2013 北京朝阳高三二模

数　　学（文）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．（5 分）已知集合 M={0，1，3}，N={x|x=3a，a∈M}，则 M∪N=（　　）

A．{0}　B．{0，3}　C．{1，3，9}　D．{0，1，3，9}

2．（5 分）已知 p：（x－1）（x－2）≤0，q：$\log_2$（x+1）≥1，则 p 是 q 的（　　）

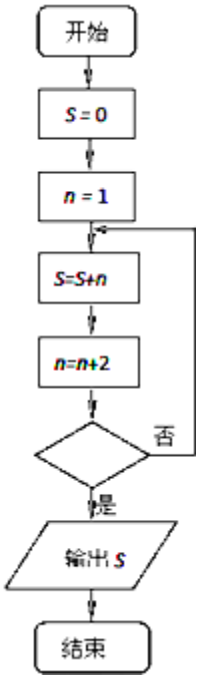
A．充分不必要条件　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　D．既不充分也不必要条件

3．（5 分）函数$f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{4})$（x∈R）的图象的一条对称轴方程是（　　）

A．x=0　B．$x=-\frac{\pi}{4}$　C．$x=\frac{\pi}{4}$　D．$x=\frac{\pi}{2}$

4．（5 分）执行如图所示的程序框图，若输出的结果是 16，则判断框内的条件是（　　）



A．n＞6？　B．n≥7？　C．n＞8？　D．n＞9？

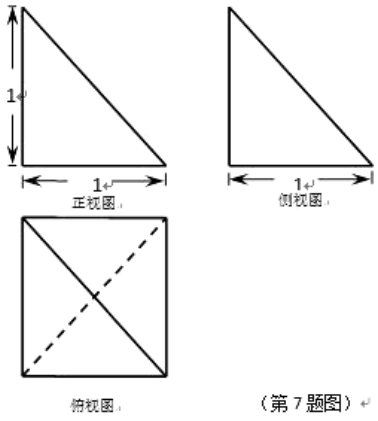
5．（5 分）若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的渐近线与抛物线 $y=x^2+2$ 相切，则此双曲线的离心率等于（　　）

A．2　B．3　C．$\sqrt{6}$　D．9

6．（5 分）将一个质点随机投放在关于 x，y 的不等式组$\begin{cases}3x+4y\leqslant 19\\ x\geqslant 1\\ y\geqslant 1\end{cases}$所构成的三角形区域内，则该质点到此三角形的三个顶点的距离均不小于 1 的概率是（　　）

A．$\frac{\pi}{12}$　B．$\frac{\pi}{6}$　C．$1-\frac{\pi}{12}$　D．$1-\frac{\pi}{6}$

7.（5 分）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



（第 7 题图）

A. $\frac{1}{6}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{2}$　D. 1

8.（5 分）已知函数 f（x）=a•$2^{|x|}$+1（a≠0），定义函数$F(x)=\begin{cases} f(x), & x>0 \\ -f(x), & x<0 \end{cases}$给出下列命题：

①F（x）=|f（x）|；

②函数 F（x）是奇函数；

③当 a＜0 时，若 mn＜0，m+n＞0，总有 F（m）+F（n）＜0 成立，

其中所有正确命题的序号是（　　）

A. ②　B. ①③ C. ②③ D. ①②

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.把答案填在答题卡上.

9.（5 分）设 i 为虚数单位，计算$\frac{3+i}{1+i}$=_____.

10.（5 分）已知向量$\vec{a}$=（2，1），$\vec{b}$=（3，x），若（2$\vec{a}$-$\vec{b}$）⊥$\vec{b}$，则 x 的值为_____.

11.（5 分）已知等差数列{a_n}的公差为-2，a_3是 a_1与 a_4的等比中项，则首项 a_1=_____，前 n 项和 S_n=_____.

12.(5 分)若直线 l 与圆 $x^2+(y+1)^2=4$ 相交于 A,B 两点,且线段 AB 的中点坐标是(1，-2),则直线 l 的方程为_____.

13.（5 分）某公司一年购买某种货物 600 吨，每次都购买 x 吨（x 为 600 的约数），运费为 3 万元/次，一年的总存储费用为 2x 万元．若要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则每次需购买_____吨.

14.（5 分）数列{2^n-1}的前 n 项 1，3，7，…，2^n-1 组成集合 A_n={1，3，7，…，2^n-1}（n∈N^*），从集合 A_n中任取 k（k=1，2，3，…，n）个数，其所有可能的 k 个数的乘积的和为 T_k（若只取一个数，规定乘积为此数本身），记 $S_n=T_1+T_2+\cdots+T_n$，例如当 n=1 时，A_1={1}，T_1=1，S_1=1；当 n=2 时，A_2={1，2}，T_2=1+3，S_2=1+3+1×3=7．则当 n=3 时，S_3=_____；试写出 S_n=_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.（13 分）在△ABC 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，且 f（A）=$2\cos\frac{A}{2}\sin(\pi-\frac{A}{2})+\sin^2\frac{A}{2}-\cos^2\frac{A}{2}$.

（Ⅰ）求函数 f（A）的最大值；

（Ⅱ）若 f（A）=0，C=$\frac{5\pi}{12}$，a=$\sqrt{6}$，求 b 的值．

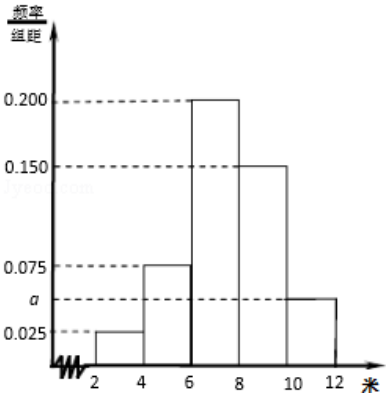
16.（13 分）为了解某市今年初二年级男生的身体素质状况，从该市初二年级男生中抽取了一部分学生进行“掷实心球”的项目测试．成绩低于 6 米为不合格，成绩在 6 至 8 米（含 6 米不含 8 米）的为及格，成绩在 8 米至 12 米（含 8 米和 12 米，假定该市初二学生掷实心球均不超过 12 米）为优秀．把获得的所有数据，分成[2，4），[4，6），[6，8），[8，10），[10，12]五组，画出的频率分布直方图如图所示．已知有 4 名学生的成绩在 10 米到 12 米之间．

（Ⅰ）求实数 a 的值及参加“掷实心球”项目测试的人数；

（Ⅱ）根据此次测试成绩的结果，试估计从该市初二年级男生中任意选取一人，“掷实心球”成绩为优秀的概率；

（Ⅲ）若从此次测试成绩不合格的男生中随机抽取 2 名学生再进行其它项目的测试，求所抽取的 2 名学生来自不同组的概率．

频率分布直方图

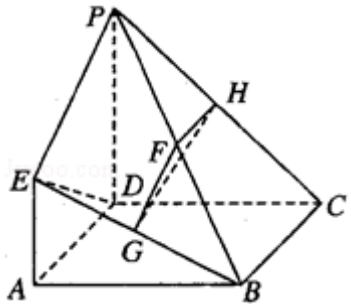


17.（14 分）如图，已知四边形 ABCD 是正方形，EA⊥平面 ABCD，PD∥EA，AD=PD=2EA=2，F，G，H 分别为 BP，BE，PC 的中点．

（Ⅰ）求证：FG∥平面 PDE；

（Ⅱ）求证：平面 FGH⊥平面 AEB；

（Ⅲ）在线段 PC 上是否存在一点 M，使 PB⊥平面 EFM？若存在，求出线段 PM 的长；若不存在，请说明理由．



18.（13 分）已知函数 f（x）=$\frac{ax}{x^2+1}$+a，g（x）=alnx－x（a≠0）．

（Ⅰ）求函数 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）求证：当 a＞0 时，对于任意 x_1，x_2∈（0，e]，总有 g（x_1）＜f（x_2）成立．

19.（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$(a＞b＞0)，C 的右焦点 F(1,0)，长轴的左、右端点分别为 A_1，A_2，且$\overrightarrow{FA_1}\cdot\overrightarrow{FA_2}=-1$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过焦点 F 斜率为 k（k≠0）的直线 l 交椭圆 C 于 A，B 两点，弦 AB 的垂直平分线与 x 轴相交于点 D．试问椭圆 C 上是否存在点 E 使得四边形 ADBE 为菱形？若存在，试求点 E 到 y 轴的距离；若不存在，请说明理由．

20．（13 分）已知实数 x_1，x_2，…，x_n（$n\in N^*$ 且 $n\geq 2$）满足 $|x_i|\leq 1$（i=1，2，…，n），记 $S(x_1, x_2, \cdots, x_n)=\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n} x_i x_j$．

（Ⅰ）求 $S(-1, 1, -\frac{2}{3})$ 及 S（1，1，－1，－1）的值；

（Ⅱ）当 n=3 时，求 S（x_1，x_2，x_3）的最小值；

（Ⅲ）当 n 为奇数时，求 S（x_1，x_2，…，x_n）的最小值．

注：$\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n} x_i x_j$ 表示 x_1，x_2，…，x_n 中任意两个数 x_i，x_j（$1\leqslant i<j\leqslant n$）的乘积之和．

参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1.【解答】由 M={0，1，3}，N={x|x=3a，a∈M}，则 N={0，3，9}．

所以 M∪N={0，1，3}∪{0，3，9}={0，1，3，9}．

故选 D．

2.【解答】由题意可知 p：（x－1）（x－2）≤0，可得 p：1＜x＜2；

q：$\log_2$（x+1）≥1，可得 x+1≥2，所以 q：1≤x，

所以 p：（x－1）（x－2）≤0，q：$\log_2$（x+1）≥1，则 p 是 q 的充分不必要条件．

故选 A．

3.【解答】∵f（x）=sin（x－$\frac{\pi}{4}$）的对称轴方程由 x－$\frac{\pi}{4}$=kπ+$\frac{\pi}{2}$得：x=kπ+$\frac{3\pi}{4}$，

∴当 k=－1 时，x=－$\frac{\pi}{4}$即为其一条对称轴的方程，

故选 B．

4.【解答】框图首先赋值 s=0，n=1，执行 s=0+1=1，n=1+2=3；

判断框中的条件不满足，执行 s=1+3=4，n=3+2=5；

判断框中的条件不满足，执行 s=4+5=9，n=5+2=7；

判断框中的条件不满足，执行 s=9+7=16，n=7+2=9；

此时判断框中的条件满足，执行“是”路径，输出结果为 16．

由此看出，判断框中的条件应是选项 C，即 n＞8．

故选 C．

5.【解答】由双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$可得渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$．

联立$\begin{cases}y=\frac{b}{a}x\\ y=x^2+2\end{cases}$，消去 y 得到$x^2-\frac{b}{a}x+2=0$．

∵双曲线的渐近线与抛物线 $y=x^2+2$ 相切，

∴$\triangle=(-\frac{b}{a})^2-8=0$，化为$(\frac{b}{a})^2=8$．

∴此双曲线的离心率 e=$\frac{c}{a}=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}=\sqrt{1+8}=3$.

故选 B.

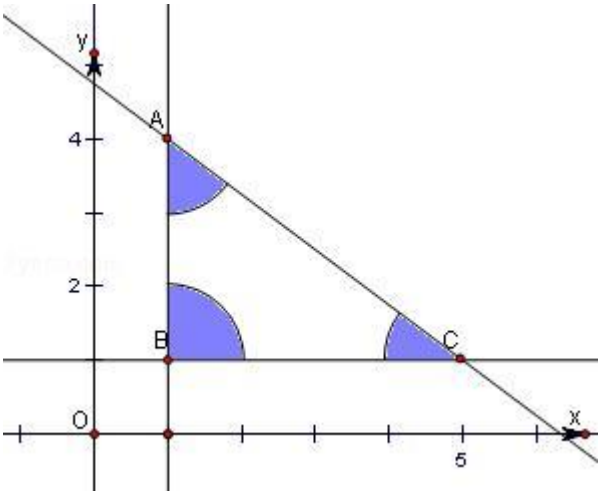
6.【解答】画出关于 x，y 的不等式组$\begin{cases}3x+4y\leqslant 19\\ x\geqslant 1\\ y\geqslant 1\end{cases}$ 所构成的三角形区域，如图.

△ABC 的面积为 $S_1=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$，

离三个顶点距离都不大于 1 的地方的面积为 $S_2=\frac{1}{2}\pi$

所以其恰在离三个顶点距离都不小于 1 的地方的概率为 $P=1-\frac{\frac{\pi}{2}}{6}=1-\frac{\pi}{12}$.

故选：C.



7.【解答】由题设条件，此几何几何体为一个三棱锥，

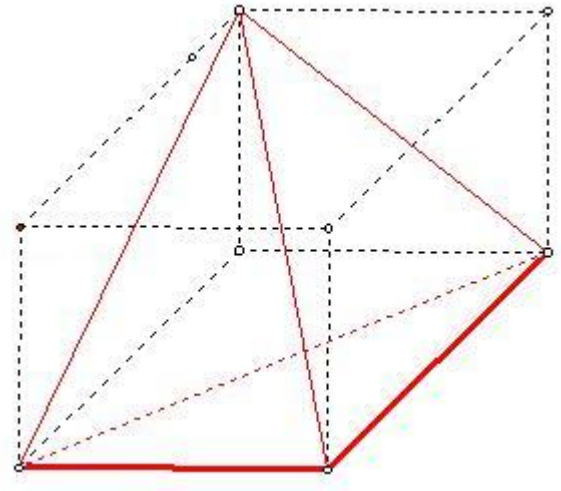
如图红色的部分.

其高已知为 1，底面是直角边长度为 1 的等腰直角三角形，

底面积是 $\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}$

其体积是 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{6}$.

故选 A.



8.【解答】由题意得，F（x）=$\begin{cases} a\cdot 2^{x}+1, & x>0 \\ -a\cdot 2^{-x}-1, & x<0 \end{cases}$，

而|f（x）|=$\begin{cases} a\cdot 2^{|x|}+1, & f(x)>0 \\ -a\cdot 2^{|x|}-1, & f(x)<0 \end{cases}$，它和F（x）并不是同一个函数，故①错误；

∵函数f（x）=a•$2^{|x|}$+1是偶函数，

当x>0时，－x<0，则F（－x）=－f（－x）=－f（x）=－F（x）；

当x<0时，－x>0，则F（－x）=f（－x）=f（x）=－F（x）；

故函数F（x）是奇函数，②正确；

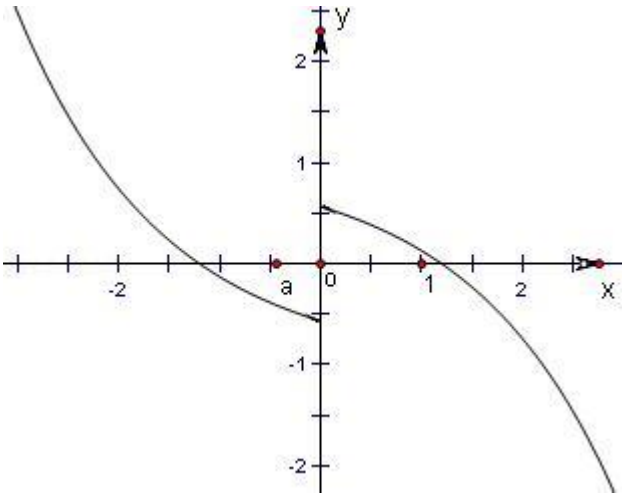
当a<0时，F（x）在（0，+∞）上是减函数，

若mn<0，m+n>0，总有m>－n>0，

∴F（m）<F（－n），即F（m）<－F（n），

∴F（m）+F（n）<0成立，故③正确．

故选C．



二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.把答案填在答题卡上.

9.【解答】$\frac{3+i}{1+i}=\frac{(3+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{4-2i}{2}=2-i$.

故答案为：2 - i

10.【解答】∵向量$\vec{a}$=（2，1），$\vec{b}$=（3，x），（$2\vec{a}-\vec{b}$）⊥$\vec{b}$，

∴（$2\vec{a}-\vec{b}$）•$\vec{b}=2\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}^2$=2（6+x）-（9+$x^2$）=0，即 $x^2-2x-3=0$，解得 x=-1，或 x=3，

故答案为 - 1 或 3.

11.【解答】由题意可得（a_1-4）$^2=a_1$•（a_1-6），

解得 $a_1=8$，故 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=8n-n^2+n=-n^2+9n$

故答案为：8；$-n^2+9n$

12.【解答】设圆 C：$x^2+(y+1)^2=4$ 的圆心 C（0，-1），弦 AB 的中点坐标是 D（1，-2），

由直线和圆相交的性质可得 直线 l⊥CD，∴直线 l 的斜率为$\frac{-1}{K_{CD}}=\frac{-1}{\frac{-2-(-1)}{1-0}}=1$，

故直线 l 的方程为 y+2=x - 1，即 x - y - 3=0，

故答案为 x - y - 3=0.

13.【解答】某公司一年购买某种货物 600 吨，每次都购买 x 吨，则需要购买$\frac{600}{x}$ 次，

运费为 3 万元/次，一年的总存储费用为 2x 万元，一年的总运费与总存储费用之和为 $\frac{600}{x}$•3+2x 万元.

∵$\frac{600}{x}$•3+2x≥$2\sqrt{\frac{1800}{x}\cdot 2x}$=120，当 $\frac{1800}{x}$=2x，即 x=30 吨时，等号成立.

∴每次购买 30 吨时，一年的总运费与总存储费用之和最小.

故答案为 30.

14.【解答】当 n=3 时，A_3={1，3，7}，

$T_1=1+3+7=11$，$T_2=1\times3+1\times7+3\times7=31$，$T_3=1\times3\times7=21$，

所以 $S_3=11+31+21=63$；

由 $S_1=1=2^1-1=2^{\frac{1\times2}{2}}-1$，$S_2=7=2^3-1=2^{\frac{2\times3}{2}}-1$，$S_3=63=2^6-1=2^{\frac{3\times4}{2}}-1$，猜想$S_n=2^{\frac{n(n+1)}{2}}-1$，下面证明：

（1）易知 n=1 时成立；

（2）假设 n=k 时 $S_k=2^{\frac{k(k+1)}{2}}-1$，

则 n=k+1 时，$S_{k+1}=T_1+T_2+T_3+\cdots+T_{k+1}$

$=[T_1'+(2^{k+1}-1)]+[T_2'+(2^{k+1}-1)T_1']+[T_3'+(2^{k+1}-1)T_2']+\cdots+[T_k'+(2^{k+1}-1)T_k']$（其中 T_i'，i=1，2，…，k，为 n=k 时可能的 k 个数的乘积的和为 T_k），

$=(T_1'+T_2'+T_3'+\cdots T_k')+(2^{k+1}-1)+(2^{k+1}-1)(T_1'+T_2'+T_3'+\cdots T_k')$

$=S_k+(2^{k+1}-1)+(2^{k+1}-1)S_k$

$=2^{k+1}(2^{\frac{k(k+1)}{2}}-1)+(2^{k+1}-1)$

$=2^{k+1}\cdot 2^{\frac{k(k+1)}{2}}-1=2^{\frac{(k+1)(k+2)}{2}}-1$，即 n=k 时 $S_{k+1}=2^{\frac{(k+1)(k+2)}{2}}-1$ 也成立，

综合（1）（2）知对 $n\in N^*$ $S_n=2^{\frac{n(n+1)}{2}}-1$ 成立.

所以 $S_n=2^{\frac{n(n+1)}{2}}-1$.

故答案为：63；$S_n=2^{\frac{n(n+1)}{2}}-1$.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.【解答】（Ⅰ）$f(A)=2\cos\frac{A}{2}\sin\frac{A}{2}+\sin^2\frac{2A}{2}-\cos^2\frac{2A}{2}=\sin A-\cos A=\sqrt{2}\sin(A-\frac{\pi}{4})$.

因为 0＜A＜π，所以 $-\frac{\pi}{4}<A-\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{4}$.

则所以当 $A-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，即 $A=\frac{3\pi}{4}$时，f（A）取得最大值，且最大值为$\sqrt{2}$. …（7 分）

（Ⅱ）由题意知$f(A)=\sqrt{2}\sin(A-\frac{\pi}{4})=0$，所以$\sin(A-\frac{\pi}{4})=0$.

又知 $-\frac{\pi}{4}<A-\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{4}$，所以 $A-\frac{\pi}{4}=0$，则 $A=\frac{\pi}{4}$.

因为$C=\frac{5\pi}{12}$，所以$A+B=\frac{7\pi}{12}$，则$B=\frac{\pi}{3}$.

由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得，$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{\sqrt{6}\cdot\sin\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{4}}=3$. …（13 分）

16.【解答】（Ⅰ）由题意可知（0.2+0.15+0.075+a+0.025）×2=1，解得 a=0.05.

所以此次测试总人数为$\frac{4}{0.05\times 2}=40$.

答：此次参加“掷实心球”的项目测试的人数为40人．　　…（4分）

（Ⅱ）由图可知，参加此次“掷实心球”的项目测试的初二男生，成绩优秀的频率为（0.15+0.05）×2=0.4，

则估计从该市初二年级男生中任意选取一人，“掷实心球”成绩为优秀的概率为0.4．　　…（7分）

（Ⅲ）设事件A：从此次测试成绩不合格的男生中随机抽取2名学生来自不同组．

由已知，测试成绩在[2，4）有2人，记为a，b；在[4，6）有6人，记为c，d，e，f，g，h．

从这8人中随机抽取2人有C_8^2共28种情况．

事件A包括2×6共12种情况．

所以事件A的概率$P=\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$．

答：随机抽取的2名学生来自不同组的概率为$\frac{3}{7}$．　　…（13分）

17.【解答】（Ⅰ）证明：因为F，G分别为PB，BE的中点，所以FG∥PE．

又因为FG⊄平面PED，PE⊂平面PED，所以，FG∥平面PED．…（4分）

（Ⅱ）因为EA⊥平面ABCD，所以EA⊥CB．

又因为CB⊥AB，AB∩AE=A，所以CB⊥平面ABE．

由已知F，H分别为线段PB，PC的中点，所以FH∥BC，则FH⊥平面ABE．

而FH⊂平面FGH，所以平面FGH⊥平面ABE．…（9分）

（Ⅲ）在线段PC上存在一点M，使PB⊥平面EFM．证明如下：

在直角三角形AEB中，因为AE=1，AB=2，所以$BE=\sqrt{5}$．

在直角梯形EADP中，因为AE=1，AD=PD=2，所以$PE=\sqrt{5}$，

所以PE=BE．又因为F为PB的中点，所以EF⊥PB．

要使PB⊥平面EFM，只需使PB⊥FM．

因为PD⊥平面ABCD，所以PD⊥CB，又因为CB⊥CD，PD∩CD=D，

所以CB⊥平面PCD，而PC⊂平面PCD，所以CB⊥PC．

若PB⊥FM，则△PFM∽△PCB，可得$\frac{PM}{PB}=\frac{PF}{PC}$．

由已知可求得$PB=2\sqrt{3}$，$PF=\sqrt{3}$，$PC=2\sqrt{2}$，所以$PM=\frac{3\sqrt{2}}{2}$．…（14分）

18.【解答】（Ⅰ）函数f（x）的定义域为R，$f'(x)=\frac{a(1-x^2)}{(x^2+1)^2}=\frac{a(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$．

当a＞0时，

当x变化时，f’（x），f（x）的变化情况如下表：

x	（－∞，－1）	－1	（－1，1）	1	（1，+∞）
f’（x）	－	0	＋	0	－
f（x）	↘		↗		↘

当a＜0时，

当x变化时，f’（x），f（x）的变化情况如下表：

x	（－∞，－1）	－1	（－1，1）	1	（1，+∞）
f’（x）	＋	0	－	0	＋
f（x）	↗		↘		↗

综上所述，

当a＞0时，f（x）的单调递增区间为（－1，1），单调递减区间为（－∞，－1），（1，+∞）；

当a＜0时，f（x）的单调递增区间为（－∞，－1），（1，+∞），单调递减区间为（－1，1）.

…（5分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，当a＞0时，f（x）在（0，1）上单调递增，f（x）在（1，e]上单调递减，

又f（0）=a，f（e）=$f(e)=\frac{ae}{e^2+1}+a>a$

所以$f(x)_{min}$=a，

同样地，当a＞0时，g（x）在（0，a）上单调递增，g（x）在（a，e]上单调递减，

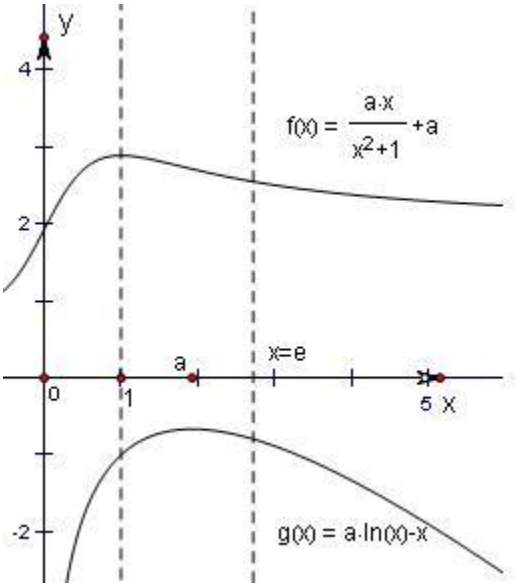
所以$g(x)_{max}$=g（a）=alna－a，

因为a－（alna－a）=a（2－lna）＞a（2－lne）=a＞0，

所以对于任意x_1，x_2∈（0，e]，总有$g(x)_{max}$=g（e）=alna－a＜a=$f(x)_{min}$.

所以对于任意x_1，x_2∈（0，e]，仍有x_1，x_2∈（0，e].

综上所述，对于任意x_1，x_2∈（0，e]，总有g（x_1）＜f（x_2）成立．…（13分）



19.【解答】（Ⅰ）依题设 A_1（－a，0），A_2（a，0），则$\overrightarrow{FA_1}=(-a-1,\ 0)$，$\overrightarrow{FA_2}=(a-1,\ 0)$.

由$\overrightarrow{FA_1}\cdot\overrightarrow{FA_2}=-1$，得：（－a－1）（a－1）=－1，解得 $a^2=2$，又 c=1，所以 $b^2=1$.

所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

（Ⅱ）椭圆 C 上是否存在点 E 使得四边形 ADBE 为菱形.

事实上，依题直线 l 的方程为 y=k（x－1）.

联立$\begin{cases}y=k(x-1)\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，得：$(2k^2+1)x^2-4k^2x+2k^2-2=0$.

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），弦 AB 的中点为 M（x_0，y_0），

则 $x_1+x_2=\frac{4k^2}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2(k^2-1)}{2k^2+1}$，

所以 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{2k^2}{2k^2+1}$，$y_0=k(x_0-1)=k(\frac{2k^2}{2k^2+1}-1)=\frac{-k}{2k^2+1}$，

所以 $M(\frac{2k^2}{2k^2+1},\ \frac{-k}{2k^2+1})$.

则直线 MD 的方程为 $y+\frac{k}{2k^2+1}=-\frac{1}{k}(x-\frac{2k^2}{2k^2+1})$，

令 y=0，得 $x_D=\frac{k^2}{2k^2+1}$，则 $D(\frac{k^2}{2k^2+1},\ 0)$.

若四边形 ADBE 为菱形，则 $x_E+x_D=2x_0$，所以 $x_E=2x_0-x_D=\frac{4k^2}{2k^2+1}-\frac{k^2}{2k^2+1}=\frac{3k^2}{2k^2+1}$.

$y_E+y_D=2y_0$，所以 $y_E=2y_0-y_D=\frac{-2k}{2k^2+1}$.

所以 $E(\frac{3k^2}{2k^2+1}, \frac{-2k}{2k^2+1})$.

若点 E 在椭圆 C 上，则 $(\frac{3k^2}{2k^2+1})^2+2(\frac{-2k}{2k^2+1})^2=2$.

即 $9k^4+8k^2=2（2k^2+1）^2$

整理得 $k^4=2$，解得 $k^2=\sqrt{2}$.

所以椭圆 C 上存在点 E 使得四边形 ADBE 为菱形.

此时点 E 到 y 轴的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}=\frac{3\sqrt{2}(2\sqrt{2}-1)}{7}=\frac{12-3\sqrt{2}}{7}$.

20.【解答】（Ⅰ）由已知得 $S(-1, 1, -\frac{2}{3})=-1+\frac{2}{3}-\frac{2}{3}=-1$.

S（1，1，－1，－1）=1－1－1－1－1+1=－2.　　…（3 分）

（Ⅱ）n=3 时，$S=S(x_1, x_2, x_3)=\sum_{1\leqslant i<j\leqslant 3} x_ix_j=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$.

固定 x_2，x_3，仅让 x_1 变动，那么 S 是 x_1 的一次函数或常函数，

因此 S≥min{S（1，x_2，x_3），S（－1，x_2，x_3）}.

同理 S（1，x_2，x_3）≥min{S（1，1，x_3），S（1，－1，x_3）}.

S（－1，x_2，x_3）≥min{S（－1，1，x_3），S（－1，－1，x_3）}.

以此类推，我们可以看出，S 的最小值必定可以被某一组取值±1 的 x_1，x_2，x_3所达到，

于是 S≥min{S（x_1，x_2，x_3）}.

当 x_k=±1（k=1，2，3）时，$S=\frac{1}{2}[(x_1+x_2+x_3)^2-(x_1^2+x_2^2+x_3^2)]=\frac{1}{2}(x_1+x_2+x_3)^2-\frac{3}{2}$.

因为 $|x_1+x_2+x_3|\geqslant 1$，

所以 $S\geqslant\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1$，且当 $x_1=x_2=1$，$x_3=-1$，时 S=－1，

因此 S_{min}=－1.　　…（7 分）

（Ⅲ）$S=S(x_1, x_2, \cdots, x_n)=\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n} x_ix_j=x_1x_2+x_1x_3+\cdots+x_1x_n+x_2x_3+\cdots+x_2x_n+\cdots+x_{n-1}x_n$.

固定 x_2，x_3，…，x_n，仅让 x_1 变动，那么 S 是 x_1 的一次函数或常函数，

因此 S≥min{S（1，x_2，x_3，…，x_n），S（－1，x_2，x_3，…，x_n）}.

同理 S（1，x_2，x_3，…，x_n）≥min{S（1，1，x_3，…，x_n），S（1，－1，x_3，…，x_n）}.

S（－1，x_2，x_3，…，x_n）≥min{S（－1，1，x_3，…，x_n），S（－1，－1，x_3，…，x_n）}.

以此类推，我们可以看出，S 的最小值必定可以被某一组取值±1 的 x_1，x_2，…，x_n所达到，

于是 S≥min{S（x_1，x_2，x_3，…，x_n）}.

当 $x_k=\pm1$（k=1，2，…，n）时，

$$S=\frac{1}{2}[(x_1+x_2+\cdots+x_n)^2-(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)]=\frac{1}{2}(x_1+x_2+\cdots+x_n)^2-\frac{n}{2}.$$

当 n 为奇数时，因为$|x_1+x_2+\cdots+x_n|\geqslant1$，

所以$S\geqslant-\frac{1}{2}(n-1)$，另一方面，若取$x_1=x_2=\cdots=x_{\frac{n-1}{2}}=1$，$x_{\frac{n-1}{2}+1}=x_{\frac{n-1}{2}+2}=\cdots=x_n=-1$，

那么$S=-\frac{1}{2}(n-1)$，

因此$S_{min}=-\frac{1}{2}(n-1)$．…（13 分）