3\sqrt{3}}{2},\ -\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{BD}$=（0，－2）.

∴$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BD}=0-\frac{1}{2}\times(-2)=1$.

（2）$\overrightarrow{AB}=(\sqrt{3},\ 1)$，$\overrightarrow{AD}=(\sqrt{3},\ -1)$.

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=(\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3},\ \lambda+1)$，（0≤λ≤1）.

$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AB}=(1-\lambda)\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{3}\lambda,\ \lambda-2)$.

$\therefore \overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{BF}=-\sqrt{3}\lambda(\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3})+(\lambda+1)(\lambda-2)$

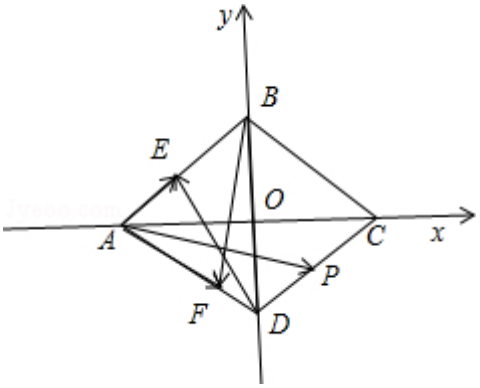
$=-2\lambda^2+2\lambda-2$

$=-2(\lambda-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{2}$,

$\because 0\leqslant\lambda\leqslant 1$,

$\therefore$当 $\lambda=\frac{1}{2}$时，$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{BF}$的最大值为 $-\frac{3}{2}$.

故答案为：1，$-\frac{3}{2}$.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

15.【解答】（Ⅰ） 因为 f（x）=cosx（$\sqrt{3}$sinx+cosx）

$=\sqrt{3}$sinxcosx+$\cos^2$x

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$sin2x+$\frac{1}{2}$cos2x+$\frac{1}{2}$

=sin（2x+$\frac{\pi}{6}$）+$\frac{1}{2}$,

$\therefore T=\frac{2\pi}{2}=\pi$,

$\therefore$f（x）的最小正周期 π

因为 x∈R,

所以 $-\frac{1}{2}\leqslant$sin（2x+$\frac{\pi}{6}$）+$\frac{1}{2}\leqslant\frac{3}{2}$.

所以 f（x）的值域为[$-\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$].

（Ⅱ） 因为 $-\frac{\pi}{2}$+2kπ≤2x+$\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}$+2kπ，（k∈z），

所以 $-\frac{2\pi}{3}$+2kπ$\leqslant 2x\leqslant\frac{\pi}{3}$+2kπ.

所以 $-\frac{\pi}{3}$+kπ$\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}$+kπ.

所以函数 f（x 的单调递增区间为[$-\frac{\pi}{3}$+kπ，$\frac{\pi}{6}$+kπ]，k∈z

16.【解答】（Ⅰ）∵（0.005+0.01+a+0.03+0.035）×10=1，…（1 分）

所以 a=0.02．…（2 分）

（Ⅱ）依题意可知，

第 3 组的人数为 0.3×100=30，

第 4 组的人数为 0.2×100=20，

第 5 组的人数为 0.1×100=10．

所以 3、4、5 组人数共有 60．…（3 分）

所以利用分层抽样的方法在 60 名学生中抽取 6 名新生，分层抽样的抽样比为$\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$．…（4 分）

所以在第 3 组抽取的人数为 3 人，

在第 4 组抽取的人数为 2 人，

在第 5 组抽取的人数为 1 人，…（7 分）

（Ⅲ）记第 3 组的 3 名新生为 A，B，C，第 4 组的 2 名新生为 a，b，第 5 组的 1 名新生为 1．

则从 6 名新生中抽取 2 名新生，共有：

（A，B），（A，C），（A，a），（A，b），（A，1），

（B，C），（B，a），（B，b），（B，1），（C，a），

（C，b），（C，1），（a，b），（a，1），（b，1），共有 15 种．…（9 分）

其中第 4 组的 2 名新生 a，b 至少有一名新生被抽中的有：

（A，a），（A，b），（B，a），（B，b），（C，a），

（C，b），（a，b），（a，1），（b，1），共有 9 种，…（11 分）

则第 4 组至少有一名新生被抽中的概率 P=$\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$　　…（13 分）

17.【解答】（Ⅰ）证明：在正四棱柱 ABCD－$A_1B_1C_1D_1$ 中，连结 BD 交 AC 于 N，连结 MN．

因为 ABCD 为正方形，所以 N 为 BD 中点．…（1 分）

在△DBD_1 中，因为 M 为 DD_1 中点，

所以 BD_1∥MN．…（2 分）

因为 MN⊂平面 AMC，BD_1 不包含于平面 AMC，…（4 分）

所以 BD_1∥平面 AMC．…（5 分）

（Ⅱ）证明因为 ABCD 为正方形，

所以 AC⊥BD．…（6 分）

因为 DD_1⊥平面 ABCD，

所以 DD_1⊥AC．…（7 分）

因为 $DD_1 \cap BD=D$，…（8 分）

所以 $AC \perp$ 平面 BDD_1．…（9 分）

因为 $BD_1 \subset$ 平面 BDD_1，

所以 $AC \perp BD_1$．…（10 分）

（Ⅲ）解：当 $\lambda=\frac{1}{2}$，即点 P 为线段 BB_1 的中点时，平面 $A_1PC_1 /\!/$ 平面 AMC．…（11 分）

因为 $AA_1 /\!/ CC_1$，且 $AA_1=CC_1$，

所以四边形 AA_1C_1C 是平行四边形．

所以 $AC /\!/ A_1C_1$．…（12 分）

取 CC_1 的中点 Q，连结 MQ，QB．

因为 M 为 DD_1 中点，

所以 $MQ /\!/ AB$，且 $MQ=AB$，

所以四边形 ABQM 是平行四边形．

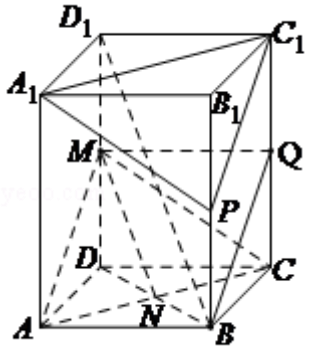
所以 $BQ /\!/ AM$．…（13 分）

同理 $BQ /\!/ C_1P$．

所以 $AM /\!/ C_1P$．

因为 $A_1C_1 \cap C_1P=C_1$，$AC \cap AM=A$，

所以平面 $A_1PC_1 /\!/$ 平面 AMC．…（14 分）



18.【解答】（Ⅰ）因为公差 d=2，且 $S_5=4a_3+6$，

所以 $5a_1+\frac{5\times4}{2}\times2=4[a_1+(3-1)\times2]+6$．…（2 分）

解得 $a_1=2$．…（4 分）

所以等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n$．…（5 分）

（Ⅱ）因为数列 $\{\frac{b_n}{a_n}\}$ 是首项为 1，公比为 c 的等比数列，

所以 $\frac{b_n}{a_n}=c^{n-1}$．…（6 分）

所以$b_n=a_n\cdot c^{n-1}=2n\cdot c^{n-1}$．…（7 分）

（1）当 c﹣1 时，$b_n=2n$．…（8 分）

所以$T_n=\frac{n(2+2n)}{2}=n（n+1）=n^2+n$．…（9 分）

（2）当 c≠1 时，$T_n=2\cdot c^0+4\cdot c+6\cdot c^2+\cdots+2(n-1)\cdot c^{n-2}+2n\cdot c^{n-1}$，①…（9 分）

$cT_n=2c+4c^2+6c^3+\cdots+2(n-1)\cdot c^{n-1}+2n\cdot c^n$，②…（10 分）

①﹣②得$(1-c)T_n=2c^0+2c^1+2c^2+\cdots+2c^{n-1}-2n\cdot c^n$ …（11 分）

$=\frac{2(1-c^n)}{1-c}-2n\cdot c^n$，…（12 分）

$\therefore T_n=\frac{2(1-c^n)}{(1-c)^2}-\frac{2nc^n}{1-c}$．…（13 分）

19.【解答】（Ⅰ）∵$f'（x）=ax^2+2x-2a$，且 $f'（-1）=0$，

∴a=﹣2，

∴$f'（x）=-2x^2+2x+4=-2（x+1）（x-2）$．

令 $f'（x）=0$，解得 $x_1=-1$，$x_2=2$，

随着 x 的变化，$f'（x）$和 f（x）的变化情况如下：

x	（﹣∞，﹣1）	﹣1	（﹣1，2）	2	（2，+∞）
$f'（x）$	﹣	0	+	0	﹣
f（x）	↘		↗		↘

即 f（x）在（﹣∞，﹣1）和（2，+∞）上单调递减，在（﹣1，2）上单调递增，

（Ⅱ） 因为对于任意的 x∈[﹣2，0)，都有 f（x）≤bx+3，

即 $bx+3\geq-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x-1$，

$\therefore b\leq-\frac{2}{3}x^2+x+4-\frac{4}{x}$，

设 $h（x）=-\frac{2}{3}x^2+x+4-\frac{4}{x}$，

$\therefore h'（x）=-\frac{4}{3}x+1+\frac{4}{x^2}$，

又∵x∈[﹣2,))，

$\therefore -\frac{4}{3}x>0$，$\frac{4}{x^2}>0$，

∴$h'（x）>0$，

∴h（x）在[﹣2，0）上单调递增，

∴h（x）$_{min}$=h（－2）=$\frac{4}{3}$，

∴b≤$\frac{4}{3}$.

20.【解答】（I）因为Q为PF_1的中点，O为F_1F_2的中点，|OQ|=$\frac{3}{4}$，

所以PF_2∥OQ，且$|PF_2|=2|OQ|=\frac{3}{2}$.

所以$PF_2\perp F_1F_2$.

因为F_1（－1，0），F_2（1，0），所以$|PF_1|=\sqrt{|F_1F_2|^2+|PF_2|^2}=\frac{5}{2}$. c=1，

因为$2a=|PF_1|+|PF_2|=\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=4$，

所以a=2，$b^2=4-1=3$.

所以椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（Ⅱ）设过点F_1（－1，0）的直线l的斜率为k，显然k≠0.

（1）当k不存在时，直线l的方程为x=－1，所以|MN|=3.

因为A（2，0），所以$S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}|MN||AF_1|=\frac{9}{2}$.

（2）当k存在时，设直线l的方程为y=k（x+1）.

由$\begin{cases}y=k(x+1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，消y并整理得：

$（3+4k^2）x^2+8k^2x+4k^2-12=0$.

设M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），则$x_1+x_2=\frac{-8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$.

因为$|MN|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(1+k^2)[(x_1^2+x_2^2)-4x_1x_2]}$

$=\sqrt{(1+k^2)[\frac{64k^4}{(3+4k^2)^2}-\frac{4(4k^2-12)}{3+4k^2}]}$

$=\frac{12(k^2+1)}{3+4k^2}$，

又因为点A（2，0）到直线y=k（x+1）的距离$d=\frac{|3k|}{\sqrt{k^2+1}}$，

所以$S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}\cdot d\cdot|MN|=\frac{1}{2}\cdot\frac{12(k^2+1)}{3+4k^2}\cdot\frac{|3k|}{\sqrt{k^2+1}}$

$=18\cdot\frac{|k|\sqrt{k^2+1}}{3+4k^2}=18\sqrt{\frac{k^2(k^2+1)}{(3+4k^2)^2}}$

$=18\sqrt{\frac{k^4+k^2}{9+24k^2+16k^4}}=18\sqrt{\frac{1+\frac{1}{k^2}}{\frac{9}{k^4}+\frac{24}{k^2}+16}}$,

设 $m=\frac{1}{k^2}$，则

$S_{\triangle AMN}=18\sqrt{\frac{1+m}{9m^2+24m+16}}$

$=18\sqrt{\frac{1}{\frac{9m^2+24m+16}{m+1}}}$

$=18\sqrt{\frac{1}{\frac{9(m+1)^2+6(m+1)+1}{m+1}}}$

$=18\sqrt{\frac{1}{9(m+1)+\frac{1}{m+1}+6}}$.

因为 $m>0$，所以 $m+1>1$.

因为函数 $f(x)=9x+\frac{1}{x}$在$(\frac{1}{3},+\infty)$上单调递增，

所以 $9(m+1)+\frac{1}{m+1}>10$.

所以 $9(m+1)+\frac{1}{m+1}+6>16$.

所以$\frac{1}{9(m+1)+\frac{1}{m+1}+6}<\frac{1}{16}$.

所以$\sqrt{\frac{1}{9(m+1)+\frac{1}{m+1}+6}}<\frac{1}{4}$.

所以 $18\sqrt{\frac{1}{9(m+1)+\frac{1}{m+1}+6}}<\frac{9}{2}$

所以 $0<S_{\triangle AMN}<\frac{9}{2}$.

综合（1）（2）可知 $0<S_{\triangle AMN}\leq\frac{9}{2}$.

∴△AMN 面积的取值范围是$(0,\frac{9}{2}]$.