2013 北京房山高三二模

数　　学（理）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

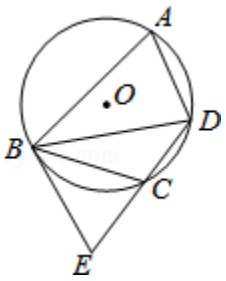
1.（5 分）若¬p∨q 是假命题，则（　　）

A. p∧q 是假命题 B. p∨q 是假命题 C. p 是假命题　　D. ¬q 是假命题

2.（5 分）下列四个函数中，既是奇函数又在定义域上单调递增的是（　　）

A. $y=x-1$　B. $y=\tan x$　C. $y=x^3$　D. $y=\log_2 x$

3.（5 分）如图，A，B，C，D 是⊙O 上的四个点，过点 B 的切线与 DC 的延长线交于点 E. 若∠BCD=110°，则∠DBE=（　　）



A. 75°　B. 70°　C. 60°　D. 55°

4.（5 分）设平面向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-2,y)$，若 $\vec{a}\parallel\vec{b}$，则 $|2\vec{a}-\vec{b}|$ 等于（　　）

A. 4　　B. 5　　C. $3\sqrt{5}$　D. $4\sqrt{5}$

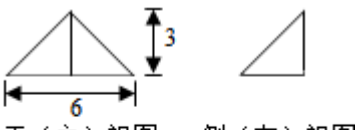
5.（5 分）已知 M，N 是不等式组 $\begin{cases} x\geqslant 1 \\ y\geqslant 1 \\ x-y+1\geqslant 0 \\ x+y\leqslant 6 \end{cases}$ 所表示的平面区域内的两个不同的点，则|MN|的最大值是（　　）

A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$　B. $\sqrt{17}$　C. $3\sqrt{2}$　D. $\frac{17}{2}$

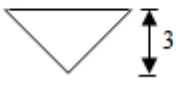
6.（5 分）已知数列{a_n}的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$2S_n=a_{n+1}$，则 $S_n=$（　　）

A. 2^{n-1}　B. 2^n-1　C. 3^{n-1}　D. $\frac{1}{2}(3^n-1)$

7.（5 分）一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的表面积为（　　）



正（主）视图　　侧（左）视图



俯视图

A. $9+18\sqrt{2}$　B. $18+9\sqrt{3}$　C. $18+3\sqrt{2}$　D. 9

8.（5分）定义运算$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ax+cy \\ bx+dy \end{bmatrix}$，称$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$为将点（x，y）映到点（x′，y′）的一次变换．若$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ p & q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$把直线y=kx上的各点映到这点本身，而把直线y=mx上的各点映到这点关于原点对称的点．则k，m，p，q的值依次是（　　）

A．k=1，m=﹣2，p=3，q=3　B．k=1，m=3，p=3，q=﹣2

C．k=﹣2，m=3，p=3，q=1　D．k=﹣2，m=1，p=3，q=3

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

9.（5分）在复平面内，复数i（2﹣i）对应的点的坐标为_____.

10.（5分）直线l的参数方程为$\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-2t \end{cases}$（t为参数），则直线l的斜率为_____.

11.（5分）在△ABC中，角A，B，C所对的边分别是a，b，c．$a=3,\ \ b=2,\ \ A=\frac{\pi}{6}$，则tanB=_____.

12.（5分）若$(x^2+\frac{1}{x})^n$展开式中的二项式系数和为64，则n等于_____，该展开式中的常数项为_____.

13.（5分）抛物线C：$y^2=2px$的焦点坐标为$F(\frac{1}{2},\ 0)$，则抛物线C的方程为_____，若点P在抛物线C上运动，点Q在直线x+y+5=0上运动，则|PQ|的最小值等于_____.

14.（5分）在数列$\{a_n\}$中，如果对任意的$n\in N^*$，都有$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lambda$（λ为常数），则称数列$\{a_n\}$为比等差数列，λ称为比公差．现给出以下命题：

①若数列$\{F_n\}$满足$F_1=1$，$F_2=1$，$F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$（$n\geqslant 3$），则该数列不是比等差数列；

②若数列$\{a_n\}$满足$a_n=3\cdot 2^{n-1}$，则数列$\{a_n\}$是比等差数列，且比公差λ=0；

③等比数列一定是比等差数列，等差数列一定不是比等差数列；

④若$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，则数列$\{a_nb_n\}$是比等差数列.

其中所有真命题的序号是_____.

三、解答题：本大题共6小题，共80分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.（13分）已知函数f（x）=sin（ωx+φ）（ω＞0，0＜φ＜π）的最小正周期为π，且图象过点$(\frac{\pi}{6},\ \frac{1}{2})$.

（Ⅰ）求ω，φ的值；

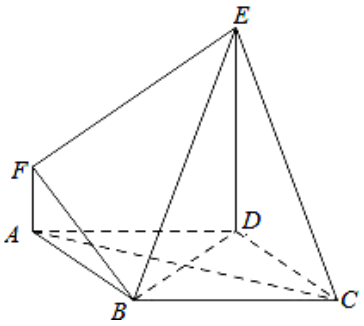
（Ⅱ）设$g(x)=f(x)f(x-\frac{\pi}{4})$，求函数g（x）的单调递增区间.

16.（14分）如图，ABCD是正方形，DE⊥平面ABCD，AF∥DE，DE=DA=3AF.

（Ⅰ） 求证：AC⊥BE；

（Ⅱ） 求二面角F﹣BE﹣D的余弦值；

（Ⅲ）设点M是线段BD上一个动点，试确定点M的位置，使得AM∥平面BEF，证明你的结论.



17.（13 分）小明从家到学校有两条路线，路线 1 上有三个路口，各路口遇到红灯的概率均为$\frac{1}{2}$；路线 2 上有两个路口，各路口遇到红灯的概率依次为$\frac{3}{4}$，$\frac{4}{5}$.

（Ⅰ）若小明上学走路线 1，求最多遇到 1 次红灯的概率；

（Ⅱ）若小明上学走路线 2，求遇到红灯次数 X 的数学期望；

（Ⅲ）按照“平均遇到红灯次数越少为越好”的标准，请你帮助小明从上述两条路线中选择一条最好的上学路线，并说明理由.

18.（13 分）已知函数$f(x)=(x^2+x-a)e^{\frac{x}{a}}$（a＞0）.

（Ⅰ）当 a=1 时，求函数 f（x）的单调区间；

（Ⅱ）当 x=﹣5 时，f（x）取得极值.

①若 m≥﹣5，求函数 f（x）在[m，m+1]上的最小值；

②求证：对任意 x_1，$x_2\in[-2,1]$，都有$|f(x_1)-f(x_2)|\leq 2$.

19.（14 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$A(\sqrt{2},\ 1)$. 直线$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+m$交椭圆 C 于 B，D（不与点 A 重合）两点.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）△ABD 的面积是否存在最大值？若存在，求出这个最大值；若不存在，请说明理由.

20.（13 分）设 m＞3，对于项数为 m 的有穷数列$\{a_n\}$，令 b_k 为 a_1，a_2，$a_3\cdots a_k$（k≤m）中的最大值，称数列$\{b_n\}$为$\{a_n\}$的“创新数列”. 例如数列 3，5，4，7 的创新数列为 3，5，5，7. 考查自然数 1、2…m（m＞3）的所有排列，将每种排列都视为一个有穷数列$\{c_n\}$.

（Ⅰ）若 m=5，写出创新数列为 3，5，5，5，5 的所有数列$\{c_n\}$；

（Ⅱ）是否存在数列$\{c_n\}$的创新数列为等比数列？若存在，求出符合条件的创新数列；若不存在，请说明理由；

（Ⅲ）是否存在数列$\{c_n\}$，使它的创新数列为等差数列？若存在，求出所有符合条件的数列$\{c_n\}$的个数；若不存在，请说明理由.

参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.【解答】由于¬p∨q 是假命题，则¬p 是假命题，q 是假命题，所以 p 是真命题，q 是假命题，

所以 p∧q 是假命题，p∨q 是真命题，¬q 是真命题，

故选 A.

2.【解答】y=x﹣1 非奇非偶函数，故排除 A；

y=tanx 为奇函数，但在定义域内不单调，故排除 B；

$y=\log_2 x$ 单调递增，但为非奇非偶函数，故排除 D；

令 f（x）=x^3，定义域为 R，关于原点对称，

且 f（﹣x）=（﹣x）^{3}=﹣x^3=﹣f（x），

所以 f（x）为奇函数，

又 f（x）在定义域 R 上递增，

故选 C.

3.【解答】∵A，B，C，D 是⊙O 上的四个点，∴∠A+∠BCD=180°，

∵∠BCD=110°，∴∠A=70°.

∵BE 与⊙O 相切于点 B，∴∠DBE=∠A=70°.

故选 B.

4.【解答】∵$\vec{a}\parallel\vec{b}$，∴﹣2×2﹣y=0，解得 y=﹣4.

∴$2\vec{a}-\vec{b}$=2（1，2）﹣（﹣2，﹣4）=（4，8），

∴$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$.

故选 D.

5.【解答】作出不等式组$\begin{cases}x\geqslant 1\\ y\geqslant 1\\ x-y+1\geqslant 0\\ x+y\leqslant 6\end{cases}$表示的平面区域，

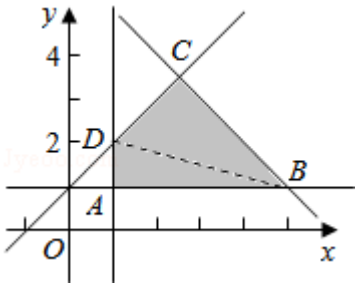
得到如图的四边形 ABCD，其中 A（1，1），B（5，1），C（$\frac{5}{2}$，$\frac{7}{2}$），D（1，2）

∵M、N 是区域内的两个不同的点

∴运动点 M、N，可得当 M、N 分别与对角线 BD 的两个端点重合时，距离最远

因此|MN|的最大值是|BD|=$\sqrt{(5-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{17}$

故选：B



6.【解答】当 n=1 时，∵$a_1=1$，$2S_1=a_2$，∴$a_2=2$.

当 n≥2 时，由 $2S_n=a_{n+1}$，$2S_{n-1}=a_n$，两式相减得 $2a_n=a_{n+1}-a_n$，

∴$a_{n+1}=3a_n$，

∴数列$\{a_n\}$是以 $a_2=2$，3 为公比的等比数列，

∴$S_n=a_1+\frac{2\times(3^{n-1}-1)}{3-1}=3^{n-1}$，

当 n=1 时，上式也成立.

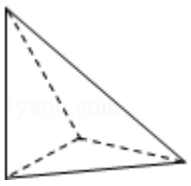
故选 C.

7.【解答】三视图复原的几何体是长方体的一个角，如图：

直角顶点处的三条棱长：$3\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$，3．其中斜侧面的高为：$3\sqrt{2}$.

几何体的表面积是：$\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}+2\times\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times3+\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}=9+18\sqrt{2}$.

故选 A.



8.【解答】设（1，k）是曲线 y=kx 上的点，在矩阵 $\begin{bmatrix}2&-1\\p&q\end{bmatrix}$的作用下的点为（1，k），

即 $\begin{cases}2-k=1\\p+kq=k\end{cases}$ ①

设（1，m）是曲线 y=mx 上的点，在矩阵 $\begin{bmatrix}2&-1\\p&q\end{bmatrix}$的作用下的点为（－1，－m），

∴$\begin{cases}2-m=-1\\p+mq=-m\end{cases}$ ②.

由①②得 k=1，m=3，p=3，q=﹣2

故选 B.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.【解答】∵复数 i（2﹣i）=1+2i.

∴复数 i（2﹣i）对应的点的坐标为（1，2).

故答案为（1，2).

10.【解答】∵直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t\end{cases}$（t 为参数）

∴消去参数 t 得 y﹣1=$-\frac{2}{3}$（x﹣1）

则直线 l 的斜率为$-\frac{2}{3}$,

故答案为：$-\frac{2}{3}$.

11.【解答】∵a=3，　b=2，　A=$\frac{\pi}{6}$

∴由正弦定理$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}$，得 sinB=$\frac{bsinA}{a}=\frac{1}{3}$

∵b＜a 可得 B 是锐角，

∴cosB=$\sqrt{1-sin^2B}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,

因此，tanB=$\frac{sinB}{cosB}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{4}$

12.【解答】由 $(x^2+\frac{1}{x})^n$展开式中的二项式系数和为 64，可得 $2^n=64$，∴n=6.

由于 $(x^2+\frac{1}{x})^n=(x^2+\frac{1}{x})^6$，展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r\cdot x^{12-2r}\cdot x^{-r}=C_6^r\cdot x^{12-3r}$,

令 12﹣3r=0，r=4，故该展开式中的常数项为 $C_6^4=C_6^2=15$,

故答案为 6，15.

13.【解答】因为 $y^2=2px$ 的焦点坐标为$F(\frac{1}{2},\ 0)$,

所以 p＞0，且$\frac{p}{2}=\frac{1}{2}$，解得 p=1，

所以抛物线方程为 $y^2=2x$，

设与直线 x+y+5=0 平行的抛物线的切线方程为 x+y+m=0，

由 $\begin{cases}x+y+m=0\\y^2=2x\end{cases}$ 得 $y^2+2y+2m=0$，

令△=0，即 $2^2-4\times2m=0$，解得 $m=\frac{1}{2}$，

则切线方程为 $x+y+\frac{1}{2}=0$，

两平行线间的距离 $d=\frac{|5-\frac{1}{2}|}{\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{4}$，即为|PQ|的最小值.

故答案分别为：$y^2=2x$，$\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

14.【解答】①由题意知，数列$\{F_n\}$为斐波那契数列$\{F_n\}$，$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_{n+1}+a_n}{a_{n+1}}-\frac{a_n+a_{n-1}}{a_n}\neq$常数，不满足比等差数列的定义，故①正确；

②若 $a_n=3\cdot2^{n-1}$，则$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{3\cdot2^{n+1}}{3\cdot2^n}-\frac{3\cdot2^n}{3\cdot2^{n-1}}=2-2=0$，满足比等差数列的定义，故②正确；

③等比数列都有$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=0$，满足比等差数列的定义，若等差数列为 $a_n=1$，则有$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=0$，故③不正确；

④如果$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，设 $a_n=n$，$b_n=2^n$，

则$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(n+2)\cdot2^{n+2}}{(n+1)\cdot2^{n+1}}-\frac{(n+1)\cdot2^{n+1}}{n\cdot2^n}=\frac{2(n+2)}{n+1}-\frac{2(n+1)}{n}=-\frac{2}{n(n+1)}\neq$常数，不满足比等差数列的定义，

故④不正确；

故答案为：①②

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.【解答】（Ⅰ）因为函数 f（x）=sin（ωx+φ）（ω＞0，0＜φ＜π）的最小正周期为 π，

所以 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，ω=2，

图象过点 $(\frac{\pi}{6},\frac{1}{2})$. 所以$\frac{1}{2}=\sin(2\times\frac{\pi}{6}+\phi)$，0＜φ＜π，所以 $\phi=\frac{\pi}{2}$.

（Ⅱ）因为$g(x)=f(x)f(x-\frac{\pi}{4})$

=sin（$2x+\frac{\pi}{2}$）sin（$2x-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}$）

=cos2xsin2x

$=\frac{1}{2}\sin 4x$，

由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 4x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$

得 $\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\leqslant x\leqslant\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}$，

所以函数的单调增区间为 $[\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8},\ \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}]$ $k\in Z$

16.【解答】（Ⅰ）∵DE⊥平面 ABCD，AC⊂平面 ABCD，∴DE⊥AC.

∵四边形 ABCD 是正方形，∴AC⊥BD，

又∵BD、DE 是平面 BDE 内的相交直线，

∴AC⊥平面 BDE，结合 BE⊂平面 BDE，得 AC⊥BE；…（4 分）

（II）因为直线 BD、BC、BE 两两垂直，所以分别以 DADCDE 为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所求空间直角坐标系

设 AD=3，则可得 DE=3，AF=1

因此，D（0，0，0），A（3，0，0），B（3，3，0），C（0，3，0），E（0，0，3），F（3，0，1）

∴$\overrightarrow{AF}$=（0，－3，1），$\overrightarrow{EF}$=（3，0，－2）…（5 分）

设平面 BEF 的法向量为$\vec{n}$=（x，y，z），得$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=-3y+z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=3x-2z=0\end{cases}$，

令 z=3，得 x=2 且 y=1，可得$\vec{n}$=（2，1，3），…（7 分）

∵AC⊥平面 BDE，得$\overrightarrow{AC}$=（－3，3，0）是平面 BDE 的一个法向量

∴二面角 F－BE－D 的大小即为向量$\vec{n}$、$\overrightarrow{AC}$所成角的大小（或其补角）

∵$\cos\langle\vec{n},\ \overrightarrow{AC}\rangle=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{AC}|}=\frac{2\times(-3)+1\times 3+3\times 0}{\sqrt{14}\cdot 3\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{7}}{14}$

∴结合图形加以观察，

可得二面角 F－BE－D 的余弦值为$|\cos\langle\vec{n},\ \overrightarrow{AC}\rangle|=\frac{\sqrt{7}}{14}$；…（10 分）

（Ⅲ）点 M 是线段 BD 上一个动点，

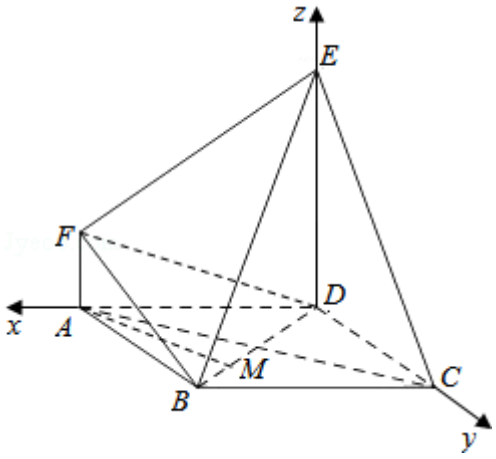
根据（II）的结论，设 M（t，t，0）（$0\leqslant t\leqslant 3\sqrt{2}$）.

则$\overrightarrow{AM}$=（t－3，t，0）.

∵AM∥平面 BEF，∴$\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}$=0，即 2（t－3）+t=0，解之得 t=2.…（12 分）

此时，点 M 坐标为（2，2，0），

即当 BM=$\frac{1}{3}$BD 时，AM∥平面 BEF.…（14 分）



17.【解答】

x	0	1	2
p（x）	$\frac{1}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{5}$

（Ⅰ）设走路线 1 最多遇到 1 次红灯为事件 A，则

P（A）$=C_3^0\times(\frac{1}{2})^3+C_3^1\times\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{2}$.

（Ⅱ）由题意可得，X 可能取值为 0，1，2.

∴P（X=0）$=(1-\frac{3}{4})\times(1-\frac{4}{5})=\frac{1}{20}$,

P（X=1）$=\frac{3}{4}\times(1-\frac{4}{5})+(1-\frac{3}{4})\times\frac{4}{5}=\frac{7}{20}$,

P（X=2）$=\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$.

∴随机变量 X 的分布列为

遇到红灯次数 X 的数学期望 EX$=0\times\frac{1}{20}+1\times\frac{7}{20}+2\times\frac{3}{5}=\frac{31}{20}$.

（Ⅲ）设选择路线 1 遇到红灯次数为 ξ，则 ξ～B（3，$\frac{1}{2}$），

∴Eξ$=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

∵Eξ＜EX，∴选择路线 1 上学最好.

18.【解答】（Ⅰ）f′（x）$=\frac{1}{a}(x^2+x-a)e^{\frac{x}{a}}+$（2x+1）$e^{\frac{x}{a}}=\frac{1}{a}x(x+1+2a)e^{\frac{x}{a}}$,

当 a=1 时，f′（x）=x（x+3）e^x,

解 f′（x）＞0 得 x＞0 或 x＜－3，解 f′（x）＜0 得－3＜x＜0，

所以 f（x）的单调增区间为（－∞，－3）和（0，+∞），单调减区间为（－3，0）.

（Ⅱ）①当 x=－5 时，f（x）取得极值，所以 f′（－5）=$\frac{1}{a}(-5)(-5+1+2a)e^{\frac{x}{a}}=0$，

解得 a=2（经检验 a=2 符合题意），

f′（x）=$\frac{1}{2}x(x+5)e^{\frac{x}{2}}$，当 x＜－5 或 x＞0 时 f′（x）＞0，当－5＜x＜0 时 f′（x）＜0，

所以 f（x）在（－∞，－5）和（0，+∞）上递增，在（－5，0）上递减，

当－5≤m≤－1 时，f（x）在[m，m+1]上单调递减，f_{min}（x）=f（m+1）=m（m+3）$e^{\frac{m+1}{2}}$，

当－1＜m＜0 时，m＜0＜m+1，f（x）在[m，0]上单调递减，在[0，m+1]上单调递增，f_{min}（x）=f（0）=－2，

当 m≥0 时，f（x）在[m，m+1]上单调递增，f_{min}（x）=f（m）=（m+2）（m－1）$e^{\frac{m}{2}}$，

综上，f（x）在[m，m+1]上的最小值为

$$f_{min}(x)=\begin{cases}m(m+3)e^{\frac{m+1}{2}}, & -5\leqslant m\leqslant -1\\ -2, & -1<m<0\\ (m+2)(m-1)e^{\frac{m}{2}}, & m\geqslant 0\end{cases};$$

②令 f′（x）=0 得 x=0 或 x=－5（舍），

因为 f（－2）=0，f（0）=－2，f（1）=0，所以 f_{max}（x）=0，f_{min}（x）=－2，

所以对任意 x_1，$x_2\in[-2,1]$，都有|f（x_1）－f（x_2）|≤f_{max}（x）－f_{min}（x）=2.

19.【解答】（Ⅰ）由题意可得$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{2}{a^2}+\frac{1}{b^2}+1\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a^2=4\\ b^2=c^2=2\end{cases}$，

∴椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$；

（Ⅱ）设 B（x_1，y_1），D（x_2，y_2）.

由$\begin{cases}y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+m\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$消去 y 得到$x^2+\sqrt{2}mx+m^2-2=0$，

∵直线与椭圆有两个不同的交点，∴△=8－$2m^2$＞0，解得－2＜m＜2.

∴$x_1+x_2=-\sqrt{2}m$，$x_1x_2=m^2-2$.

$\therefore |BD|=\sqrt{[1+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2][(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=\sqrt{\frac{3}{2}[2m^2-4(m^2-2)]}$

$=\sqrt{3(4-m^2)}$.

点 A 到直线 BD 的距离 $d=\frac{|2-2+2m|}{\sqrt{6}}=\frac{|2m|}{\sqrt{6}}$.

$\therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}|BD|d=\frac{1}{2}\times\sqrt{3(4-m^2)}\times\frac{|2m|}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{m^2(4-m^2)}\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{m^2+(4-m^2)}{2}=\sqrt{2}$.

当且仅当 $m=\pm\sqrt{2}\in$（-2，2）时取等号.

∴当 $m=\pm\sqrt{2}$ 时，△ABD 的面积取得最大值 $\sqrt{2}$.

20.【解答】（I）根据“创新数列”的定义，可得创新数列为 3，5，5，5，5 的数列$\{c_n\}$有：

3，5，1，2，4.

3，5，1，4，2.

3，5，2，1，4.

3，5，2，4，1.

3，5，4，1，2.

3，5，4，2，1. …（4 分）

（II）存在数列$\{c_n\}$的创新数列为等比数列. …（5 分）

设数列$\{c_n\}$的创新数列为$\{e_n\}$，因为 e_m 为前 m 个自然数中最大的一个，所以 $e_m=m$. …（6 分）

若$\{e_m\}$为等比数列，设公比为 q，因为 $e_{k+1}\geqslant e_k$（k=1，2，3…m-1），所以 $q\geqslant 1$. …（7 分）

当 q=1 时，$\{e_m\}$为常数列满足条件，即为数列为常数数列，每一项都等于 m. …（9 分）

当 $q>1$ 时，$\{e_m\}$为增数列，符合条件的数列只能是 1，2，3…m，

又 1，2，3…m 不满足等比数列，综上符合条件的创新数列只有一个. …（10 分）

（3）设存在数列$\{c_n\}$，使它的创新数列为等差数列，…（11 分）

设数列$\{c_n\}$的创新数列为$\{e_m\}$，因为 e_m 为前 m 个自然数中最大的一个，所以 $e_m=m$. 若 $\{e_m\}$为等差数列，设公差为 d，

因为 $e_{k+1}\geqslant e_k$（k=1，2，3…m-1），所以 $d\geqslant 0$. 且 $d\in N^*$. …（12 分）

当 d=0 时，$\{e_m\}$为常数列，满足条件，即为数列 $e_m=m$，

此时数列$\{c_n\}$是首项为 m 的任意一个排列，共有 A_{m-1}^{m-1} 个数列； …（14 分）

当 d=1 时，符合条件的数列$\{e_m\}$只能是 1，2，3…m，此时数列$\{c_n\}$是 1，2，3…m，有 1 个； …（15 分）

当 $d\geqslant 2$ 时，∵$e_m=e_1+(m-1)d\geqslant e_1+2(m-1)=e_1+m+m-2$ 又 $m>3$，∴$m-2>0$.

∴$e_m>m$ 这与 $e_m=m$ 矛盾，所以此时$\{e_m\}$ 不存在. …（17 分）

综上满足条件的数列$\{c_n\}$的个数为（m-1）!+1 个. …（18 分）