2013 北京顺义高三二模

数　　学（理）

一、选择题. 共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题所列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.（5 分）已知集合 A={x∈R|－3＜x＜2}，B={x∈R|x^2－4x+3≥0}，则 A∩B=（　　）

A.（－3，1] B.（－3，1）　　C.［1，2）　D.（－∞，2）∪［3，+∞）

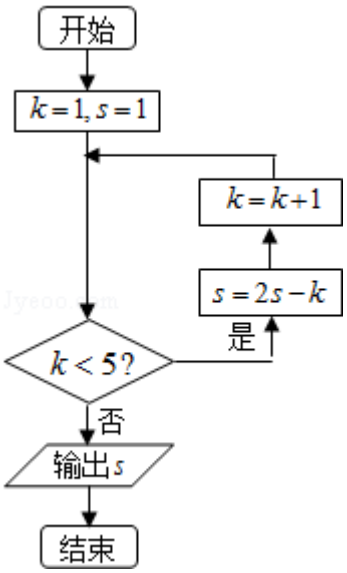
2.（5 分）复数$\frac{3-2i}{1+i}$=（　　）

A. $\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$　B. $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$　C. $-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$　D. $-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$

3.（5 分）在极坐标系中，直线 l 的方程为$\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则点$A(2,\ \frac{3\pi}{4})$到直线 l 的距离为（　　）

A. $\sqrt{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $2-\frac{\sqrt{2}}{2}$　D. $2+\frac{\sqrt{2}}{2}$

4.（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为（　　）



A. －10　B. －3　C. 4　　D. 5

5.（5 分）已知数列{a_n}中，a_n=－4n+5，等比数列{b_n}的公比 q 满足 q=a_n－a_{n-1}（n≥2），且 b_1=a_2，则|b_1|+|b_2|+…+|b_n|=（　　）

A. 1－4^n　B. 4^n－1　C. $\frac{1-4^n}{3}$　D. $\frac{4^n-1}{3}$

6.（5 分）设变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+2y\geqslant 2\\2x+y\leqslant 4\\4x-y\geqslant -1\end{cases}$，则$2^{3x-y}$的取值范围是（　　）

A. $[\frac{\sqrt{2}}{4},\ \frac{1}{2}]$　B. $[\frac{1}{2},\ 64]$　　C. $[\frac{\sqrt{2}}{4},\ 64]$　D. $[\frac{1}{64},\ 2\sqrt{2}]$

7.（5 分）已知正三角形 ABC 的边长为 1，点 P 是 AB 边上的动点，点 Q 是 AC 边上的动点，且

$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，$\lambda\in R$，则$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$的最大值为（　　）

A. $\frac{3}{2}$　B. $-\frac{3}{2}$　C. $\frac{3}{8}$　D. $-\frac{3}{8}$

8.（5 分）设 m，n∈R，若直线 l：mx+ny－1=0 与 x 轴相交于点 A，与 y 轴相交于点 B，且坐标原点 O 到直线 l 的距离为$\sqrt{3}$，则△AOB 的面积 S 的最小值为（　　）

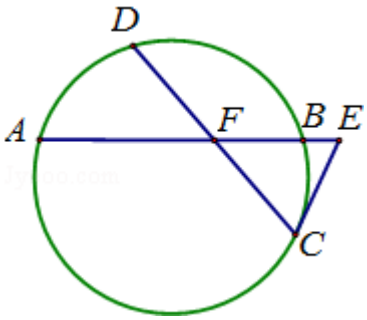
A. $\frac{1}{2}$　B. 2　C. 3　D. 4

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分.把答案填在题中的横线上）

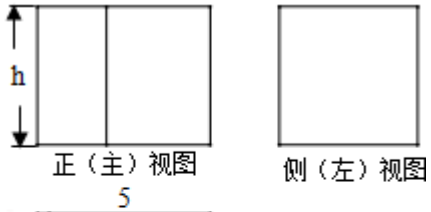
9.（5 分）$(x-\frac{1}{x})^9$的展开式中含 x^5 的项的系数为_____（用数字作答）.

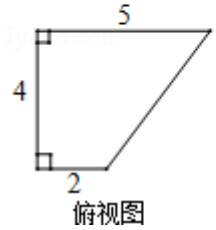
10.（5 分）设△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且$\cos A=\frac{1}{3}$，$\angle B=\frac{\pi}{4}$，$b=5$，则 sinC=_____，△ABC 的面积 S=_____.

11.（5 分）如图，已知圆中两条弦 AB 与 CD 相交于点 F，E 是 AB 延长线上的点，且 DF=CF=$\sqrt{2}$，AF=2BF，若 CE 与圆相切，且 CE=$\frac{\sqrt{7}}{2}$，则 BE=_____.



12.（5 分）一个几何体的三视图如图所示，若该几何体的表面积为 92m^2，则 h=_____m.





13.（5 分）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的离心率为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$，顶点与椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$的焦点相同，那么该双曲线的焦点坐标为_____，渐近线方程为_____.

14.（5 分）设定义在 R 上的函数 f（x）是最小正周期为 2π 的偶函数，f′（x）是 f（x）的导函数．当 x∈[0，π]时，0＜f（x）＜1；当 x∈（0，π）且$x\neq\frac{\pi}{2}$时，$(x-\frac{\pi}{2})f'(x)<0$．则函数 y=f（x）－cosx 在[－3π，3π]上的零点个数为_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15.（13 分）已知函数$f(x)=\frac{(\sqrt{3}\cos x-\sin x)\sin 2x}{2\cos x}+\frac{1}{2}$.

（Ⅰ）求$f(\frac{\pi}{3})$的值；

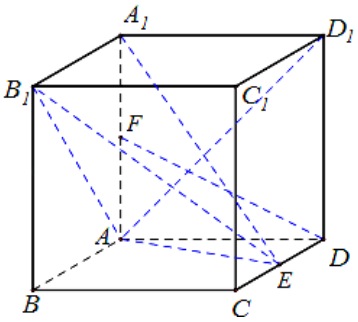
（Ⅱ）求函数 f（x）的最小正周期及单调递减区间.

16.（14 分）如图，在长方体 ABCD－$A_1B_1C_1D_1$中，AA_1=AD=1，E 为 CD 的中点，F 为AA_1的中点.

（Ⅰ）求证：AD_1⊥平面A_1B_1E；

（II）求证：DF∥平面AB_1E；

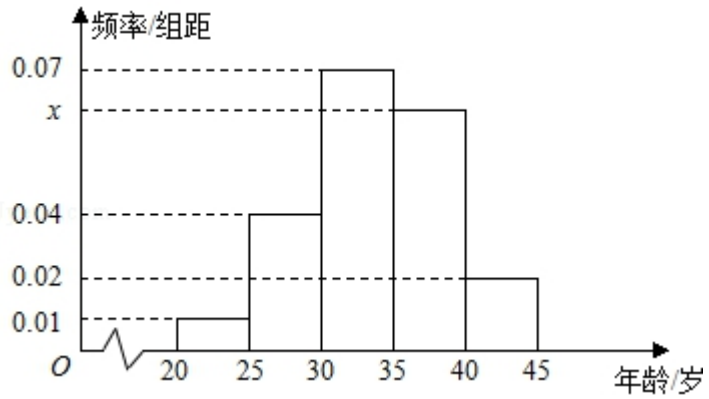
（III）若二面角 A－B_1E－A_1的大小为 45°，求 AB 的长.



17.（13 分）为增强市民的节能环保意识，某市面向全市征召义务宣传志愿者. 从符合条件的 500 名志愿者中随机抽取 100 名志愿者，其年龄频率分布直方图如图所示，其中年龄分组区间是：[20，25），[25，30），[30，35），[35，40），[40，45].

（Ⅰ）求图中 x 的值并根据频率分布直方图估计这 500 名志愿者中年龄在[35，40）岁的人数；

（Ⅱ）在抽出的 100 名志愿者中按年龄采用分层抽样的方法抽取 20 名参加中心广场的宣传活动，再从这 20 名中采用简单随机抽样方法选取 3 名志愿者担任主要负责人. 记这 3 名志愿者中“年龄低于 35 岁”的人数为 X，求 X 的分布列及数学期望.



18.（13 分）已知函数$f(x)=\frac{e^x}{1+ax^2}$，其中 a 为正实数，e=2.718….

（Ⅰ）若$x=\frac{1}{2}$是 y=f（x）的一个极值点，求 a 的值；

（II）求 f（x）的单调区间.

19.（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点分别为 F_1，F_2，且$|F_1F_2|=2$，点 P 在椭圆上，且$\triangle PF_1F_2$的周长为 6.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）若点 P 的坐标为（2，1），不过原点 O 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A，B 两点，设线段 AB 的中点为 M，点 P 到直线 l 的距离为 d，且 M，O，P 三点共线．求$\frac{12}{13}|AB|^2+\frac{13}{16}d^2$的最大值．

20.（13 分）已知函数 f（x）=$2ae^x$+1，g（x）=lnx﹣lna+1﹣ln2，其中 a 为常数，e=2.718…，函数 y=f（x）的图象与坐标轴交点处的切线为 l_1，函数 y=g（x）的图象与直线 y=1 交点处的切线为 l_2，且 $l_1 // l_2$.

（Ⅰ）若对任意的 x∈[1，5]，不等式$x-m>\sqrt{x}f(x)-\sqrt{x}$成立，求实数 m 的取值范围．

（Ⅱ）对于函数 y=f（x）和 y=g（x）公共定义域内的任意实数 x．我们把|f（x_0）﹣g（x_0）|的值称为两函数在 x_0 处的偏差．求证：函数 y=f（x）和 y=g（x）在其公共定义域的所有偏差都大于 2.

参考答案

一、选择题.共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题所列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.【解答】由 $x^2-4x+3\geqslant 0$，得：$x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 3$.

所以 $B=\{x\in R|x^2-4x+3\geqslant 0\}=\{x\in R|x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 3\}$，

又 $A=\{x\in R|-3<x<2\}$，

所以 $A\cap B=\{x\in R|-3<x<2\}\cap\{x\in R|x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 3\}=\{x|-3<x\leqslant 1\}$.

故选 A.

2.【解答】$\frac{3-2i}{1+i}=\frac{(3-2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-5i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$.

故选 B.

3.【解答】点$A(2,\ \frac{3\pi}{4})$的直角坐标为（$-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$），

直线：l：$\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 即 $\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=1$，化为直角坐标方程为 $x+y-1=0$.

由点到直线的距离公式得 $d=\frac{|-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

故选 B.

4.【解答】按照程序框图依次执行为 k=1，S=1；

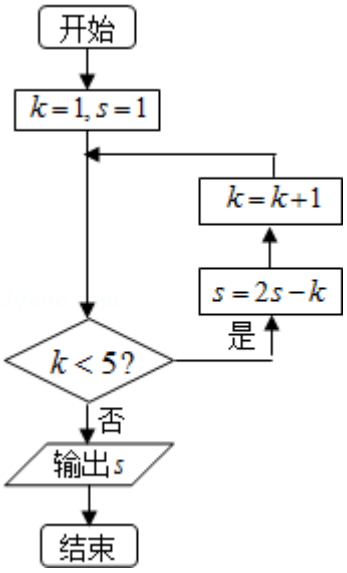
$S=2\times 1-1=1$，k=2；

$S=2\times 1-2=0$，k=3；

$S=2\times 0-3=-3$，k=4；

$S=2\times(-3)-4=-10$，$k=4\geqslant 5$，退出循环，输出 $S=-10$.

故选 A.



5.【解答】$q=a_n-a_{n-1}=(-4n+5)-[-4(n-1)+5]=-4$，$b_1=a_2=-4\times2+5=-3$，

所以$b_n=b_1\cdot q^{n-1}=-3\cdot(-4)^{n-1}$，$|b_n|=|-3\cdot(-4)^{n-1}|=3\cdot4^{n-1}$，

所以$|b_1|+|b_2|+\cdots+|b_n|=3+3\cdot4+3\cdot4^2+\cdots+3\cdot4^{n-1}=3\cdot\frac{1-4^n}{1-4}=4^n-1$，

故选 B.

6.【解答】∵变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+2y\geqslant2\\2x+y\leqslant4\\4x-y\geqslant-1\end{cases}$，

设目标函数为：$z=3x-y$，

直线 $4x-y+1=0$ 与 $x+2y-2=0$ 交于点 A（0，1），

直线 $2x+y-4=0$ 与 $x+2y-2=0$ 交于点 C（2，0），

直线 $4x-y+1=0$ 与 $2x+y-4=0$ 交于点 B（$\frac{1}{2}$，3），

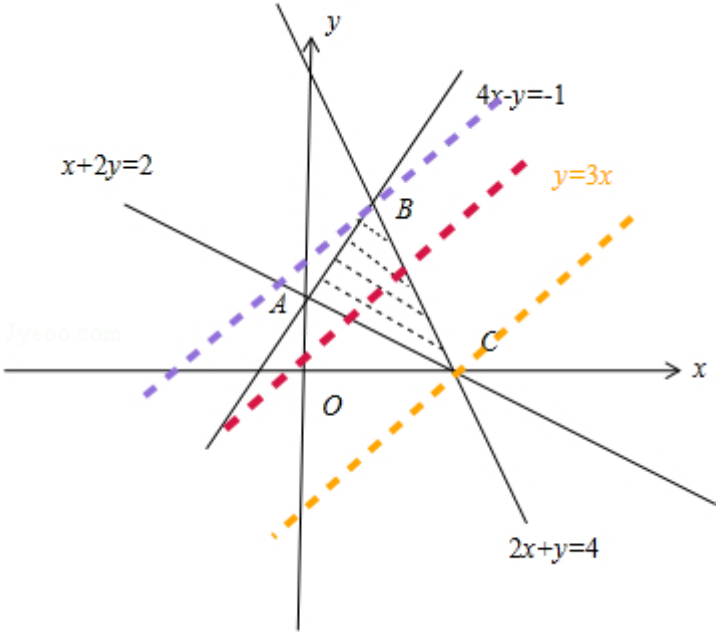
分析可知 z 在点 B 处取得最小值，$z_{min}=3\times\frac{1}{2}-1=-\frac{3}{2}$，

z 在点 C 处取得最大值，$z_{max}=3\times2-0=6$，

$\therefore-\frac{3}{2}\leqslant3x-y\leqslant6$，

$\therefore\frac{\sqrt{2}}{4}\leqslant2^{3x-y}\leqslant64$.

故选：C.



7.【解答】如图所示，

$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AQ})\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AP})$

$=[\overrightarrow{BA}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}]\cdot(\overrightarrow{CA}+\lambda\overrightarrow{AB})$

$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AB}^2+(\lambda-1)\overrightarrow{AC}^2+\lambda(1-\lambda)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

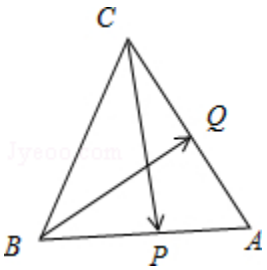
$=(\lambda-\lambda^2+1)\times1\times1\times\cos60°-\lambda+\lambda-1$

$=\frac{1}{2}(-\lambda^2+\lambda)-\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}(\lambda-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{8}$，$(0\leqslant\lambda\leqslant1)$.

当 $\lambda=\frac{1}{2}$时，则$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$的最大值为 $-\frac{3}{8}$.

故选 D.



8.【解答】由坐标原点 0 到直线 1 的距离为$\sqrt{3}$，可得$\frac{|-1|}{\sqrt{m^2+n^2}}=\sqrt{3}$,

化简可得 $m^2+n^2=\frac{1}{3}$,

令 x=0，可得 y=$\frac{1}{n}$，令 y=0，可得 x=$\frac{1}{m}$，

故△AOB 的面积 S=$\frac{1}{2}\cdot|\frac{1}{m}||\frac{1}{n}|=\frac{1}{2|mn|}\geqslant\frac{1}{m^2+n^2}=3$，

当且仅当|m|=|n|=$\frac{\sqrt{6}}{6}$时，取等号，

故选 C

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分.把答案填在题中的横线上）

9.【解答】由题意可得，$(x-\frac{1}{x})^9$的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_9^r x^{9-r}(-\frac{1}{x})^r=(-1)^r C_9^r x^{9-2r}$

令 9 - 2r=5 可得 r=2

即展开式中含 x^5的项的系数为$C_9^2=36$

故答案为：36

10.【解答】△ABC 中，由 cosA=$\frac{1}{3}$，可得 sinA=$\frac{2\sqrt{2}}{3}$. 由正弦定理可得 $\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}$，

即 $\frac{a}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\frac{5}{\sin\frac{\pi}{4}}$，解得 a=$\frac{20}{3}$.

再由余弦定理可得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot cosA$，即 $\frac{400}{9}=25+c^2-10c\cdot\frac{1}{3}$，解得 c=$\frac{5+10\sqrt{2}}{3}$.

再由正弦定理可得 $\frac{c}{sinC}=\frac{a}{sinA}$，即 $\frac{\frac{5+10\sqrt{2}}{3}}{sinC}=\frac{\frac{20}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$，解得 sinC=$\frac{4+\sqrt{2}}{6}$.

故△ABC 的面积 S=$\frac{1}{2}ab\cdot sinC=\frac{1}{2}\times\frac{20}{3}\times5\times\frac{4+\sqrt{2}}{6}=\frac{100+25\sqrt{2}}{9}$，

故答案为 $\frac{4+\sqrt{2}}{6}$，$\frac{100+25\sqrt{2}}{9}$.

11.【解答】由相交弦定理得 BF•AF=DF•FC，

∵DF=CF=$\sqrt{2}$，AF=2BF，

∴$2BF^2=(\sqrt{2})^2$，解得 BF=1，∴AF=2.

∵CE 与圆相切，

∴由切割线定理可得 $CE^2=BE\cdot EA$，

∴$(\frac{\sqrt{7}}{2})^2=BE\cdot(BE+1+2)$，∵BE＞0，解得 BE=$\frac{1}{2}$.

故答案为$\frac{1}{2}$.

12.【解答】由题可知，三视图复原的几何体是一个底面是直角梯形的四棱柱，

几何体的表面积是：两个底面积与侧面积的和，

所以：$2\times\frac{2+5}{2}\times 4+(2+4+5+\sqrt{3^2+4^2})\times h=92$，

解得 h=4.

故答案为：4.

13.【解答】∵椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$的焦点为（$\pm\sqrt{3}$，0）

∴双曲线的顶点为（$\pm\sqrt{3}$，0），离心率为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

∴a=$\sqrt{3}$，$\frac{c}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

∴c=$2\sqrt{2}$，∴b=$\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{5}$

∴该双曲线的焦点坐标为 $(\pm 2\sqrt{2},\ 0)$，渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}x$.

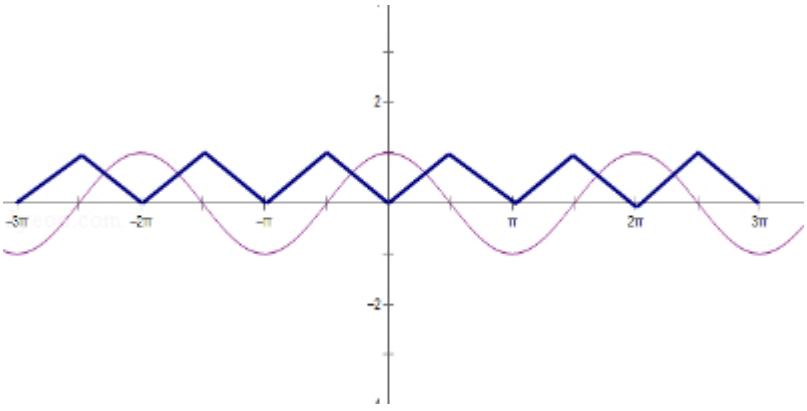
故答案为：$(\pm 2\sqrt{2},\ 0)$，$y=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}x$.

14.【解答】∵x∈（0，π） 且 x≠$\frac{\pi}{2}$时，（x－$\frac{\pi}{2}$）f′（x）＜0

∴x∈（0，$\frac{\pi}{2}$），函数单调增，x∈（ $\frac{\pi}{2}$，π），函数单调减.

∵x∈[0，π]时，0＜f（x）＜1，

在 R 上的函数 f（x）是最小正周期为 2π 的偶函数，在同一坐标系中作出 y=cosx 和 y=f（x）草图如下，



由图知 y=f（x）－cosx 在[－3π，3π]上的零点个数为 6 个.

故答案为：6.

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 80 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15.【解答】（I）由函数的解析式可得 $f(\frac{\pi}{3})=\frac{(\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3})\sin(2\times\frac{\pi}{3})}{2\cos\frac{\pi}{3}}+\frac{1}{2}$

$=\frac{(\sqrt{3}\times\frac{1}{2}-\sqrt{3})\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\times\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. …（4 分）

（II）∵cosx≠0，得 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，（k∈z ）

故 f（x）的定义域为$\{x|x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，（k∈z ）$\}$.

因为 $f(x)=\frac{(\sqrt{3}\cos x-\sin x)\sin 2x}{2\cos x}+\frac{1}{2}=\sin x(\sqrt{3}\cos x-\sin x)+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\sin^2 x+\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

所以 f（x）的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z，

得 $k\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{2\pi}{3}$，$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z，

所以，f（x）的单调递减区间为 $(k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{2})$，$(k\pi+\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{2\pi}{3})$，k∈z. …（13 分）

16.【解答】（I）证明：在长方体体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

∵$A_1B_1\perp$平面 A_1ADD_1，

∴$A_1B_1\perp AD_1$.

∵$AA_1=AD$，

∴四边形 ADD_1A_1 为正方形，

∴$A_1D\perp AD_1$，

又 $A_1B_1\cap A_1D=A_1$，

∴$AD_1\perp$平面 A_1B_1D.

又 $A_1B_1\parallel CD$，

∴四边形 A_1B_1CD 为平行四边形.

又 E 在 CD 上，

∴$AD_1\perp$平面 A_1B_1E；

（II）取 AB_1 的中点为 N，连接 NF.

∵F 为 AA_1 的中点，∴ $NF\parallel\frac{1}{2}A_1B_1$，

∵E 为 CD 的中点，∴ $DE=\frac{1}{2}CD$，

而 $CD \parallel A_1B_1$，

∴ $NF \parallel DE$，

因此四边形 NEDF 为平行四边形，

∴DF∥NE，而 NE⊂平面 AB_1E，DF⊄平面 AB_1E.

∴DF∥平面 AB_1E.

（III）如图，以 A 为坐标原点，建立空间直角坐标系 A－xyz，设 AB=a，

则 A（0，0，0），D（0，1，0），D_1（0，1，1），E $(\frac{a}{2}, 1, 0)$，B_1（a，0，1）.

则 $\overrightarrow{AD_1}=(0, 1, 1)$，$\overrightarrow{AB_1}=(a, 0, 1)$，$\overrightarrow{AE}=(\frac{a}{2}, 1, 0)$.

由（I）可知 AD_1⊥平面 A_1B_1E，

∴ $\overrightarrow{AD_1}$是平面 A_1B_1E 的一个法向量.

设平面 AB_1E 的一个法向量为 $\vec{n}=(x, y, z)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}ax+z=0\\ \frac{a}{2}x+y=0\end{cases}$.

令 x=1，则 $y=-\frac{a}{2}$，z=－a，

∴ $\vec{n}=(1, -\frac{a}{2}, -a)$.

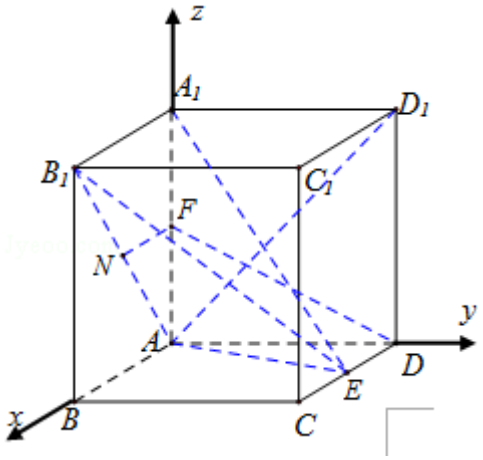
∴ $|\cos<\vec{n}, \overrightarrow{AD_1}>|=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{AD_1}|}{|\vec{n}|\ |\overrightarrow{AD_1}|}=\frac{|-\frac{a}{2}-a|}{\sqrt{2}\times\sqrt{1+\frac{a^2}{4}+a^2}}$.

因为二面角 A－B_1E－A_1 的大小为 45°，

∴ $\frac{\frac{3a}{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{1+\frac{5a^2}{4}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

解得 a=1，

即 AB 的长为 1.



17.【解答】（I）∵小矩形的面积等于频率，而频率之和等于 1.

∴（0.07+x+0.04+0.02+0.01）×5=1，

解得 x=0.06.

500 名志愿者中，年龄在[35，40）岁的人数为 0.06×5×500=150（人）.

（II）用分层抽样的方法，从 100 名志愿者中选取 20 名，

则其中年龄“低于 35 岁”的人有 12 名，

“年龄不低于 35 岁”的人有 8 名.

故 X 的可能取值为 0，1，2，3，$P(X=0)=\frac{C_8^3}{C_{20}^3}=\frac{14}{285}$，$P(X=1)=\frac{C_{12}^1C_8^2}{C_{20}^3}=\frac{28}{95}$，$P(X=2)=\frac{C_{12}^2C_8^1}{C_{20}^3}\frac{44}{95}$，$P(X=3)=\frac{C_{12}^3}{C_{20}^3}=\frac{11}{57}$.

故 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{14}{285}$	$\frac{28}{95}$	$\frac{44}{95}$	$\frac{11}{57}$

∴$EX=0\times\frac{14}{285}+1\times\frac{28}{95}+2\times\frac{44}{95}+3\times\frac{11}{57}=\frac{171}{95}=\frac{9}{5}$.

18.【解答】$f'(x)=\frac{(ax^2-2ax+1)e^x}{(1+ax^2)^2}$.

（I）因为 $x=\frac{1}{2}$是函数 y=f（x）的一个极值点，

所以 $f'(\frac{1}{2})=0$，

因此$\frac{1}{4}a-a+1=0$，

解得 $a=\frac{4}{3}$.

经检验，当 $a=\frac{4}{3}$时，$x=\frac{1}{2}$是 y=f（x）的一个极值点，故所求 a 的值为$\frac{4}{3}$. …（4 分）

（II）f′（x）=$\frac{(ax^2-2ax+1)e^x}{(1+ax^2)^2}$（a＞0），

令 f′（x）=0 得 $ax^2-2ax+1=0$…①

（i）当△=（-2a）^{2}-4a＞0，即 a＞1 时，方程①两根为

$x_1=\frac{2a-\sqrt{4a^2-4a}}{2a}=\frac{a-\sqrt{a^2-a}}{a}$，$x_2=\frac{a+\sqrt{a^2-a}}{a}$.

此时 f′（x）与 f（x）的变化情况如下表：

x	（-∞，$\frac{a-\sqrt{a^2-a}}{a}$）	$\frac{a-\sqrt{a^2-a}}{a}$	（$\frac{a-\sqrt{a^2-a}}{a}$，$\frac{a+\sqrt{a^2-a}}{a}$）	$\frac{a+\sqrt{a^2-a}}{a}$	（$\frac{a+\sqrt{a^2-a}}{a}$，+∞）
f′（x）	+	0	-	0	+
f（x）	↗	极大值	↘	极小值	↗

所以当 a＞1 时，f（x）的单调递增区间为（-∞，$\frac{a-\sqrt{a^2-a}}{a}$），（$\frac{a+\sqrt{a^2-a}}{a}$，+∞）； f（x）的单调递减区间为（$\frac{a-\sqrt{a^2-a}}{a}$，$\frac{a+\sqrt{a^2-a}}{a}$）.

（ii）当△=$4a^2-4a\leqslant 0$ 时，即 0＜a≤1 时，$ax^2-2ax+1\geqslant 0$，

即 f′（x）≥0，此时 f（x）在（-∞，+∞）上单调递增.

所以当 0＜a≤1 时，f（x）的单调递增区间为（-∞，+∞）. …（13 分）

19.【解答】（I）由题意得 2c=2，2a+2c=6.

解得 a=2，c=1，

又 $b^2=a^2-c^2=3$，

所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（II）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）.

当直线 l 与 x 轴垂直时，由椭圆的对称性可知，点 M 在 x 轴上，且与 O 点不重合，

显然 M，O，P 三点不共线，不符合题设条件.

故可设直线 l 的方程为 y=kx+m（m≠0）.

由$\begin{cases}y=kx+m\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$消去 y 整理得

$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$．①

则$\triangle=64k^2m^2-4(3+4k^2)(4m^2-12)>0$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$．

所以点 M 的坐标为$(\frac{-4km}{3+4k^2},\frac{3m}{3+4k^2})$．

∵M，O，P 三点共线，

$\therefore k_{OM}=k_{OP}$，$\therefore\frac{\frac{3m}{3+4k^2}}{\frac{-4km}{3+4k^2}}=\frac{1}{2}$，

∵$m\neq0$，$\therefore k=-\frac{3}{2}$．

此时方程①为$3x^2-3mx+m^2-3=0$，

则$\triangle=3(12-m^2)>0$，得$m\in(-2\sqrt{3},2\sqrt{3})$．

$x_1+x_2=m$，$x_1x_2=\frac{m^2-3}{3}$．

$\therefore|AB|^2=(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]$

$=\frac{13}{12}(12-m^2)$，

又$d=\frac{|8-2m|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{2|m-4|}{\sqrt{13}}$，

$\therefore\frac{12}{13}|AB|^2+\frac{13}{16}d^2=(12-m^2)+\frac{(m-4)^2}{4}=-\frac{3}{4}(m+\frac{4}{3})^2+\frac{52}{3}$，

故当$m=-\frac{4}{3}\in(-2\sqrt{3},2\sqrt{3})$时，$\frac{12}{13}|AB|^2+\frac{13}{16}d^2$的最大值为$\frac{52}{3}$．

20.【解答】（Ⅰ）函数 y=f（x）的图象与坐标轴的交点为（0，2a+1），

又 f′（x）$=2ae^x$，∴f′（0）=2a，

函数 y=g（x）的图象与直线 y=1 的交点为（2a，1），

又 g′（x）$=\frac{1}{x}$，g′（2a）$=\frac{1}{2a}$

由题意可知，$2a=\frac{1}{2a}$，即$a^2=\frac{1}{4}$

又 a＞0，所以$a=\frac{1}{2}$…（3 分）

不等式$x-m>\sqrt{x}f(x)-\sqrt{x}$可化为 m＜x－$\sqrt{x}$f（x）$+\sqrt{x}$

即 m＜x－$\sqrt{x}e^x$，令 h（x）=x－$\sqrt{x}e^x$，则 h′（x）=1－（$\frac{1}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}$）$e^x$，

∵x＞0，∴$\frac{1}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}\geqslant\sqrt{2}$，

又 x＞0 时，e^x＞1，∴（$\frac{1}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}$）$e^x$＞1，故 h′（x）＜0

∴h（x）在（0，+∞）上是减函数

即 h（x）在[1，5]上是减函数

因此，在对任意的 x∈[1，5]，不等式$x-m>\sqrt{x}f(x)-\sqrt{x}$成立，

只需 m＜h（5）=5 - $\sqrt{5}e^5$，

所以实数 m 的取值范围是（ - ∞，5 - $\sqrt{5}e^5$）…（8 分）

（Ⅱ）证明：y=f（x）和 y=g（x）公共定义域为（0，+∞），由（Ⅰ）可知 a=$\frac{1}{2}$，

∴|f（x） - g（x）|=|e^x - lnx|

令 q（x）=e^x - x - 1，则 q′（x）=e^x - 1＞0，

∴q（x）在（0，+∞）上是增函数

故 q（x）＞q（0）=0，即 e^x - 1＞x　　…①

令 m（x）=lnx - x+1，则 m′（x）=$\frac{1}{x}-1$，

当 x＞1 时，m′（x）＜0；当 0＜x＜1 时，m′（x）＞0，

∴m（x）有最大值 m（1）=0，因此 lnx+1＜x…②

由①②得 e^x - 1＞lnx+1，即 e^x - lnx＞2

又由①得 e^x＞x+1＞x

由②得 lnx＜x - 1＜x，∴e^x＞lnx

∴|f（x） - g（x）|=e^x - lnx＞2

故函数 y=f（x）和 y=g（x）在其公共定义域的所有偏差都大于 2…（13 分）