2013 北京顺义高三二模

数　　学（文）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1.（5 分）已知集合 A={x∈R|－3＜x＜2}，B{x∈R|x≤1 或 x≥3}，则 A∩B=（　　）

A.（－3，1] B.（－3，1）　　C.［1，2）　D.（－∞，2）∪[3，+∞）

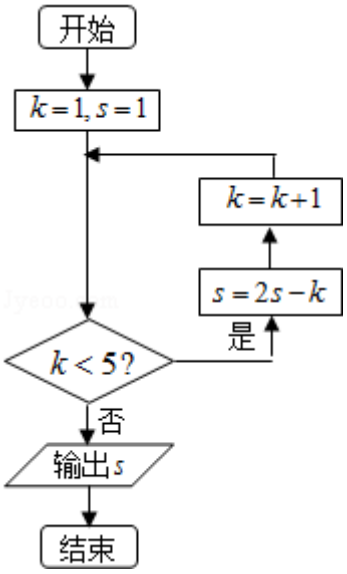
2.（5 分）复数$\frac{3-2i}{1+i}$=（　　）

A. $\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$　B. $\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$　C. $-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}i$ D. $-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$

3.（5 分）从{1，2，3，4，5}中随机选取一个数 a，从{1，2，3}中随机选取一个数 b，则关于 x 的方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有两个不相等的实根的概率是（　　）

A. $\frac{1}{5}$　B. $\frac{2}{5}$　C. $\frac{3}{5}$　D. $\frac{4}{5}$

4.（5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为（　　）



A．－10 B．－3　C．4　　D．5

5.（5 分）已知数列{a_n}中，a_n=－4n+5，等比数列{b_n}的公比 q 满足 q=a_n－a_{n-1}（n≥2），且 $b_1=a_2$，则|b_1|+|b_2|+…+|b_n|=（　　）

A．1－4^n B．4^n－1 C．$\frac{1-4^n}{3}$　　D．$\frac{4^n-1}{3}$

6.（5 分）设变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+2y\geqslant 2\\2x+y\leqslant 4\\4x-y\geqslant -1\end{cases}$，则 2^{3x-y}的取值范围是（　　）

A. $[\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{2}]$　B. $[\frac{1}{2},64]$　　C. $[\frac{\sqrt{2}}{4},64]$　D. $[\frac{1}{64},2\sqrt{2}]$

7.（5 分）已知正三角形 ABC 的边长为 1，点 P 是 AB 边上的动点，点 Q 是 AC 边上的动点，且

$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，$\lambda\in R$，则$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$的最大值为（　　）

A. $\frac{3}{2}$　B. $-\frac{3}{2}$　C. $\frac{3}{8}$　D. $-\frac{3}{8}$

8.（5 分）设 m，n∈R，若直线 l：mx+ny－1=0 与 x 轴相交于点 A，与 y 轴相交于点 B，且坐标原点 O 到直线 l 的距离为$\sqrt{3}$，则△AOB 的面积 S 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　B. 2　C. 3　D. 4

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

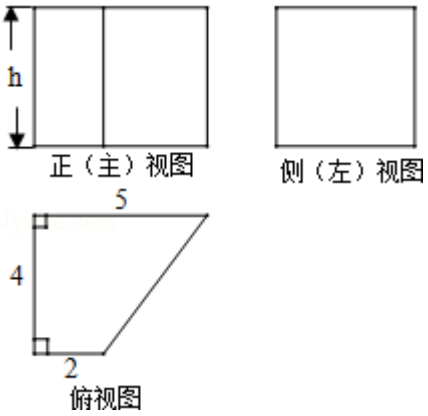
9.（5 分）设△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且$\cos A=\frac{1}{3}$，$\angle B=\frac{\pi}{4}$，$b=5$，则 sinC=_____，△ABC 的面积 S=_____.

10.（5 分）已知函数 f（x）=10^x（x＞0），若 f（a+b）=100，则 f（ab）的最大值为_____.

11.（5 分）以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名工人 1 天加工的零件数，则甲组工人 1 天每人加工零件的平均数为_____；若分别从甲、乙两组中随机选取一名工人，则这两名工人加工零件的总数超过了 38 的概率为_____.

甲组		乙组
9 8	1	9 7 1
2 1	2	1

12.（5 分）一个几何体的三视图如图所示，若该几何体的表面积为 92m^2，则 h=_____m.



13.（5 分）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的离心率为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$，顶点与椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$的焦点相同，那么双曲线的焦点坐标为_____；渐近线方程为_____.

14.（5 分）设函数$f(x)=\begin{cases}\log_2 x, & x\geqslant 2\\ 2-x, & x<2\end{cases}$，则满足 f（x）≤2 的 x 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 80 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15.（13 分）已知函数$f(x)=\frac{(\sqrt{3}\cos x-\sin x)\sin 2x}{2\cos x}+\frac{1}{2}$.

（Ⅰ）求$f(\frac{\pi}{3})$的值；

（Ⅱ）求函数 f（x）的最小正周期及单调递减区间.

16.（13 分）已知 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且 $S_5=30$，$a_1+a_6=14$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

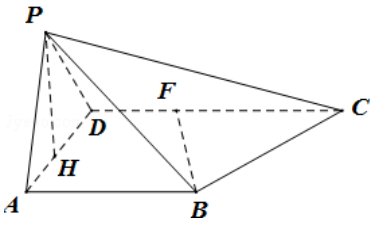
（Ⅱ）求数列 $\{2^{a_n}\}$的前 n 项和公式.

17.（14 分）如图，四棱锥 P－ABCD 中，AB⊥平面 PAD. AB∥CD，PD=AD，F 是 DC 上的点且 $DF=\frac{1}{2}AB$，PH为△PAD 中 AD 边上的高.

（Ⅰ）求证：AB∥平面 PDC；

（Ⅱ）求证：PH⊥BC；

（Ⅲ）线段 PB 上是否存在点 E，使 EF⊥平面 PAB？说明理由.



18.（13 分）已知函数 f（x）=$\frac{e^x}{1+ax^2}$，其中 a 为正实数，x=$\frac{1}{2}$是 f（x）的一个极值点.

（Ⅰ）求 a 的值；

（Ⅱ）当 b>$\frac{1}{2}$时，求函数 f（x）在[b，+∞）上的最小值.

19.（14 分）已知椭圆 G：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$F_1$，$F_2$为椭圆 G 的两个焦点，点 P 在椭圆 G 上，且△PF_1F_2的周长为 $4+4\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 G 的方程

（Ⅱ）设直线 l 与椭圆 G 相交于 A、B 两点，若 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$（O 为坐标原点），求证：直线 l 与圆 $x^2+y^2=\frac{8}{3}$相切.

20.（13 分）已知函数 f（x）=$2ae^x+1$，g（x）=lnx－lna+1－ln2，其中 a 为常数，e=2.718…，函数 y=f（x）的图象与坐标轴交点处的切线为 l_1，函数 y=g（x）的图象与直线 y=1 交点处的切线为 l_2，且 l_1∥l_2.

（Ⅰ）若对任意的 x∈[1，5]，不等式 $x-m>\sqrt{x}f(x)-\sqrt{x}$成立，求实数 m 的取值范围.

（Ⅱ）对于函数 y=f（x）和 y=g（x）公共定义域内的任意实数 x. 我们把|f（x_0）－g（x_0）|的值称为两函数在 x_0 处的偏差. 求证：函数 y=f（x）和 y=g（x）在其公共定义域的所有偏差都大于 2.

参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1.【解答】∵集合 A={x|－3＜x＜2}，B={x|x≤1 或 x≥3}，

∴集合 A∩B={x|－3＜x≤1}，

故选 A.

2.【解答】$\frac{3-2i}{1+i}=\frac{(3-2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-5i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$.

故选 B.

3.【解答】根据题意，a 是从集合{1，2，3，4，5}中随机抽取的一个数，a 有 5 种情况，

b 是从集合{1，2，3}中随机抽取的一个数，b 有 3 种情况，则方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有 3×5=15 种情况，

若方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有实根，则△=（2a）^{2}－$4b^2$＞0，即 a＞b，

此时有$\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$，$\begin{cases}a=3\\b=1\end{cases}$，$\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$，$\begin{cases}a=4\\b=1\end{cases}$，$\begin{cases}a=4\\b=2\end{cases}$，$\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$，$\begin{cases}a=5\\b=1\end{cases}$，$\begin{cases}a=5\\b=2\end{cases}$，$\begin{cases}a=5\\b=3\end{cases}$

共 9 种情况；

则方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有实根的概率 P=$\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

故选 C

4.【解答】按照程序框图依次执行为 k=1，S=1；

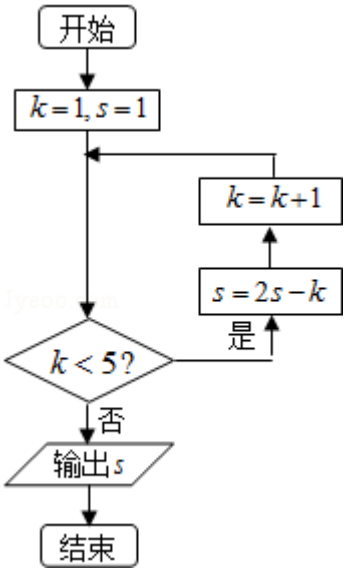
S=2×1－1=1，k=2；

S=2×1－2=0，k=3；

S=2×0－3=－3，k=4；

S=2×（－3）－4=－10，k=4≥5，退出循环，输出 S=－10.

故选 A.



5.【解答】$q=a_n-a_{n-1}=(-4n+5)-[-4(n-1)+5]=-4$，$b_1=a_2=-4\times2+5=-3$，

所以$b_n=b_1\cdot q^{n-1}=-3\cdot(-4)^{n-1}$，$|b_n|=|-3\cdot(-4)^{n-1}|=3\cdot4^{n-1}$，

所以$|b_1|+|b_2|+\cdots+|b_n|=3+3\cdot4+3\cdot4^2+\cdots+3\cdot4^{n-1}=3\cdot\frac{1-4^n}{1-4}=4^n-1$，

故选 B.

6.【解答】∵变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+2y\geqslant2\\2x+y\leqslant4\\4x-y\geqslant-1\end{cases}$，

设目标函数为：$z=3x-y$，

直线 $4x-y+1=0$ 与 $x+2y-2=0$ 交于点 A（0，1），

直线 $2x+y-4=0$ 与 $x+2y-2=0$ 交于点 C（2，0），

直线 $4x-y+1=0$ 与 $2x+y-4=0$ 交于点 B（$\frac{1}{2}$，3），

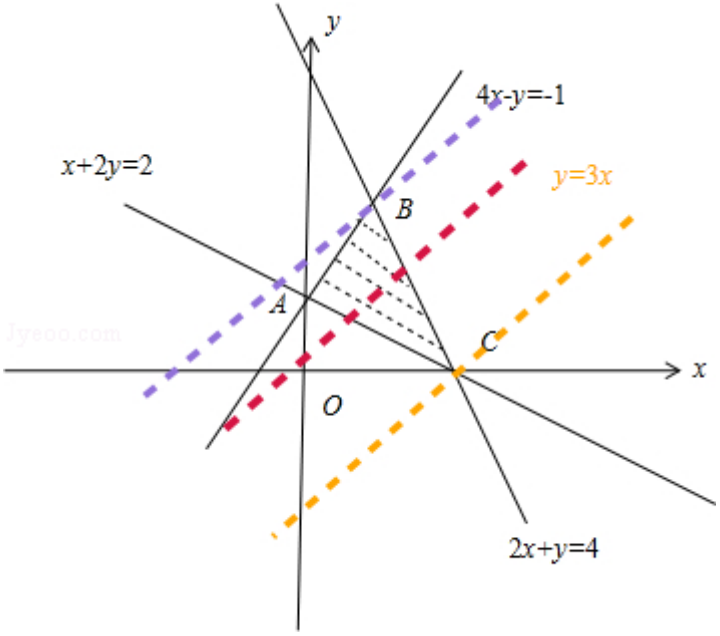
分析可知 z 在点 B 处取得最小值，$z_{min}=3\times\frac{1}{2}-1=-\frac{3}{2}$，

z 在点 C 处取得最大值，$z_{max}=3\times2-0=6$，

∴$-\frac{3}{2}\leqslant3x-y\leqslant6$，

∴$\frac{\sqrt{2}}{4}\leqslant2^{3x-y}\leqslant64$.

故选：C.



7.【解答】如图所示，

$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AQ})\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AP})$

$=[\overrightarrow{BA}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}]\cdot(\overrightarrow{CA}+\lambda\overrightarrow{AB})$

$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\lambda\overrightarrow{AB}^2+(\lambda-1)\overrightarrow{AC}^2+\lambda(1-\lambda)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

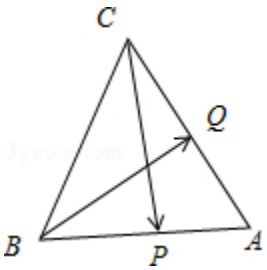
$=(\lambda-\lambda^2+1)\times1\times1\times\cos60°-\lambda+\lambda-1$

$=\frac{1}{2}(-\lambda^2+\lambda)-\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}(\lambda-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{8}$，$(0\leqslant\lambda\leqslant1)$.

当 $\lambda=\frac{1}{2}$时，则$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$的最大值为 $-\frac{3}{8}$.

故选 D.



8.【解答】由坐标原点 0 到直线 l 的距离为$\sqrt{3}$，可得$\frac{|-1|}{\sqrt{m^2+n^2}}=\sqrt{3}$,

化简可得$m^2+n^2=\frac{1}{3}$,

令 x=0，可得 y=$\frac{1}{n}$，令 y=0，可得 x=$\frac{1}{m}$，

故△AOB 的面积 S=$\frac{1}{2}$•$|\frac{1}{m}||\frac{1}{n}|$=$\frac{1}{2|mn|}$≥$\frac{1}{m^2+n^2}$=3，

当且仅当|m|=|n|=$\frac{\sqrt{6}}{6}$时，取等号，

故选 C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

9.【解答】△ABC 中，由 cosA=$\frac{1}{3}$，可得 sinA=$\frac{2\sqrt{2}}{3}$．由正弦定理可得 $\frac{a}{sinA}$=$\frac{b}{sinB}$，

即 $\frac{a}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$=$\frac{5}{sin\frac{\pi}{4}}$，解得 a=$\frac{20}{3}$．

再由余弦定理可得 a^2=b^2+c^2－2bc•cosA，即 $\frac{400}{9}$=25+c^2－10c•$\frac{1}{3}$，解得 c=$\frac{5+10\sqrt{2}}{3}$．

再由正弦定理可得 $\frac{c}{sinC}$=$\frac{a}{sinA}$，即 $\frac{\frac{5+10\sqrt{2}}{3}}{sinC}$=$\frac{\frac{20}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$，解得 sinC=$\frac{4+\sqrt{2}}{6}$．

故△ABC 的面积 S=$\frac{1}{2}$ab•sinC=$\frac{1}{2}$×$\frac{20}{3}$×5×$\frac{4+\sqrt{2}}{6}$=$\frac{100+25\sqrt{2}}{9}$，

故答案为 $\frac{4+\sqrt{2}}{6}$，$\frac{100+25\sqrt{2}}{9}$．

10.【解答】∵f（x）=10^x，

∴f（a+b）=10^{a+b}=100

∴a+b=2

由基本不等式可得，ab≤$(\frac{a+b}{2})^2$=1 当且仅当 a=b=1 时取等号

此时，f（ab）=f（1）=10

故答案为：10

11.【解答】甲组工人 1 天每人加工零件的平均数为$\frac{18+19+21+22}{4}$=20，

所有的基本事件共有 4×4=16 个，满足这两名工人加工零件的总数超过了 38 的基本事件有：

（18，21），（19，21），（21，19），（18，21），（22，17），（22，19），（22，21），共有 7 个，

故这两名工人加工零件的总数超过了 38 的概率为 $\frac{7}{16}$．

故答案为：20，$\frac{7}{16}$．

12.【解答】由题可知，三视图复原的几何体是一个底面是直角梯形的四棱柱，

几何体的表面积是：两个底面积与侧面积的和，

所以：$2\times\frac{2+5}{2}\times 4+(2+4+5+\sqrt{3^2+4^2})\times h=92$，

解得 h=4.

故答案为：4.

13.【解答】∵椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$，

∴其焦点坐标为（$\pm\sqrt{3}$，0），

∵双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的顶点与椭圆$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$ 的焦点相同，

∴$a^2=3$，

又双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

∴$e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{c^2}{3}=\frac{8}{3}$，

∴$c^2=8$，又 $c^2=a^2+b^2$，

∴$b^2=8-3=5$，

∴双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{5}=1$.

∴双曲线的焦点坐标为（$\pm2\sqrt{2}$，0），渐近线方程为：$y=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}x=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}x$，

整理得：$\sqrt{15}x\pm3y=0$.

故答案为：（$\pm2\sqrt{2}$，0），$\sqrt{15}x\pm3y=0$.

14.【解答】∵f（x）=$\begin{cases}\log_2 x, & x\geqslant 2\\ 2-x, & x<2\end{cases}$，

∵f（x）≤2，

∴当 x≥2 时，有 $\log_2 x\leq 2$，

解得 2≤x≤4；

同理，当 x＜2 时，2－x≤2，

解得 0≤x＜2.

综上所述，满足 f（x）≤2 的 x 的取值范围是 0≤x≤4.

故答案为：[0，4．]

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 80 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15.【解答】（I）由函数的解析式可得 $f(\frac{\pi}{3})=\frac{(\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{3})\sin(2\times\frac{\pi}{3})}{2\cos\frac{\pi}{3}}+\frac{1}{2}$

$=\frac{(\sqrt{3}\times\frac{1}{2}-\sqrt{3})\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\times\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. …（4 分）

（II）∵cosx≠0，得 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，（k∈z ）

故 f（x）的定义域为{x|$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，（k∈z ）}.

因为 $f(x)=\frac{(\sqrt{3}\cos x-\sin x)\sin 2x}{2\cos x}+\frac{1}{2}=\sin x(\sqrt{3}\cos x-\sin x)+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\sin^2 x+\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$,

所以 f（x）的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 2x+\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z，

得 $k\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{2\pi}{3}$，$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z，

所以，f（x）的单调递减区间为 $(k\pi+\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{2})$，$(k\pi+\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{2\pi}{3})$，k∈z. …（13 分）

16.【解答】（Ⅰ）设等差数列{a_n}的公差为 d，

因为 $S_5=30$，$a_1+a_6=14$

所以 $\begin{cases}5a_1+\frac{5\times 4}{2}d=30\\2a_1+5d=14\end{cases}$

解得 $a_1=2$，d=2，

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2+(n-1)\times 2=2n$…（7 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知 $a_n=2n$，令 $b_n=2^{a_n}$

则 $b_n=4^n$,

又 $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{4^{n+1}}{4^n}=4$，（n∈$N^*$）

所以{b_n}是以 4 为首项，4 为公比的等比数列，

设数列{b_n}的前 n 项和为 T_n

则 $T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n$

$=4+4^2+4^3+\cdots+4^n$

$=\frac{4(1-4^n)}{1-4}$

$=\frac{4^{n+1}}{3}-\frac{4}{3}$…（13 分）

17.【解答】（Ⅰ）证明：∵AB∥CD，且 AB⊄平面 PCD，CD⊂平面 PCD，

∴AB∥平面 PDC.

（Ⅱ）证明：∵AB⊥平面 PAD，AB⊂平面 ABCD，

∴平面 PAD⊥平面 ABCD.

∵PH⊥AD，

∴PH⊥平面 ABCD，

∴PH⊥BC.

（Ⅲ）解：线段 PB 上存在点 E，使 EF⊥平面 PAB.

证明如下：

如图，分别取 PA、PB 的中点 G、E，

则 $GE\parallel\!\!\!=\frac{1}{2}AB$，

由 $DF\parallel\!\!\!=\frac{1}{2}AB$，

∴ $GE\parallel\!\!\!=DF$.

∴EFGD 为平行四边形，故 EF∥GD，

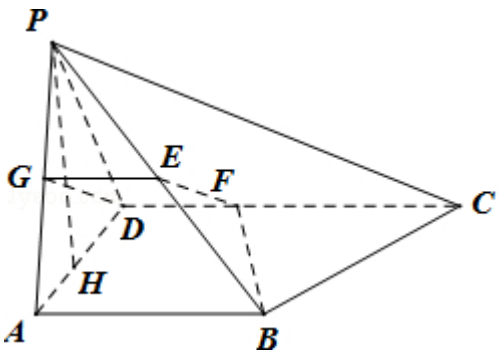
∵AB⊥平面 PAD，∴AB⊥GD.

∵G 为 PA 的中点，且 PD=AD.

∴GD⊥PA.

∵PA∩AB=A，∴GD⊥平面 PAB.

∴EF⊥平面 PAB.



18.【解答】f′（x）=$\frac{(ax^2-2ax+1)e^x}{(1+ax^2)^2}$，

（Ⅰ）因为 x=$\frac{1}{2}$是函数 y=f（x）的一个极值点，

所以 f′（$\frac{1}{2}$）=0，

因此，$\frac{1}{4}$a﹣a+1=0，

解得 a=$\frac{4}{3}$，

经检验，当 a=$\frac{4}{3}$时，x=$\frac{1}{2}$是 y=f（x）的一个极值点，故所求 a 的值为$\frac{4}{3}$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，f′（x）=$\frac{(\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+1)e^x}{(1+\frac{4}{3}x^2)^2}$，

令 f′（x）=0，得 x_1=$\frac{1}{2}$，x_2=$\frac{3}{2}$，

f（x）与 f′（x）的变化情况如下：

x	（﹣∞，$\frac{1}{2}$）	$\frac{1}{2}$	（$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$）	$\frac{3}{2}$	（$\frac{3}{2}$，+∞）
f′（x）	+	0	-	0	+
f（x）		$\frac{3\sqrt{e}}{4}$		$\frac{e\sqrt{e}}{4}$	

所以，f（x）的单调递增区间是（﹣∞，$\frac{1}{2}$），（$\frac{3}{2}$，+∞）．单调递减区间是（$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$）．

当$\frac{1}{2}$＜b＜$\frac{3}{2}$时，f（x）在[b，$\frac{3}{2}$）上单调递减，在（$\frac{3}{2}$，+∞）上单调递增，

所以 f（x）在[b，+∞）上的最小值为 f（$\frac{3}{2}$）=$\frac{e\sqrt{e}}{4}$，

当 b≥$\frac{3}{2}$时，f（x）在[b，+∞）上单调递增，

所以 f（x）在[b，+∞）上的最小值为 f（b）=$\frac{e^b}{1+ab^2}$=$\frac{3e^b}{3+4b^2}$.

19.【解答】（Ⅰ）解：由已知得，$\frac{c}{a}$=$\frac{\sqrt{2}}{2}$且 2a+2c=4+4$\sqrt{2}$，

解得 a=2$\sqrt{2}$，c=2，

又 b^2=a^2﹣c^2=4，

所以椭圆 G 的方程为$\frac{x^2}{8}$+$\frac{y^2}{4}$=1；

（Ⅱ）证明：由题意可知，直线 l 不过坐标原点，设 A，B 的坐标分别为（x_1，y_1），（x_2，y_2）（$y_1>y_2$），

（ⅰ）当直线 l⊥x 轴时，直线 l 的方程为 x=m（m≠0）且 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$，

则 $x_1=m$，$y_1=\sqrt{4-\frac{m^2}{2}}$，$x_2=m$，$y_2=-\sqrt{4-\frac{m^2}{2}}$，

∵$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，∴$x_1x_2+y_1+y_2=0$，

∴$m^2-(4-\frac{m^2}{2})=0$，解得$m=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

故直线 l 的方程为$x=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

因此，点 O（0，0）到直线 l 的距离为 $d=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

又圆$x^2+y^2=\frac{8}{3}$的圆心为 O（0，0），半径 $r=\frac{2\sqrt{6}}{3}=d$，

所以直线 l 与圆$x^2+y^2=\frac{8}{3}$相切；

（ⅱ）当直线 l 不垂直于 x 轴时，设直线 l 的方程为 y=kx+m，

由$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$ 得（$1+2k^2$）$x^2+4kmx+2m^2-8=0$，

∴$x_1+x_2=\frac{-4km}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\frac{2m^2-8}{1+2k^2}$，

$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+mk(x_1+x_2)+m^2=\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}$，

∵$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，∴$x_1x_2+y_1y_2=0$，

故$\frac{2m^2-8}{1+2k^2}+\frac{m^2-8k^2}{1+2k^2}=0$，即 $3m^2-8k^2-8=0$，$3m^2=8k^2+8$，①

又圆$x^2+y^2=\frac{8}{3}$的圆心为 O（0，0），半径 $r=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

圆心 O 到直线 l 的距离为 $d=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$，

∴$d^2=(\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}})^2=\frac{m^2}{1+k^2}=\frac{3m^2}{3(1+k^2)}$②，

将①式带入②式得

$d^2=\frac{8k^2+8}{3(1+k^2)}=\frac{8}{3}$，

所以 d=$\frac{2\sqrt{6}}{3}$=r，

因此，直线 l 与圆 $x^2+y^2=\frac{8}{3}$相切.

20.【解答】（Ⅰ）函数 y=f（x）的图象与坐标轴的交点为（0，2a+1），

又 f′（x）=2ae^x，∴f′（0）=2a，

函数 y=g（x）的图象与直线 y=1 的交点为（2a，1），

又 g′（x）=$\frac{1}{x}$，g′（2a）=$\frac{1}{2a}$

由题意可知，2a=$\frac{1}{2a}$，即 a^2=$\frac{1}{4}$

又 a＞0，所以 a=$\frac{1}{2}$…（3 分）

不等式$x-m>\sqrt{x}f(x)-\sqrt{x}$可化为 m＜x－$\sqrt{x}$f（x）+$\sqrt{x}$

即 m＜x－$\sqrt{x}e^x$，令 h（x）=x－$\sqrt{x}e^x$，则 h′（x）=1－（$\frac{1}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}$）$e^x$，

∵x＞0，∴$\frac{1}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}\geqslant\sqrt{2}$，

又 x＞0 时，e^x＞1，∴（$\frac{1}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}$）$e^x$＞1，故 h′（x）＜0

∴h（x）在（0，+∞）上是减函数

即 h（x）在[1，5]上是减函数

因此，在对任意的 x∈[1，5]，不等式$x-m>\sqrt{x}f(x)-\sqrt{x}$成立，

只需 m＜h（5）=5－$\sqrt{5}e^5$，

所以实数 m 的取值范围是（－∞，5－$\sqrt{5}e^5$）…（8 分）

（Ⅱ）证明：y=f（x）和 y=g（x）公共定义域为（0，+∞），由（Ⅰ）可知 a=$\frac{1}{2}$，

∴|f（x）－g（x）|=|e^x－lnx|

令 q（x）=e^x－x－1，则 q′（x）=e^x－1＞0，

∴q（x）在（0，+∞）上是增函数

故 q（x）＞q（0）=0，即 e^x－1＞x　　…①

令 m（x）=lnx－x+1，则 m′（x）=$\frac{1}{x}-1$，

当 x＞1 时，m′（x）＜0；当 0＜x＜1 时，m′（x）＞0，

∴m（x）有最大值 m（1）=0，因此 lnx+1＜x…②

由①②得 e^x－1＞lnx+1，即 e^x－lnx＞2

又由①得 e^x＞x+1＞x

由②得 $\ln x < x-1 < x$，$\therefore e^x > \ln x$

$\therefore |f(x)-g(x)| = e^x - \ln x > 2$

故函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 在其公共定义域的所有偏差都大于 2…（13 分）