2013 北京西城高三二模

数　　学（文）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.（5 分）复数 i•（1 - i）=（　　）

A. 1+i　B. - 1+i　　C. 1 - i　D. - 1 - i

2.（5 分）已知向量$\vec{a}=(-\sqrt{3},1)$，$\vec{b}=(\sqrt{3},\lambda)$．若$\vec{a}$与$\vec{b}$共线，则实数 λ=（　　）

A. - 1　B. 1　　C. - 3　D. 3

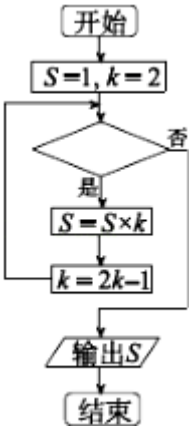
3.（5 分）给定函数：①$y=x^2$；②$y=2^x$；③y=cosx；④$y=-x^3$，其中奇函数是（　　）

A. ①　B. ②　C. ③　D. ④

4.（5 分）若双曲线$x^2+\frac{y^2}{k}=1$的离心率是 2，则实数 k=（　　）

A. 3　　B. - 3　C. $\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

5.（5 分）如图所示的程序框图表示求算式“2×3×5×9×17”之值，则判断框内可以填入（　　）



A. k≤10　　B. k≤16　　C. k≤22　　D. k≤34

6.（5 分）对于直线 m，n 和平面 α，β，使 m⊥α 成立的一个充分条件是（　　）

A. m⊥n，n∥α　B. m∥β，β⊥α　　C. m⊥β，n⊥β，n⊥α　D. m⊥n，n⊥β，β⊥α

7.（5 分）已知函数 f（x）=$e^{|x|}$+|x|．若关于 x 的方程 f（x）=k 有两个不同的实根，则实数 k 的取值范围是（　　）

A.（0，1）　B.（1，+∞）　　C.（- 1，0）　　D.（- ∞，- 1）

8.（5 分）已知集合{1，2，3，4，5}的非空子集 A 具有性质 P：当 a∈A 时，必有 6 - a∈A．则具有性质 P 的集合 A 的个数是（　　）

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 5

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9.（5 分）已知直线 l_1：x - 3y+1=0，l_2：2x+my - 1=0．若 $l_1 \parallel l_2$，则实数 m=_____．

10.（5 分）如图是甲，乙两组各 6 名同学身高（单位：cm）数据的茎叶图．记甲，乙两组数据的平均数依次为$\overline{x}_{甲}$和$\overline{x}_{乙}$，则 $\overline{x}_{甲}$_____$\overline{x}_{乙}$．（填入：“＞”，“=”，或“＜”）

甲组		乙组
1 3	15	0
5 7	16	1 2 3 4
0 2	17	2

11.（5 分）在△ABC 中，BC=2，AC=$\sqrt{7}$，B=$\frac{\pi}{3}$，则 AB=_____；△ABC 的面积是_____．

12.（5 分）设 a，b 随机取自集合{1，2，3}，则直线 ax+by+3=0 与圆 $x^2+y^2=1$ 有公共点的概率是_____．

13.（5 分）已知命题 p：函数 y=（c－1）x+1 在 R 上单调递增；命题 q：不等式 $x^2-x+c\leqslant 0$ 的解集是∅．若 p 且 q 为真命题，则实数 c 的取值范围是_____．

14.（5 分）在直角坐标系 xOy 中，已知两定点 A（1，0），B（1，1）．动点 P（x，y）满足$\begin{cases}0\leqslant \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}\leqslant 1\\ 0\leqslant \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}\leqslant 2.\end{cases}$则点 P 构成的区域的面积是_____；点 Q（x+y，x－y）构成的区域的面积是_____．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.（13 分）已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，$a_2=8$，$a_3+a_4=48$．

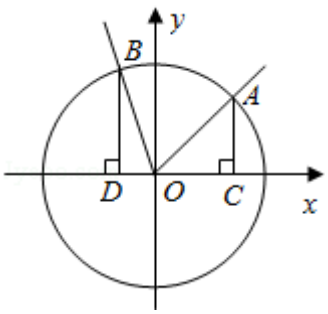
（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\log_4 a_n$．证明：$\{b_n\}$为等差数列，并求$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n．

16.（13 分）如图，在直角坐标系 xOy 中，角 α 的顶点是原点，始边与 x 轴正半轴重合，终边交单位圆于点 A，且$\alpha\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$．将角 α 的终边按逆时针方向旋转$\frac{\pi}{3}$，交单位圆于点 B．记 A（$x_1$，$y_1$），B（$x_2$，$y_2$）．

（Ⅰ）若 $x_1=\frac{1}{3}$，求 x_2；

（Ⅱ）分别过 A，B 作 x 轴的垂线，垂足依次为 C，D．记△AOC 的面积为 S_1，△BOD 的面积为 S_2．若 $S_1=2S_2$，求角 α 的值．



17.（14 分）如图 1，在四棱锥 P－ABCD 中，PA⊥底面 ABCD，面 ABCD 为正方形，E 为侧棱 PD 上一点，F 为 AB 上一点．该四棱锥的正（主）视图和侧（左）视图如图 2 所示．

（Ⅰ）求四面体 PBFC 的体积；

（Ⅱ）证明：AE∥平面 PFC；

（Ⅲ）证明：平面 PFC⊥平面 PCD.

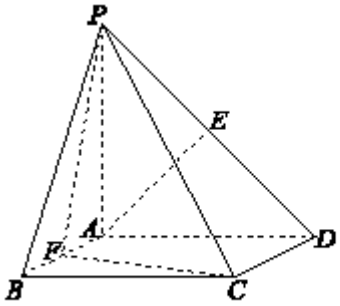


图 1

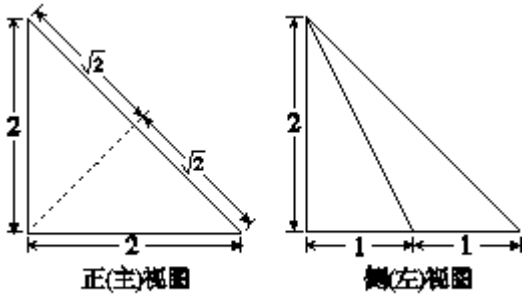


图 2

18.（13 分）已知函数$f(x)=\frac{2}{3}x^3-2x^2+(2-a)x+1$，其中 a＞0.

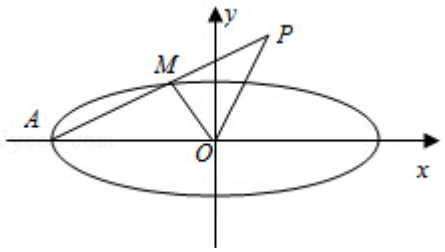
（Ⅰ）若 a=2，求曲线 y=f（x）在点（1，f（1））处的切线方程；

（Ⅱ）求 f（x）在区间[2，3]上的最小值.

19.（14 分）如图所示，椭圆 C：$x^2+\frac{y^2}{m}=1$（0＜m＜1）的左顶点为 A，M 是椭圆 C 上异于点 A 的任意一点，点 P 与点 A 关于点 M 对称.

（Ⅰ）若点 P 的坐标为（$\frac{9}{5}$，$\frac{4\sqrt{3}}{5}$），求 m 的值；

（Ⅱ）若椭圆 C 上存在点 M，使得 OP⊥OM，求 m 的取值范围.



20.（13 分）已知集合 $S_n=\{(x_1，x_2，…，x_n)|x_1，x_2，…，x_n$是正整数 1，2，3，…，n 的一个排列$\}$（n≥2），函数$g(x)=\begin{cases}1, & x>0\\ -1, & x<0.\end{cases}$

对于（$a_1，a_2，…a_n$）∈S_n，定义：$b_i=g(a_i-a_1)+g(a_i-a_2)+…+g(a_i-a_{i-1})$，i∈{2，3，…，n}，$b_1=0$，称 b_i 为 a_i 的满意指数. 排列 $b_1，b_2，…，b_n$ 为排列 $a_1，a_2，…，a_n$ 的生成列.

（Ⅰ）当 n=6 时，写出排列 3，5，1，4，6，2 的生成列；

（Ⅱ）证明：若 $a_1，a_2，…，a_n$ 和 $a'_1，a'_2，…，a'_n$ 为 S_n 中两个不同排列，则它们的生成列也不同；

（Ⅲ）对于 S_n 中的排列 $a_1，a_2，…，a_n$，进行如下操作：将排列 $a_1，a_2，…，a_n$ 从左至右第一个满意指数为负数的项调至首项，其它各项顺序不变，得到一个新的排列. 证明：新的排列的各项满意指数之和比原排列的各项满意指数之和至少增加 2.

参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【解答】复数 i•（1﹣i）=1+i.

故选 A.

2.【解答】∵$\vec{a}\parallel\vec{b}$，∴$-\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3}=0$，解得 λ=﹣1.

故答案为 A.

3.【解答】①$y=x^2$是偶函数，故排除 A；

②$y=2^x$非奇函数也非偶函数，故排除 B；

③y=cosx 为偶函数，故排除 C；

④令 f（x）=﹣x^3，定义域为 R，且 f（﹣x）=﹣（﹣x）^{3}=x^3=﹣f（x），

所以 f（x）是奇函数，

故选 D.

4.【解答】依题意可知，k＜0，故 a=1，b=$\sqrt{-k}$，

∴c=$\sqrt{1-k}$，

∴$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{1-k}}{1}=2$，求得 k=﹣3.

故选 B.

5.【解答】由题设条件可以看出，此程序是一个求几个数的连乘积的问题，

第一次乘入的数是 2，由于程序框图表示求算式“2×3×5×9×17”之值，

以后所乘的数依次为 3，5，9，17，

2×3×5×9×17 五个数的积故程序只需运行 5 次，运行 5 次后，k 值变为 33，

故判断框中应填 k＜33，或者 k≤22.

故选 C.

6.【解答】A、“m⊥n，n∥α”，如正方体中 AB⊥BC，BC∥平面 A′B′C′D′，但 AB 与平面 A′B′C′D′不垂直，故推不出 m⊥α，故 A 不正确；

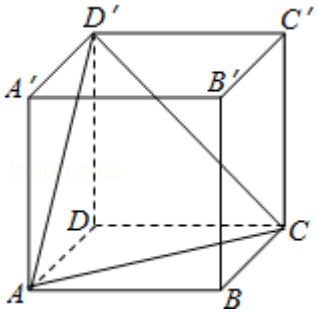
B、“m∥β，β⊥α”，如正方体中 A′C′∥面 ABCD，面 ABCD⊥面 BCC′B′，但 A′C′与平面 BCC′B′不垂直．推

不出 m⊥α，故 B 不正确；

C、根据 m⊥β，n⊥β，得 m∥n，又 n⊥α，根据线面垂直的判定，可得 m⊥α，故 D 正确；

D、“m⊥n，n⊥β，β⊥α”，如正方体中 AD′ ⊥AB，AB⊥面 BCC′B′，面 ABCD⊥面 BCC′B′，但 AD′ 与面 BCC′B′ 不垂直，故推不出 m⊥α，故 D 不正确.

故选：C.



7.【解答】方程 f（x）=k 化为：方程 $e^{|x|}=k-|x|$

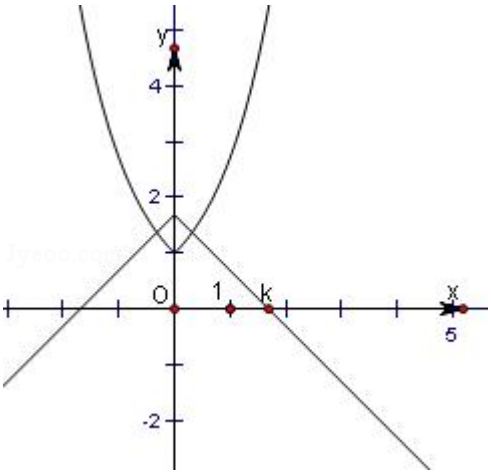
令 $y=e^{|x|}$，y=k - |x|，

y=k - |x|表示过斜率为 1 或 - 1 的平行折线系，

折线与曲线 $y=e^{|x|}$恰好有一个公共点时，有 k=1，如图，

若关于 x 的方程 f（x）=k 有两个不同的实根，则实数 k 的取值范围是（1，+∞）.

故选 B.



8.【解答】根据题意，满足题意的子集有{3}、{1，5}、{2，4}、{3，1，5}、{3，2，4}、{3，1，5，2，4}、{1，5，2，4}，共 7 个；

故选 B.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【解答】直线 l_1：x－3y+1=0 的斜率为：$\frac{1}{3}$，

因为直线 l_1：x－3y+1=0，l_2：2x+my－1=0．$l_1 // l_2$，

所以 $-\frac{2}{m}=\frac{1}{3}$，解得 m=－6；

故答案为：－6．

10.【解答】由茎叶图，甲班平均身高为（151+153+165+167+170+172）÷6=163

乙班平均身高为（150+161+162+163+164+172）÷6=162＜163．

则 $\overline{x}_{甲}>\overline{x}_{乙}$．

故答案为：＞．

11.【解答】∵在△ABC 中，BC=2，$AC=\sqrt{7}$，$B=\frac{\pi}{3}$，

∴由余弦定理，得 $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\frac{\pi}{3}$，即 $7=AB^2+2^2-2\times2\times AB\cos\frac{\pi}{3}$，

化简整理得 $AB^2-2AB-3=0$，可得 AB=3（舍去－1）

根据正弦定理，得△ABC 的面积为

$S=\frac{1}{2}BC\cdot AB\sin B=\frac{1}{2}\times2\times3\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

故答案为：3，$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

12.【解答】直线 ax+by+3=0 与圆 $x^2+y^2=1$ 有公共点，即 圆心到直线的距离小于或等于半径，即 $\frac{|0+0+3|}{\sqrt{a^2+b^2}}\leqslant1$，即

$a^2+b^2\geqslant9$．

所有的（a，b）共有 3×3=9 个，而满足条件的（a，b）共有：（1，3）、（2，3）、（3，3）、（3，1）、（3，2），共有 5 个，

故直线 ax+by+3=0 与圆 $x^2+y^2=1$ 有公共点的概率是 $\frac{5}{9}$，

故答案为 $\frac{5}{9}$．

13.【解答】∵函数 y=（c－1）x+1 在 R 上单调递增

∴c－1＞0 即 p：c＞1；

∵不等式 $x^2-x+c\leqslant0$ 的解集是∅

△=1－4c＜0

∴c $>\frac{1}{4}$即 q：c $>\frac{1}{4}$

若 p 且 q 为真命题，则 p，q 都为真命题

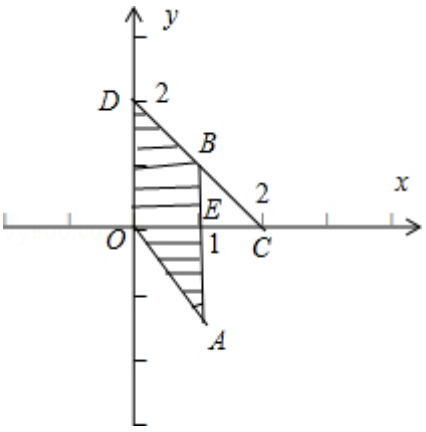
∴$\begin{cases} c>1 \\ c>\frac{1}{4} \end{cases}$，即 c＞1

故答案为：（1，+∞）

14.【解答】由题意可得 $\begin{cases} 0\leqslant \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}\leqslant 1 \\ 0\leqslant \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OB}\leqslant 2. \end{cases}$，即 $\begin{cases} 0\leqslant x\leqslant 1 \\ 0\leqslant x+y\leqslant 2 \end{cases}$，

画出可行域为：平行四边形 OABD 及其内部区域，其中 D（0，2），E（1，0），

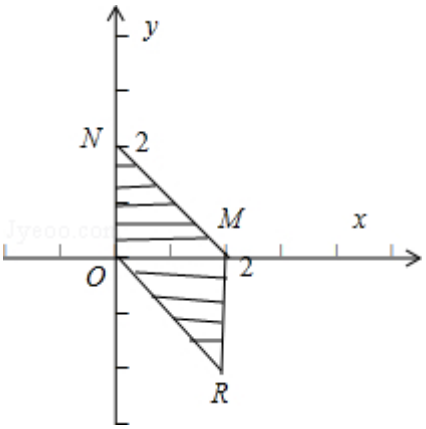
故点 P 构成的区域的面积是 OD×QE=2×1=2.



设点 Q（s，t），则 x+y=s，x﹣y=t，即 $\begin{cases} x=\frac{s+t}{2} \\ y=\frac{s-t}{2} \end{cases}$．　再由$\begin{cases} 0\leqslant x\leqslant 1 \\ 0\leqslant x+y\leqslant 2 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} 0\leqslant s+t\leqslant 2 \\ 0\leqslant s\leqslant 2 \end{cases}$，

∴点 Q 的可行域为平行四边形 ORMN 及其内部区域，如图所示：M（2，0）、N（0，2），

故点 Q（s，t）构成的区域的面积是 $2\times S_{\triangle OMN}=2\times\frac{1}{2}\cdot OM\cdot ON=2\times\frac{1}{2}\times 2\times 2=4$，



故答案为 2，4.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15.【解答】（Ⅰ）解：设等比数列$\{a_n\}$的公比为 q，依题意 $q>0$.

∵$a_2=8$，$a_3+a_4=48$，∴$a_1q=8$，$a_1q^2+a_1q^3=48$.

两式相除得 $q^2+q-6=0$，

解得 $q=2$，舍去 $q=-3$.

∴$a_1=\frac{a_2}{q}=4$.

∴数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=a_1\cdot q^{n-1}=2^{n+1}$.

（Ⅱ）证明：由（Ⅰ）得 $b_n=\log_4 a_n=\frac{n+1}{2}$.

∵$b_{n+1}-b_n=\frac{n+2}{2}-\frac{n+1}{2}=\frac{1}{2}$,

∴数列$\{b_n\}$是首项为 1，公差为 $d=\frac{1}{2}$的等差数列.

∴$S_n=nb_1+\frac{n(n-1)}{2}d=\frac{n^2+3n}{4}$.

16.【解答】（Ⅰ）解：由三角函数定义，得 $x_1=\cos\alpha$，$x_2=\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})$.

因为 $\alpha\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$，$\cos\alpha=\frac{1}{3}$，所以 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

所以 $x_2=\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$.

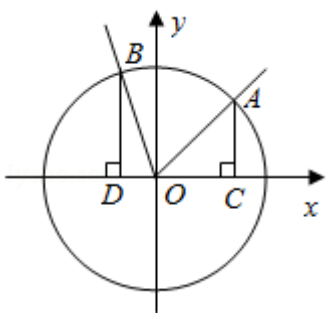
（Ⅱ）解：依题意得 $y_1=\sin\alpha$，$y_2=\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})$．所以 $S_1=\frac{1}{2}x_1y_1=\frac{1}{2}\cos\alpha\cdot\sin\alpha=\frac{1}{4}\sin2\alpha$，

$S_2=\frac{1}{2}|x_2|y_2=\frac{1}{2}[-\cos(\alpha+\frac{\pi}{3})]\cdot\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{4}\sin(2\alpha+\frac{2\pi}{3})$.

依题意 $S_1=2S_2$ 得 $\sin2\alpha=-2\sin(2\alpha+\frac{2\pi}{3})$，即 $\sin2\alpha=-2[\sin2\alpha\cos\frac{2\pi}{3}+\cos2\alpha\sin\frac{2\pi}{3}]=\sin2\alpha-\sqrt{3}\cos2\alpha$，

整理得 $\cos2\alpha=0$.

因为 $\frac{\pi}{6}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，所以 $\frac{\pi}{3}<2\alpha<\pi$，所以 $2\alpha=\frac{\pi}{2}$，即 $\alpha=\frac{\pi}{4}$.



17.【解答】（Ⅰ）解：由左视图可得 F 为 AB 的中点，

∴△BFC 的面积为 $S=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2=1$.

∵PA⊥平面 ABCD，

∴四面体 PBFC 的体积为 $V_{P-BFC}=\frac{1}{3}S_{\triangle BFC}\cdot PA=\frac{1}{3}\cdot 1\cdot 2=\frac{2}{3}$.

（Ⅱ）证明：取 PC 中点 Q，连接 EQ，FQ.

由正（主）视图可得 E 为 PD 的中点，

∴EQ∥CD，$EQ=\frac{1}{2}CD$.

又∵AF∥CD，$AF=\frac{1}{2}CD$，∴AF∥EQ，AF=EQ.

∴四边形 AFQE 为平行四边形，∴AE∥FQ.

∵AE⊄平面 PFC，FQ⊂平面 PFC，

∴直线 AE∥平面 PFC.

（Ⅲ）证明：∵PA⊥平面 ABCD，∴PA⊥CD.

∵平面 ABCD 为正方形，∴AD⊥CD.

∴CD⊥平面 PAD.

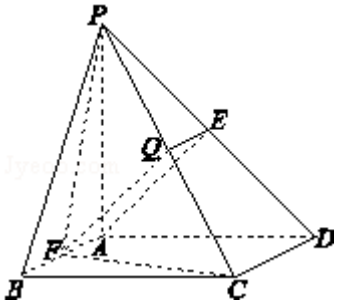
∵AE⊂平面 PAD，∴CD⊥AE.

∵PA=AD，E 为 PD 中点，∴AE⊥PD.

∴AE⊥平面 PCD.

∵AE∥FQ，∴FQ⊥平面 PCD.

∵FQ⊂平面 PFC，∴平面 PFC⊥平面 PCD.



18.【解答】（Ⅰ）f（x）的定义域为 R，且 f′（x）=$2x^2$－4x+2－a.

当 a=2 时，$f(1)=\frac{2}{3}-2+1=-\frac{1}{3}$，f′（1）=2－4=－2，

所以曲线 y=f（x）在点（1，f（1））处的切线方程为 $y+\frac{1}{3}=-2(x-1)$，

即 6x+3y－5=0.

（Ⅱ）解：方程 f′（x）=0 的判别式△=8a＞0，

令 f′（x）=0，得 $x_1=1-\frac{\sqrt{2a}}{2}$，或 $x_2=1+\frac{\sqrt{2a}}{2}$．f（x）和 f′（x）的情况如下：

x	（－∞，x_1）	x_1	（x_1，x_2）	x_2	（x_2，+∞）
f′（x）	+	0	-	0	+
f（x）	↗		↘		↗

故 f（x）的单调增区间为 $(-\infty, 1-\frac{\sqrt{2a}}{2})$，$(1+\frac{\sqrt{2a}}{2}, +\infty)$；单调减区间为 $(1-\frac{\sqrt{2a}}{2}, 1+\frac{\sqrt{2a}}{2})$．

①当 0＜a≤2 时，x_2≤2，此时 f（x）在区间（2，3）上单调递增，

所以 f（x）在区间[2，3]上的最小值是 $f(2)=\frac{2}{3}\times 2^3-2\times 2^2+(2-a)\times 2+1=\frac{7}{3}-2a$．

②当 2＜a＜8 时，x_1＜2＜x_2＜3，此时 f（x）在区间（2，x_2）上单调递减，在区间（x_2，3）上单调递增，

所以 f（x）在区间[2，3]上的最小值是 $f(x_2)=\frac{2}{3}\times(1+\frac{\sqrt{2a}}{2})^3-2\times(1+\frac{\sqrt{2a}}{2})^2+(2-a)(1+\frac{\sqrt{2a}}{2})+1=\frac{5}{3}-a-\frac{a\sqrt{2a}}{3}$．

③当 a≥8 时，x_1＜2＜3≤x_2，此时 f（x）在区间（2，3）上单调递减，

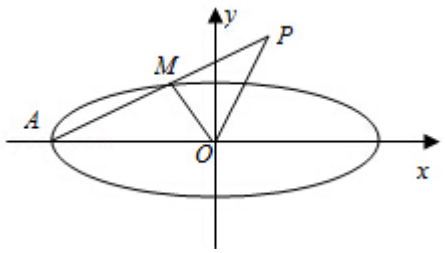
所以 f（x）在区间[2，3]上的最小值是 f（3）=$\frac{2}{3}\times 3^3-2\times 3^2+(2-a)\times 3+1$=7－3a．

综上，当 0＜a≤2 时，f（x）在区间[2，3]上的最小值是 $\frac{7}{3}-2a$；

当 2＜a＜8 时，f（x）在区间[2，3]上的最小值是 $\frac{5}{3}-a-\frac{a\sqrt{2a}}{3}$；

当 a≥8 时，f（x）在区间[2，3]上的最小值是 7－3a．

19.【解答】（Ⅰ）依题意，M 是线段 AP 的中点，



因为 A（－1，0），$P(\frac{9}{5}, \frac{4\sqrt{3}}{5})$，

所以点 M 的坐标为 $(\frac{2}{5}, \frac{2\sqrt{3}}{5})$．

由于点 M 在椭圆 C 上，

所以 $\frac{4}{25}+\frac{12}{25m}=1$，解得 $m=\frac{4}{7}$．

（Ⅱ）设 M（x_0，y_0）（－1＜x_0＜1），则 $x_0^2+\frac{y_0^2}{m}=1$，①

因为 M 是线段 AP 的中点，所以 P（$2x_0$+1，$2y_0$）．

因为 OP⊥OM，所以 $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{OM}$，

所以$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OM}=0$，即 $x_0(2x_0+1)+2y_0^2=0$. ②

由①，②消去 y_0，整理得 $m=\frac{2x_0^2+x_0}{2x_0^2-2}$.

所以 $m=1+\frac{1}{2(x_0+2)+\frac{6}{x_0+2}-8}\leqslant\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}$,

当且仅当 $x_0=-2+\sqrt{3}$时，上式等号成立.

所以 m 的取值范围是 $(0,\ \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}]$.

20.【解答】（Ⅰ）解：当 n=6 时，排列 3，5，1，4，6，2 的生成列为 0，1，－2，1，4，3.

（Ⅱ）证明：设 a_1，a_2，…，a_n的生成列是 b_1，b_2，…，b_n；a'_1，a'_2，…，a'_n的生成列是与 b'_1，b'_2，…，b'_n.

从右往左数，设排列 a_1，a_2，…，a_n与 a'_1，a'_2，…，a'_n第一个不同的项为 a_k与 a'_k，

即：$a_n=a'_n$，$a_{n-1}=a'_{n-1}$，…，$a_{k+1}=a'_{k+1}$，$a_k\neq a'_k$.

显然 $b_n=b'_n$，$b_{n-1}=b'_{n-1}$，…，$b_{k+1}=b'_{k+1}$，下面证明：$b_k\neq b'_k$.

由满意指数的定义知，a_i的满意指数为排列 a_1，a_2，…，a_n中前 i－1 项中比 a_i小的项的个数减去比 a_i大的项的个数.

由于排列 a_1，a_2，…，a_n的前 k 项各不相同，设这 k 项中有 l 项比 a_k小，则有 k－l－1 项比 a_k大，

而 $b_k=l-(k-l-1)=2l-k+1$.

同理，设排列 a'_1，a'_2，…，a'_n中有 l'项比 a'_k小，则有 k－l'－1 项比 a'_k大，从而 $b'_k=2l'-k+1$.

因为 a_1，a_2，…，a_k与 a'_1，a'_2，…，a'_k是 k 个不同数的两个不同排列，且 $a_k\neq a'_k$，

所以 $l\neq l'$，从而 $b_k\neq b'_k$.

所以排列 a_1，a_2，…，a_n和 a'_1，a'_2，…，a'_n的生成列也不同.

（Ⅲ）证明：设排列 a_1，a_2，…，a_n的生成列为 b_1，b_2，…，b_n，且 a_k为 a_1，a_2，…，a_n中从左至右第一个满意指数为负数的项，所以 $b_1\geqslant 0$，$b_2\geqslant 0$，…，$b_{k-1}\geqslant 0$，$b_k\leqslant -1$.

依题意进行操作，排列 a_1，a_2，…，a_n变为排列 a_k，a_1，a_2，…a_{k-1}，a_{k+1}，…，a_n，

设该排列的生成列为 b'_1，b'_2，…，b'_n.

所以 $(b'_1+b'_2+\cdots+b'_n)-(b_1+b_2+\cdots+b_n)$

$=[g(a_1-a_k)+g(a_2-a_k)+\cdots+g(a_{k-1}-a_k)]-[g(a_k-a_1)+g(a_k-a_2)+\cdots+g(a_k-a_{k-1})]$

$=-2[g(a_k-a_1)+g(a_k-a_2)+\cdots+g(a_k-a_{k-1})]=-2b_k\geqslant 2$.

所以，新排列的各项满意指数之和比原排列的各项满意指数之和至少增加 2.